ORTAOKUL VE İMAM HATİP ORTAOKULU

MATEMATİK

7.

SINIF DERS KİTABI

Şule ALTINTAŞ

Celalettin KESKİN

Milli Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulunun 18.04.2019 tarih ve 8 sayılı kurul (ekli listenin 163'üncü sırasında) kararı ile 2019-2020 öğretim yılından itibaren 5 (beş) yıl süre ile Ders Kitabı olarak kabul edilmiştir.

EKOYAY

Eğitim Yayıncılık Matbaacılık San. ve Tic. Ltd. Şti.

İnönü Mah. İstanbul Yolu 7. km Necdet Evliyagil Cad. Nu: 24 Batıkent/Ankara
tel.: 0.312 278 49 61 • belgeç: 0.312 278 49 62

Dil Uzmanı	:	Tuncay DEMİREL
Görsel Tasarımcı	:	Gülçin AKIN BEKTAŞ
Baskı	:	

ISBN: 978-605-4677-30-6

Sertifika No: 19777

İSTİKLÂL MARŞI

Korkma, sönmez bu şafaklarda yüzen al sancak;
Sönmeden yurdumun üstünde tüten en son ocak.
O benim milletimin yıldızıdır, parlayacak;
O benimdir, o benim milletimindir ancak.

Çatma, kurban olayım, çehreni ey nazlı hilâl!
Kahraman ırkıma bir gül! Ne bu şiddet, bu celâl?
Sana olmaz dökülen kanlarımız sonra helâl.
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl.

Ben ezelden beridir hür yaşadım, hür yaşarım.
Hangi çılgın bana zincir vuracakmış? Şaşarım!
Kükremiş sel gibiyim, bendimi çiğner, aşarım.
Yırtarım dağları, enginlere sığmam, taşarım.

Garbın âfâkını sarmışsa çelik zırhlı duvar,
Benim iman dolu göğsüm gibi serhaddim var.
Ulusun, korkma! Nasıl böyle bir imanı boğar,
Medeniyyet dediğin tek dişi kalmış canavar?

Arkadaş, yurduma alçakları uğratma sakın;
Siper et gövdeni, dursun bu hayâsızca akın.
Doğacaktır sana va'dettiği günler Hakk'ın;
Kim bilir, belki yarın, belki yarından da yakın.

Bastığın yerleri toprak diyerek geçme, tanı:
Düşün altındaki binlerce kefensiz yatanı.
Sen şehit oğlusun, incitme, yazıktır, atanı:
Verme, dünyaları alsan da bu cennet vatanı.

Kim bu cennet vatanın uğruna olmaz ki feda?
Şüheda fışkıracak toprağı sıksan, şüheda!
Cânı, cânânı, bütün varımı alsın da Huda,
Etmesin tek vatanımdan beni dünyada cüda.

Ruhumun senden İlâhî, şudur ancak emeli:
Değmesin mabedimin göğsüne nâmahrem eli.
Bu ezanlar -ki şehadetleri dinin temeli-
Ebedî yurdumun üstünde benim inlemeli.

O zaman vecd ile bin secde eder -varsa- taşım,
Her cerîhamdan İlâhî, boşanıp kanlı yaşım,
Fışkırır ruh-ı mücerret gibi yerden na'şım;
O zaman yükselerek arşa değer belki başım.

Dalgalan sen de şafaklar gibi ey şanlı hilâl!
Olsun artık dökülen kanlarımın hepsi helâl.
Ebediyyen sana yok, ırkıma yok izmihlâl;
Hakkıdır hür yaşamış bayrağımın hürriyyet;
Hakkıdır Hakk'a tapan milletimin istiklâl!

Mehmet Âkif Ersoy

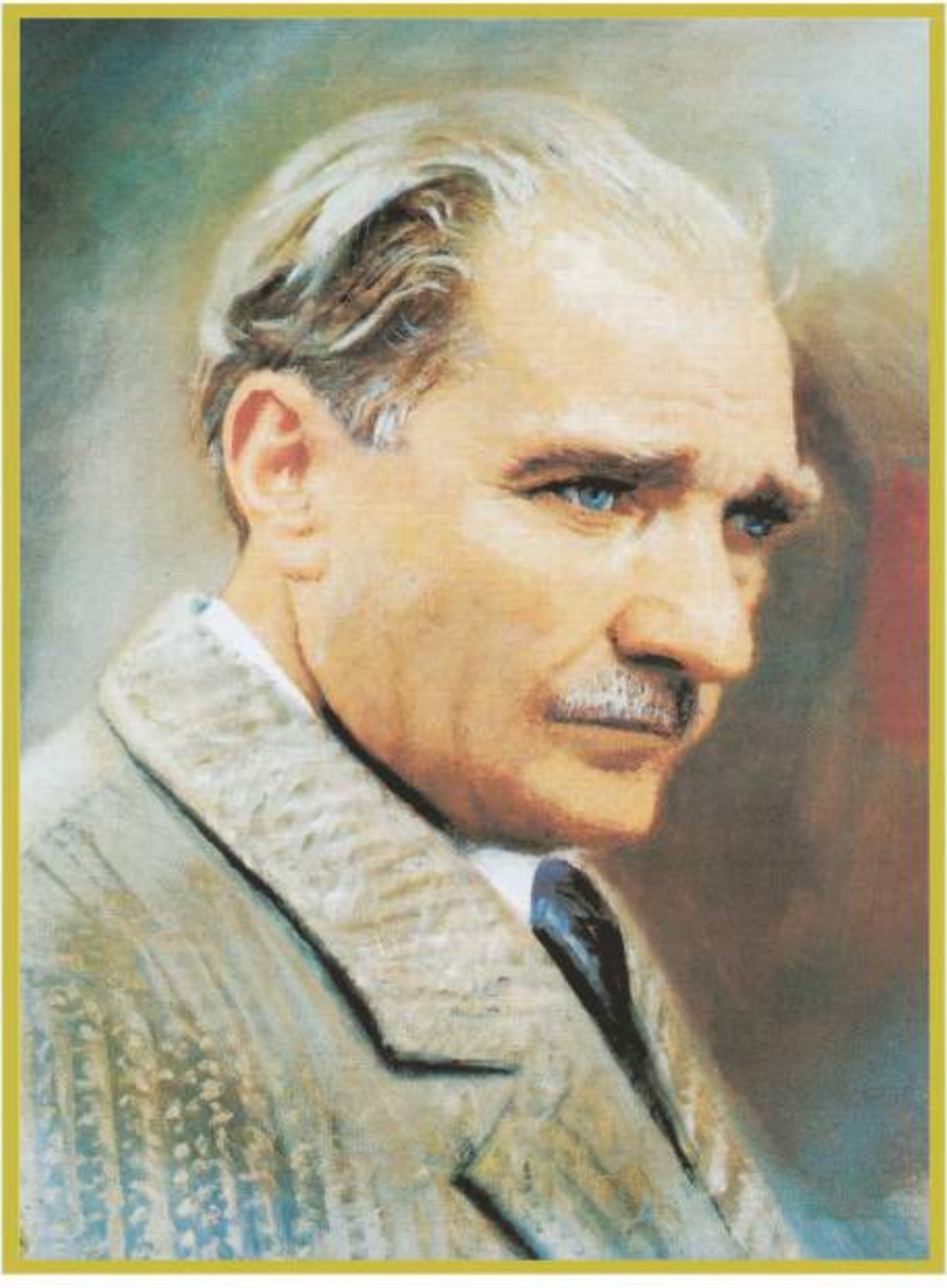
GENÇLİĞE HİTABE

Ey Türk gençliği! Birinci vazifen, Türk istiklâlini, Türk Cumhuriyetini, ilelebet muhafaza ve müdafaa etmektir.

Mevcudiyetinin ve istikbalinin yegâne temeli budur. Bu temel, senin en kıymetli hazinendir. İstikbalde dahi, seni bu hazineden mahrum etmek isteyecek dâhilî ve hâricî bedhahların olacaktır. Bir gün, istiklâl ve cumhuriyeti müdafaa mecburiyetine düşersen, vazifeye atılmak için, içinde bulunacağın vaziyetin imkân ve şeraitini düşünmeyeceksin! Bu imkân ve şerait, çok namüsait bir mahiyette tezahür edebilir. İstiklâl ve cumhuriyetine kastedecek düşmanlar, bütün dünyada emsali görülmemiş bir galibiyetin mümessili olabilirler. Cebren ve hile ile aziz vatanın bütün kaleleri zapt edilmiş, bütün tersanelerine girilmiş, bütün orduları dağıtılmış ve memleketin her köşesi bilfiil işgal edilmiş olabilir. Bütün bu şeraitten daha elîm ve daha vahim olmak üzere, memleketin dâhilinde iktidara sahip olanlar gaflet ve dalâlet ve hattâ hıyanet içinde bulunabilirler. Hattâ bu iktidar sahipleri şahsî menfaatlerini, müstevlîlerin siyasî emelleriyle tevhit edebilirler. Millet, fakr u zaruret içinde harap ve bîtap düşmüş olabilir.

Ey Türk istikbalinin evlâdı! İşte, bu ahval ve şerait içinde dahi vazifen, Türk istiklâl ve cumhuriyetini kurtarmaktır. Muhtaç olduğun kudret, damarlarındaki asil kanda mevcuttur.

Mustafa Kemal Atatürk



MUSTAFA KEMAL ATATÜRK

İÇİNDEKİLER

4. ÜNİTE

5. ÜNİTE

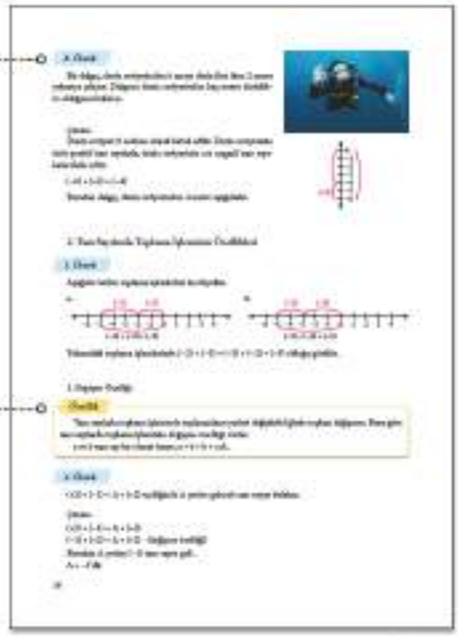
6. ÜNİTE

TANITIM ŞEMASI

Ünite numarasının verildiği bölümdür.

Konu adlarının verildiği bölümdür.

Konu ile ilgili örnek ve çözümlerin olduğu bölümdür.

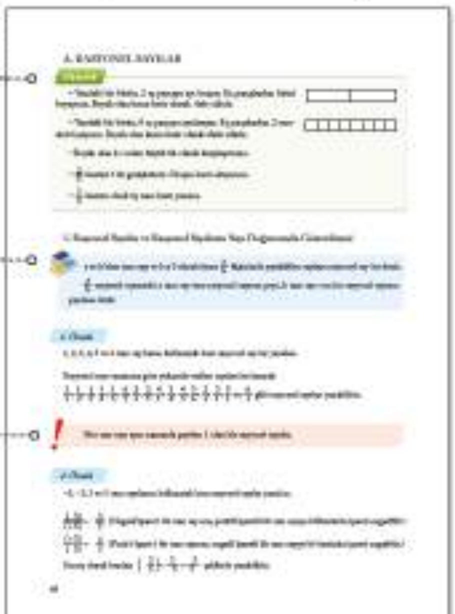


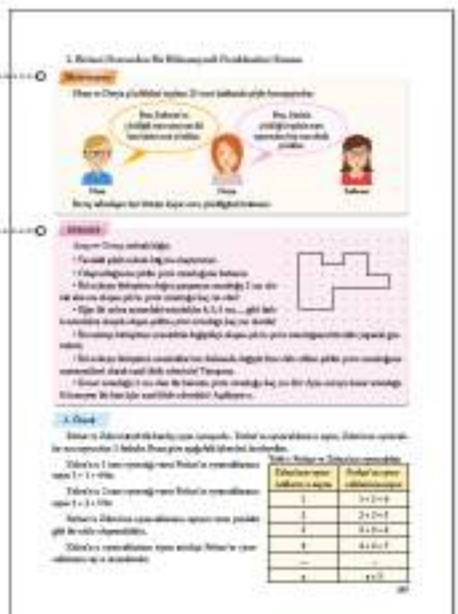
Konu ile ilgili bilgi ve açıklamaların verildiği bölümdür.

Konu işlenişi ile özelliklerin verildiği bölümdür.

Önceden öğrenilen bilgileri hatırlatmak amacıyla sorular verilmiştir.

İşlenişin başında konuya dikkat çekmek amacıyla verilen bölümdür.

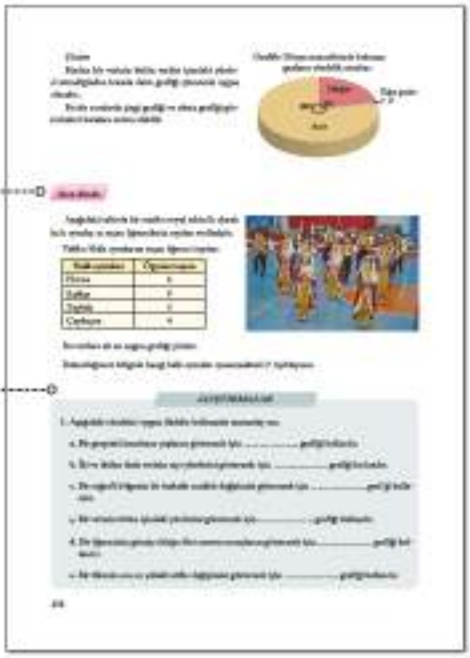




Konuyla ilgili dikkat edilmesi gerekenlerin verildiği bölümdür.

Konunun etkinlik yapılarak kavranıldığı bölümdür.

Öğrencilerin yapacakları çalışmaların verildiği bölümdür.



İşlenen konuların pekiştirilmesi amacıyla oluşturulan soruların bulunduğu bölümdür.

Dinamik geometri yazılımlarıyla veya bilgi iletişim teknolojileriyle yapılan çalışmaların verildiği bölümdür.

Ünite boyunca öğrenilenlerin değerlendirildiği bölümdür.

Proje çalışmasının verildiği bölümdür.

1. ÜNİTE

A. TAM SAYILARLA İŞLEMLER

1. Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

2. Tam Sayılarda Toplama İşleminin Özellikleri

3. Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

4. Tam Sayıların Kendisi ile Tekrarlı Çarpımı

5. Tam Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren Problemler

Terimler: etkisiz eleman, yutan eleman, ters eleman, dağılma özelliği.

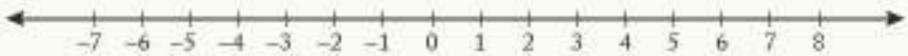
A. TAM SAYILARLA İŞLEMLER

Hazırlık

1. Aşağıdaki tam sayıları sayı doğrusunda gösteriniz.

a. –3 **b.** –2 **c.** 0

ç. +2 **d.** +5 **e.** +7



2. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. $|-3|$ **b.** $|-4|$ **c.** $|+3|$

ç. $|+4|$ **d.** $|0|$ **e.** $|5|$

3. Aşağıdaki tam sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

a. –3, –5, +1, –10 **b.** –1, +2, 0, +1

4. A ve B doğal sayılar olmak üzere A = 45 ve B = 15 değerleri için aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $A \cdot B$ **b.** $A \div B$ **c.** B^2

Motivasyon

İstanbul'un Ocak 2017'ye ait bir haftalık hava sıcaklık değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: İstanbul'un ocak ayına ait bir haftalık sıcaklık değerleri

Tarih	Sıcaklık (°C)	
	En düşük	En yüksek
1 Ocak 2017	1	5
2 Ocak 2017	3	6
3 Ocak 2017	5	9
4 Ocak 2017	6	10
5 Ocak 2017	9	12
6 Ocak 2017	–3	12
7 Ocak 2017	–5	–3

Kaynak: https://www.mgm.gov.tr (16.02.2018)

Buna göre;

a. İstanbul'un en yüksek sıcaklık değeri hangi tarihte ölçülmüştür?

b. İstanbul'un en düşük sıcaklık değeri hangi tarihte ölçülmüştür?

c. İstanbul'un en yüksek ile en düşük sıcaklık farkı kaç derecedir?

1. Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

a. Toplama İşlemi

Tam sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların işareti aynı ise sayılar toplanır ve sayıların ortak işareti toplamın işareti olarak alınır.

Tam sayılarda toplama işlemi yapılırken sayıların işareti farklı ise toplanan tam sayıların mutlak değerleri farkı bulunur. Mutlak değeri büyük olan tam sayının işareti toplamın işareti olarak alınır.

1. Örnek

Bir apartmanın giriş katının 2 kat altında oturan bir kişinin 4 kat yukarıya çıktığında kaçıncı kata çıkmış olduğunu bulalım.

Çözüm

Apartmanın katlarını yandaki dikey sayı doğrusu ile modelleyelim. Apartmanın giriş katını 0 olarak işaretleyelim. Giriş katının altındaki katları negatif tam sayılarla, girişin üstündeki katları pozitif tam sayılarla gösterelim.

Dikey sayı doğrusundan anlaşıldığı gibi giriş katının 2 kat altındaki (–2) noktasına gelinir. Bu noktadan 4 kat yukarıya çıkan kişi (+2) noktasına gelmiş olur. Kişi apartmanın ikinci katında olur.

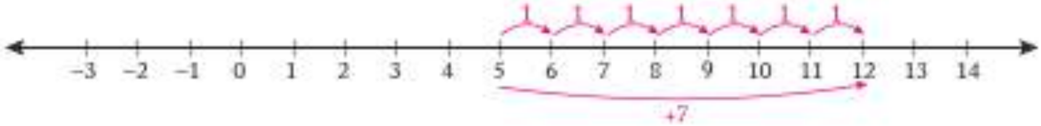
Bu işlem matematiksel olarak (–2) + (+4) = (+2) şeklinde ifade edilir.

2. Örnek

İzmir iline ait bir günlük hava tahmin raporuna göre gece ölçülen en düşük sıcaklık 5 °C'tur. Gündüz en yüksek hava sıcaklığının ise gece ölçülen en düşük hava sıcaklığından 7 °C daha fazla olacağı tahmin ediliyor. Buna göre İzmir ilinin gündüzki en yüksek hava sıcaklık değerini bulalım.

Çözüm

Hava sıcaklık değerlerini aşağıdaki yatay sayı doğrusu ile modelleyelim.



Sayı doğrusunda (+5) noktasından 7 br sağa doğru gidildiğinde (+12) noktasına varılır. İzmir ilinin gündüz en yüksek hava sıcaklık değeri 12 °C olarak bulunur.

Bu işlem matematiksel olarak (+5) + (+7) = +12 şeklinde ifade edilir.

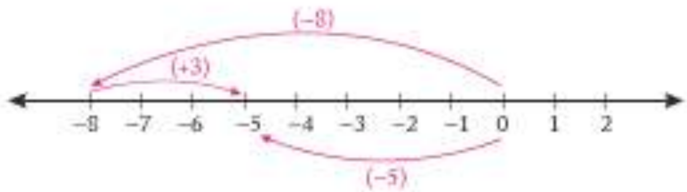
3. Örnek

Aşağıdaki toplama işlemlerinin sonuçlarını bulalım ve işlemleri sayı doğrusunda gösterelim.

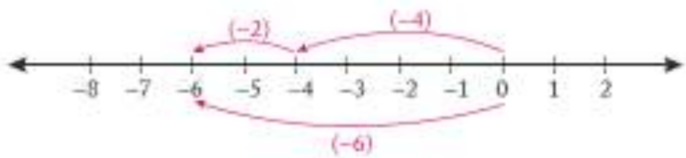
a. $(-8) + (+3) = (-5)$ **b.** $(-4) + (-2)$

Çözüm

a. $(-8) + (+3) = (-5)$



b. $(-4) + (-2) = (-6)$



4. Örnek

Aşağıdaki toplama işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $(+25) + (+50)$ **b.** $(-3) + (+4)$ **c.** $(-1) + (+1)$ **ç.** $(+4) + (-6)$

Çözüm

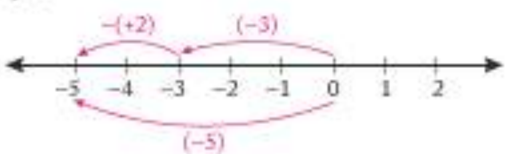
a. $(+25) + (+50) = (+75)$ **b.** $(-3) + (+4) = (+1)$ **c.** $(-1) + (+1) = 0$ **ç.** $(+4) + (-6) = (-2)$

b. Çıkarma İşlemi

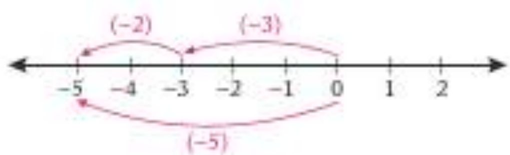
5. Örnek

$(-3) - (+2)$ ve $(-3) + (-2)$ işlemlerinin sonuçlarını sayı doğrusundan faydalanarak bulalım.

Çözüm



$(-3) - (+2) = (-5)$



$(-3) + (-2) = (-5)$

$(-3) - (+2) = (-3) + (-2)$ bulunur.

Çıkarma işleminde eksilen, çıkanın ters işaretlisi ile toplanırsa aynı sonuç bulunur. $(-3) - (+2)$ çıkarma işlemi $(-3) + (-2)$ şeklinde toplama işlemine dönüşür.

! Tam sayılarla çıkarma işlemi, eksilen ile çıkanın ters işaretlisinin toplamı anlamına gelir.

6. Örnek

Aşağıdaki çıkarma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $(+15) - (-17)$ **b.** $(-40) - (+10)$ **c.** $(-1) - (+5)$ **ç.** $(+125) - (-90)$

Çözüm

a. $(+15) - (-17) = (+15) + (+17) = (+32)$ **b.** $(-40) - (+10) = (-40) + (-10) = (-50)$

c. $(-1) - (+5) = (-1) + (-5) = (-6)$ **ç.** $(+125) - (-90) = (+125) + (+90) = (+215)$

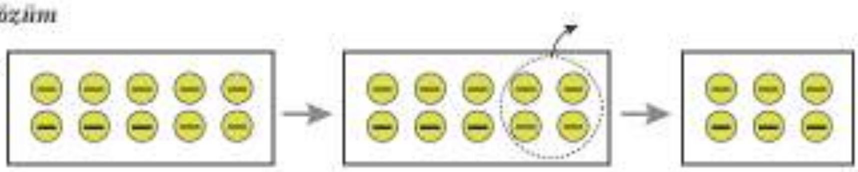
7. Örnek

Aşağıdaki çıkarma işlemlerinin sonuçlarını sayma pulları ile modelleyerek bulalım.

a. $(-10) - (-4)$ **b.** $(+9) - (-3)$ **c.** $(+5) + (+2)$ **ç.** $(-5) - (+2)$

Çözüm

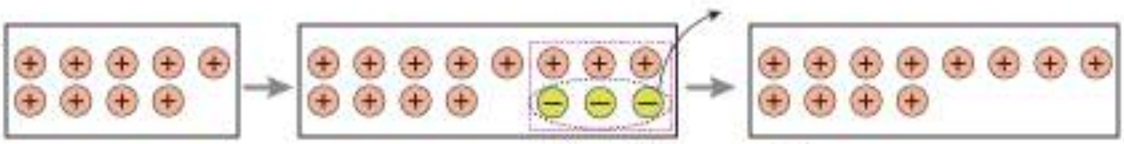
a.



$(-10) - (-4) = (-6)$

10 tane eksi sayma pulundan 4 tane eksi sayma pulunu çıkardık.

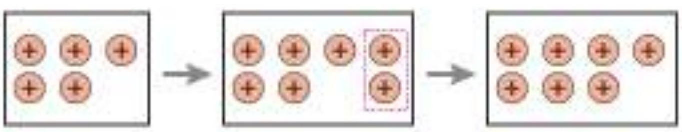
b.



$(+9) - (-3) = (+12)$

(-3) için 3 tane sıfır çiftini 9 tane artı sayma puluna ekledik. Sonra da 3 tane eksi sayma pulunu çıkardık. Geriye 12 tane artı sayma pulu kaldı.

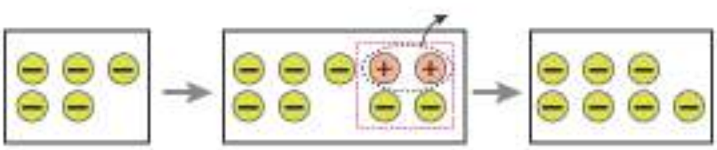
c.



$(+5) + (+2) = (+7)$

5 tane artı sayma puluna 2 tane artı sayma pulu eklediğimizde 7 tane artı sayma pulu olur.

ç.



$(-5) - (+2) = (-7)$

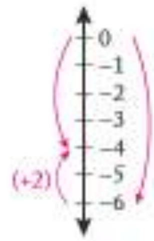
$(+2)$ için 2 tane 2'li sıfır çiftini 5 tane eksi sayma puluna ekledik. Sonra da 2 tane artı sayma pulunu çıkardık. Geriye 7 tane eksi sayma pulu kaldı.

8. Örnek

Bir dalgıç, deniz seviyesinden 6 metre derinlikte iken 2 metre yukarıya çıkıyor. Dalgıcın deniz seviyesinden kaç metre derinlikte olduğunu bulalım.

Çözüm

Deniz seviyesi 0 noktası olarak kabul edilir. Deniz seviyesinin üstü pozitif tam sayılarla, deniz seviyesinin altı negatif tam sayılarla ifade edilir.



$(-6) + (+2) = (-4)$

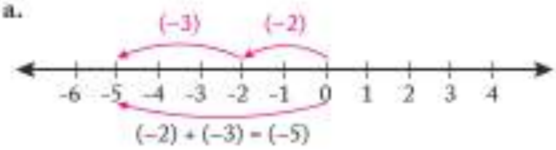
Buradan dalgıç, deniz seviyesinden 4 metre aşağıdadır.

2. Tam Sayılarda Toplama İşleminin Özellikleri

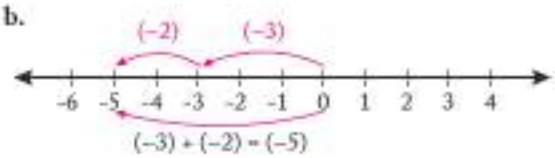
1. Örnek

Aşağıda verilen toplama işlemlerini inceleyelim.

a.



b.



Yukarıdaki toplama işlemlerinde $(-2) + (-3) = (-3) + (-2) = (-5)$ olduğu görülür.

1. Değişme Özelliği

Özellik

Tam sayılarla toplama işleminde toplananların yerleri değiştirildiğinde toplam değişmez. Buna göre tam sayılarda toplama işleminin **değişme özelliği** vardır.

a ve b tam sayılar olmak üzere; a + b = b + a'dır.

2. Örnek

$(+2) + (-1) = \triangle + (+2)$ eşitliğinde $\triangle$ yerine gelecek tam sayıyı bulalım.

Çözüm

$(+2) + (-1) = \triangle + (+2)$

$(-1) + (+2) = \triangle + (+2)$ (değişme özelliği)

Buradan $\triangle$ yerine (-1) tam sayısı gelir.

$\triangle = -1$'dir.

2. Birleşme Özelliği

Özellik

Üç tam sayı ile toplama işleminde ilk iki tam sayının toplamıyla üçüncü tam sayının toplamı, son iki tam sayının toplamıyla ilk tam sayının toplamına eşittir. Buna göre tam sayılarda toplama işleminin **birleşme özelliği** vardır.

a, b ve c tam sayılar olmak üzere; a + (b + c) = (a + b) + c'dir.

3. Örnek

(+3) + (−1) + (−4) işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

(+3) + (−1) + (−4) = [(+3) + (−1)] + (−4) (değişme özelliği)
= (+2) + (−4) = (−2) olur.

(+3) + (−1) + (−4) = (+3) + [(−1) + (−4)] (değişme özelliği)
= (+3) + (−5) = −2 olur.

3. Etkisiz Eleman Özelliği

Özellik

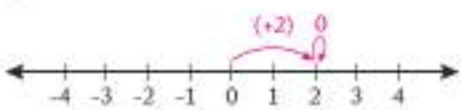
Bir tam sayı ile 0'ın toplamı, tam sayının kendisine eşittir. Buna göre tam sayılarda toplama işleminin **etkisiz (birim) elemanı** 0'dır (sıfır).

a tam sayı olmak üzere; a + 0 = 0 + a = a'dır.

4. Örnek

(+2) + 0 işleminin sonucunu sayı doğrusundan yararlanarak bulalım.

Çözüm



Yukarıda görüldüğü gibi (+2) + 0 = (+2) bulunur.

4. Ters Eleman Özelliği

Özellik

İki tam sayının toplamı, toplama işleminin etkisiz elemanını (0) veriyorsa bu iki tam sayıya birbirinin toplamaya göre **tersidir** denir.

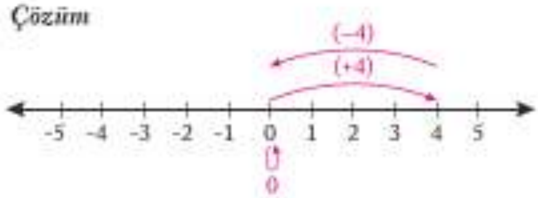
a tam sayı olmak üzere; a + (−a) = (−a) + a = 0'dır.

a tam sayısının toplama işlemine göre tersi (−a) olur.

5. Örnek

(+4) + (−4) işleminin sonucunu sayı doğrusundan yararlanarak bulalım.

Çözüm



Yanda görüldüğü gibi (+4) + (−4) = 0 bulunur.

6. Örnek

(+5) + (−8) + (−5) işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned}(+5)+(-8)+(-5) &= (+5)+(-5)+(-8) \quad \text{(değişme ve birleşme özelliği)}\\ &= \left[(+5)+(-5)\right]+(-8) \quad \text{(ters eleman özelliği)}\\ &= 0+(-8) \quad \text{(etkisiz eleman özelliği)}\\ &= (-8)\end{aligned}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. (+12) + (−7) **b.** (−15) + (+20) **c.** (−5) − (+9) **ç.** (+120) − (+115)

d. (+9) + (−3) **e.** (+4) − (−2) **f.** (−10) − (−10) **g.** (−1) − (+1)

2. Bir denizaltı deniz seviyesinden 200 m aşağıdadır. Bu denizaltı 50 m daha aşağıya iniyor. Buna göre denizaltının deniz seviyesinden uzaklığını tam sayı olarak bulunuz.

3. Merve, A noktasından önce 25 m sağa, sonra ulaştığı noktadan 28 m sola hareket ediyor.

Merve'nin son bulunduğu noktanın A noktasına göre konumu aşağıdakilerden hangisi ile ifade edilir?

A) −4 B) −3 C) 1 D) 2

4. Aşağıdaki toplama işlemlerinde ■ yerine gelecek tam sayıları bulunuz.

a. (−18) + ■ = (+7) + (−18) **b.** ■ + (−15) = (−7) + (−15) **c.** ■ + (−12) = 0

ç. ■ + 0 = (+2) **d.** [■ + (−12)] + (+5) = (+10) + [(−12) + (+5)]

5. Aşağıdaki toplama işlemlerinin sonuçlarını tam sayılarda toplama işleminin özelliklerini kullanarak bulunuz.

a. (+12) + 0 + (+5) **b.** (−7) + (−2) + (+7) **c.** (−4) + (+1) + (+4) + (−1) **ç.** 0 + (+6) + (−6)

3. Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

Motivasyon

Ankara'nın Ocak 2018'e ait bir haftalık sıcaklık değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: Ankara ilinin ocak ayına ait bir haftalık sıcaklık değerleri

Günler	Sıcaklık (°C)	
	En düşük	En yüksek
1 Ocak 2018	–1	6
2 Ocak 2018	–4	10
3 Ocak 2018	–1	12
4 Ocak 2018	1	8
5 Ocak 2018	–1	11
6 Ocak 2018	–3	9
7 Ocak 2018	–4	9

www.mgm.gov.tr (16.02.2018)

Yukarıdaki tabloya göre 1 Ocak, 3 Ocak ve 5 Ocak günlerindeki en düşük sıcaklıkların toplamını en kısa yoldan nasıl ifade edebilirsiniz? Açıklayınız.

a. Tam Sayılarla Çarpma İşlemi

Tam sayılarla çarpma işleminde sayıların mutlak değerleri çarpılır. Çarpımın sonucunun işareti aşağıdaki gibi belirlenir:

- Tam sayılarla çarpma işleminde aynı işaretli iki tam sayının çarpımı pozitif bir tam sayıdır.

$(+) \cdot (+) \rightarrow (+)$ $\qquad$ $(-) \cdot (-) \rightarrow (+)$

- Tam sayılarla çarpma işleminde zıt işaretli iki tam sayının çarpımı negatif bir tam sayıdır.

$(+) \cdot (-) \rightarrow (-)$ $\qquad$ $(-) \cdot (+) \rightarrow (-)$

1. Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $(+3) \cdot (+7)$ **b.** $(-4) \cdot (-6)$ **c.** $(+5) \cdot (-8)$ **ç.** $(-2) \cdot (+9)$

Çözüm

Aynı işaretli iki tam sayının çarpımının işareti pozitiftir.

a. $(+3) \cdot (+7) = (+21)$ **b.** $(-4) \cdot (-6) = (+24)$

Zıt işaretli iki tam sayının çarpımının işareti negatiftir.

c. $(+5) \cdot (-8) = (-40)$ **ç.** $(-2) \cdot (+9) = (-18)$

2. Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $(-4) \cdot (-1)$ **b.** $(+5) \cdot (-1)$ **c.** $0 \cdot (-1)$

Çözüm

a. $(-4) \cdot (-1) = (+4)$ (-4) tam sayısı, (-1) tam sayısı ile çarpıldığında (-4) tam sayısının işareti değişti.

b. $(+5) \cdot (-1) = (-5)$ $(+5)$ tam sayısı, (-1) tam sayısı ile çarpıldığında $(+5)$ tam sayısının işareti değişti.

c. $0 \cdot (-1) = 0$ 0 tam sayısı, (-1) tam sayısı ile çarpıldığında sonuç sıfır oldu.

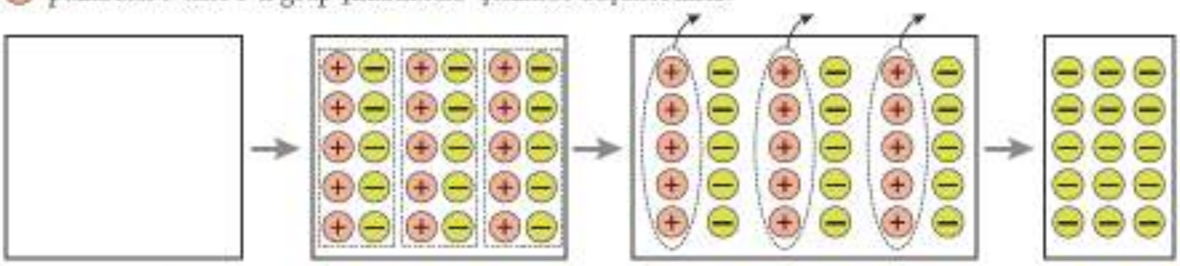
0 hariç tam sayılar (-1) ile çarpıldığında, çarpılan sayının işareti değişir.

3. Örnek

$(-3) \cdot (+5)$ işlemini sayma pulları ile modelleyerek bulalım.

Çözüm

Modelleme yapabilmek için önce 3 tane 5'li sıfır çifti oluşturmalıyız. $(-3) \cdot (+5)$ işlemini "Modeldeki ⊕ pullardan 3 tane 5'li grup çıkarılacak." şeklinde düşünebiliriz.



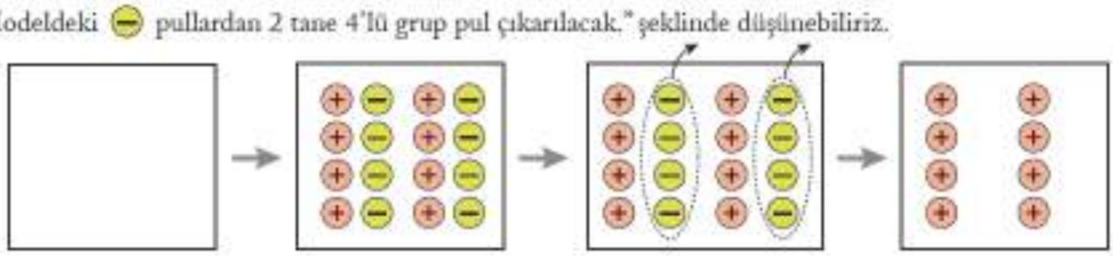
15 tane ⊖ pul olduğuna göre $(-3) \cdot (+5) = (-15)$ bulunur.

4. Örnek

$(-2) \cdot (-4)$ işlemini sayma pulları ile modelleyerek yapalım.

Çözüm

Bu çarpma işlemini yapabilmek için modelde 2 tane 4'lü sıfır çifti oluşturmalıyız. $(-2) \cdot (-4)$ işlemini "Modeldeki ⊖ pullardan 2 tane 4'lü grup pul çıkarılacak." şeklinde düşünebiliriz.



8 tane ⊕ pul olduğuna göre $(-2) \cdot (-4) = (+8)$ bulunur.

5. Örnek

$(-5) \cdot (+4) - (-2) \cdot (-10)$ işleminin sonucunu bulalım.

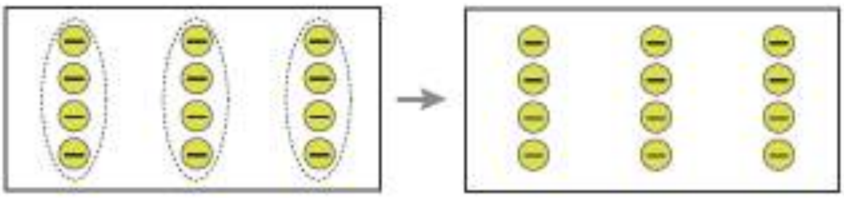
Çözüm

İlk önce çarpma işlemi yapılır.

$(-5) \cdot (+4) - (-2) \cdot (-10) = (-20) - (+20) = (-20) + (-20) = (-40)$ bulunur.

6. Örnek

Aşağıda sayma pulları ile modellenen çarpma işlemini yazalım.



Çözüm

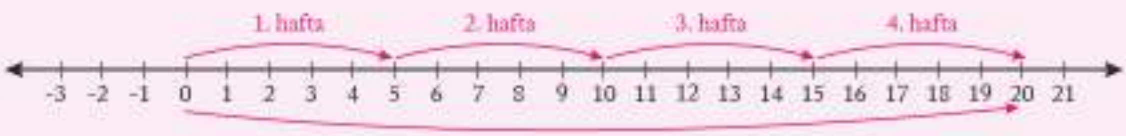
$(+3) \cdot (-4)$ gösterimi 3 grup ve her bir grupta 4 negatif sayma pulu olduğunu gösterir.

12 tane ⊖ sayma pulu elde edildiğinden modellenen çarpma işlemi $(+3) \cdot (-4) = (-12)$ olur.

Etkinlik

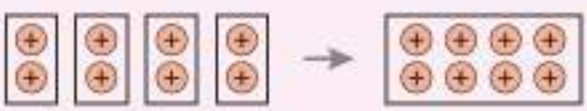
Aşağıda verilen problemleri inceleyiniz. Bu problemlerin çözüm adımlarını uygulayınız.

• Bir öğrenci harçlıklarından haftada 5 TL biriktiriyor. Bu öğrenci 4 haftada kaç TL biriktirir? Sayı doğrusundaki modellemeyi inceleyerek sayı doğrusunun altındaki noktalı yerlere matematiksel ifadeyi yazınız.



.... · .... = ...

• Aşağıda bir çarpma işlemi modellenmiştir.



Buna göre aşağıdaki noktalı yerlere işlemin matematiksel ifadesini yazınız.

.... · .... = ...

7. Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

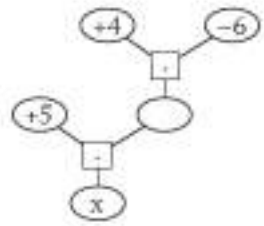
a. $(-8) \cdot (+7)$ **b.** $(+5) \cdot (+9)$ **c.** $(+6) \cdot (-11)$ **ç.** $(-4) \cdot (-13)$

Çözüm

a. $(-8) \cdot (+7) = (-56)$ **b.** $(+5) \cdot (+9) = (+45)$

c. $(+6) \cdot (-11) = (-66)$ **ç.** $(-4) \cdot (-13) = (+52)$

8. Örnek



Yanda bir işlem ağacı verilmiştir. Buna göre x yerine yazılabilecek tam sayı değerini bulalım.

Çözüm

$(+4) \cdot (-6) = (-24)$

$(-24) \cdot (+5)$ ise $x = (-120)$ bulunur.

9. Örnek

$C = (-5) \cdot (+2)$ ve $D = (-4) \cdot C$ olduğuna göre D'nin değerini bulalım.

Çözüm

$C = (-5) \cdot (+2) = (-10)$

$D = (-4) \cdot C = (-4) \cdot (-10)$

$D = (+40)$ bulunur.

Tam Sayılarda Çarpma İşleminin Özellikleri

Etkinlik

- Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız.

a. $(-2) \cdot (+4)$ ile $(+4) \cdot (-2)$

b. $(+3) \cdot \left[(+5) \cdot (-8)\right]$ ile $\left[(+3) \cdot (+5)\right] \cdot (-8)$

c. $(+2) \cdot \left[(-3) + (+5)\right]$ ile $\left[(+2) \cdot (-3)\right] + \left[(+2) \cdot (+5)\right]$

- Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları yorumlayınız.

a. $(-4) \cdot (+1)$ **b.** $(+1) \cdot (+6)$ **c.** $(-6) \cdot 0$ **ç.** $0 \cdot (+2)$

1. Değişme Özelliği

Özellik

Tam sayılarda çarpma işleminde çarpılanların yerleri değiştiğinde çarpımın sonucu değişmez. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin **değişme özelliği** vardır.

a ve b tam sayılar olmak üzere; $a \cdot b = b \cdot a$'dır.

10. Örnek

$(-3) \cdot (+12) = ■ \cdot (-3)$ eşitliğinde ■ yerine gelecek tam sayı değerini bulalım.

Çözüm

$(-3) \cdot (+12) = ■ \cdot (-3)$

$(+12) \cdot (-3) = ■ \cdot (-3)$ (değişme özelliği)

Buradan ■ yerine (+12) tam sayısı gelir.

■ = +12'dir.

2. Birleşme Özelliği

Özellik

Üç tam sayı ile yapılan çarpma işleminde ilk iki tam sayının çarpımıyla üçüncü tam sayının çarpımı, son iki tam sayının çarpımıyla ilk tam sayının çarpımına eşittir. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin **birleşme özelliği** vardır.

a, b ve c tam sayılar olmak üzere;

$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$'dir.

11. Örnek

$(+12) \cdot [(-2) \cdot (+5)] = [(+12) \cdot ♦] \cdot (+5)$ eşitliğinde ♦ değerini bulalım.

Çözüm

$(+12) \cdot [(-2) \cdot (+5)] = [(+12) \cdot ♦] \cdot (+5)$

$[(+12) \cdot (-2)] \cdot (+5) = [(+12) \cdot ♦] \cdot (+5)$ (birleşme özelliği)

Buradan ♦ = (−2) bulunur.

3. Etkisiz (Birim) Eleman Özelliği

Özellik

Bir tam sayının 1 ile çarpımı çarpılan tam sayıya eşittir. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin **etkisiz (birim) elemanı** +1'dir.

a tam sayı olmak üzere; $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$'dır.

12. Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $(+1) \cdot (-12)$ **b.** $(-5) \cdot (+1)$

Çözüm

a. $(+1) \cdot (-12) = (-12)$ **b.** $(-5) \cdot (+1) = (-5)$

4. Yutan Eleman Özelliği

Özellik

Bir tam sayının 0 ile çarpımı 0'a eşittir. Buna göre tam sayılarda çarpma işleminin **yutan elemanı** 0'dır (sıfır).

a tam sayı olmak üzere; $0 \cdot a = 0 \cdot a = 0$'dır.

13. Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a. $\left[(-3) + (-5)\right] \cdot 0$ **b.** $0 \cdot \left[(-2) - (-4)\right]$

Çözüm

a. $\left[(-3) + (-5)\right] \cdot 0 = 0$ (çarpma işleminin yutan eleman özelliği)

b. $0 \cdot \left[(-2) - (-4)\right] = 0$ (çarpma işleminin yutan eleman özelliği)

14. Örnek

Aşağıdaki işlemleri inceleyelim.

a. $(-2) \cdot [(+3) + (+4)]$ **b.** $(+3) \cdot [(-2) - (+5)]$

Çözüm

a. $(-2) \cdot [(+3) + (+4)] = (-2) \cdot (+7)$
$= (-14)$ olur.
$(-2) \cdot (+3) + (-2) \cdot (+4) = (-6) + (-8)$
$= (-14)$ olur.

b. $(+3) \cdot [(-2) - (+5)] = (+3) \cdot (-7)$
$= (-21)$ olur.
$(+3) \cdot (-2) - (+3) \cdot (+5) = (-6) - (+15)$
$= (-6) + (-15)$
$= -21$ olur.

5. Dağılma Özelliği

Özellik

Tam sayılarda çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine **dağılma özelliği** vardır.

a, b ve c tam sayılar olmak üzere; $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ ve $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$'dir.

15. Örnek

$(-4) \cdot [(-2) + \blacktriangle] = (-4) \cdot (-2) + (-4) \cdot (+5)$ işleminde ▲ değerini bulalım.

Çözüm

$(-4) \cdot [(-2) + \blacktriangle] = (-4) \cdot (-2) + (-4) \cdot (+5)$

Çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliği olduğundan ▲ yerine (+5) yazılmalıdır.

b. Tam Sayılarla Bölme İşlemi

Tam sayılarla bölme işleminde sayıların mutlak değerleri bölünür. Bölümün (sonucunun) işareti aşağıdakiler gibi belirlenir.

- Tam sayılarla bölme işleminde aynı işaretli iki tam sayının bölümü pozitif bir sayıdır.

$\oplus : \oplus \rightarrow \oplus$ $\qquad$ $\ominus : \ominus \rightarrow \oplus$

- Tam sayılarla bölme işleminde zıt işaretli iki tam sayının bölümü negatif bir sayıdır.

$\oplus : \ominus \rightarrow \ominus$ $\qquad$ $\ominus : \oplus \rightarrow \ominus$

16. Örnek

Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $(-28) : (+7)$ **b.** $(+39) : (-13)$ **c.** $(+16) : (+4)$ **ç.** $(-27) : (-3)$

Çözüm

Zıt işaretli iki tam sayının bölümü pozitiftir.

a. $(-28) : (+7) = (-4)$ **b.** $(+39) : (-13) = (-3)$

Aynı işaretli iki tam sayının bölümü negatiftir.

c. $(+16) : (+4) = (+4)$ **ç.** $(-27) : (-3) = (+9)$

17. Örnek

Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $(-5) : (-1)$ **b.** $(+11) : (-1)$ **c.** $0 : (-1)$

Çözüm

a. $(-5) : (-1) = (+5)$ (−5) tam sayısının (−1) tam sayısına bölündüğünde işareti değişti.

b. $(+11) : (-1) = (-11)$ (+11) tam sayısının (−1) tam sayısına bölündüğünde işareti değişti.

c. $0 : (-1) = 0$ 0 tam sayısı (−1) tam sayısına bölündüğünde sonuç sıfır olur.

Özellik

Sıfırdan farklı bir tam sayı (−1)'e bölündüğünde bölünen sayının işareti değişir.

18. Örnek

Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. (+49) : (−7) **b.** (−24) : (+6) **c.** (−28) : (−4) **ç.** (+36) : (+9)

Çözüm

a. (+49) : (−7) = (−7) **b.** (−24) : (+6) = (−4)

c. (−28) : (−4) = (+7) **ç.** (+36) : (+9) = (+4)

19. Örnek

a = (−4) · (−10)

b = (−2) · (−5)

olduğuna göre a : b değerini bulalım.

Çözüm

a = (−4) · (−10) = (+40)

b = (−2) · (−5) = (+10)

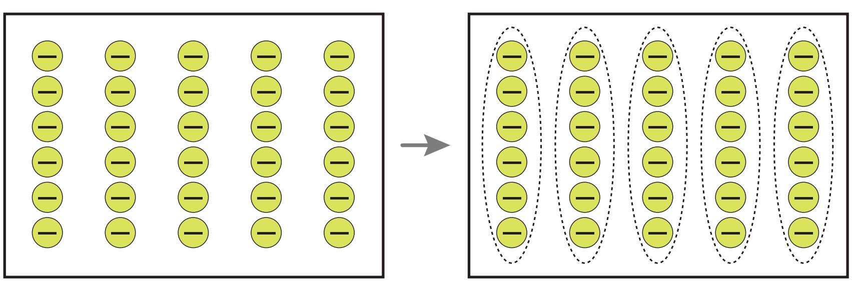
a : b = (+40) : (+10)

= (+4) bulunur.

20. Örnek

(−30) : (+5) işleminin sonucunu sayma pullarıyla modelleyerek bulalım.

Çözüm



30 tane $\ominus$ sayma pulunu 5 gruba ayırdığımızda her grupta 6 tane $\ominus$ sayma pulu elde ederiz.

Buna göre (−30) : (+5) = (−6) olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a. $(-1) \cdot (-12)$ **b.** $(+28) \cdot (-1)$ **c.** $0 \cdot (-1)$

2. Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

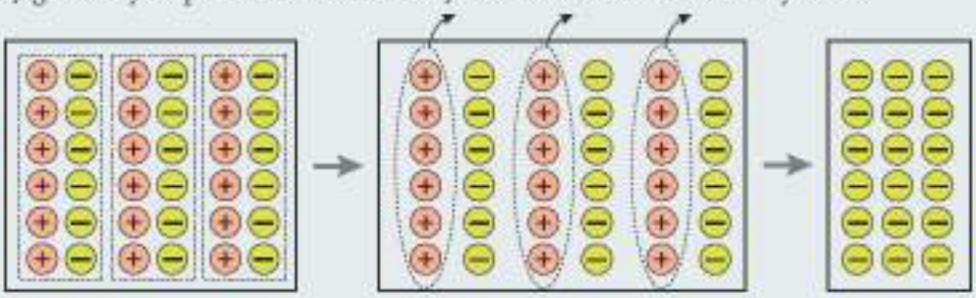
a. $(-4) \cdot (+6)$ **b.** $(+3) \cdot (-2)$ **c.** $(-5) \cdot (-7)$ **ç.** $(+9) \cdot (+3)$

d. $0 \cdot (+19)$ **e.** $(-21) \cdot 0$

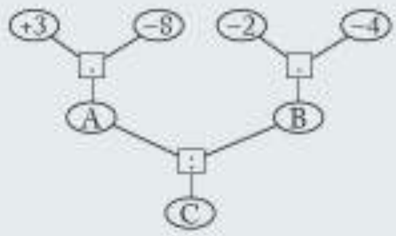
3. Aşağıdaki verilen çarpma işlemlerinde boş kutucuklara doğru sayıları yazınız.

a. $(+4) \cdot \square = (-20)$ **b.** $(-8) \cdot \square = (+8)$ **c.** $\square \cdot (-17) = 0$ **ç.** $0 \cdot (+23) = \square$

4. Aşağıdaki sayma pulları ile modellenen işlemin matematiksel ifadesini yazınız.



5. Yanda bir işlem ağacı verilmiştir. Buna göre A, B ve C sayılarının yerine yazılabilecek tam sayı değerlerini bulunuz.



6. Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a. $(+9) : (-1)$ **b.** $(-29) : (-1)$ **c.** $0 : (-100)$

7. Aşağıdaki bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz.

a. $(-14) : (-7)$ **b.** $(+16) : (+8)$ **c.** $(-18) : (+9)$

ç. $(+24) : (-6)$ **d.** $(-50) : (-10)$ **e.** $(+51) : (-17)$

8. $(-6) \cdot [(+2) - (-1)] = (-6) \cdot ■ - (-6) \cdot \triangle$ eşitliğine göre $■ \cdot \triangle$ işleminin sonucu kaçtır?

A) (-4) B) (-3) C) (-2) D) (-1)

9. Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulunuz.

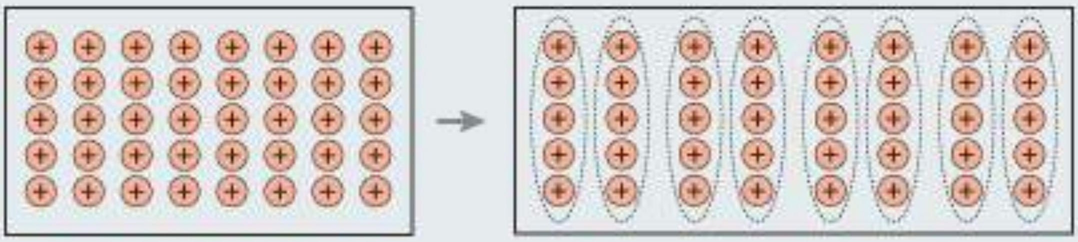
a. $(-7) \cdot (-3) - (+5)$

b. $(+12) : (-3) - (+2)$

c. $(-4) - (+6) : (-2)$

ç. $(+15) : (-3) + (-4)$

10. Aşağıdaki sayma pulları ile modellenen işlemin matematiksel ifadesini yazınız ve sonucunu bulunuz.



11. Aşağıda işlemlerin sonuçları verilmiştir. Bu işlemlerden doğru olanların önündeki kutucuğa "D", yanlış olanların önündeki kutucuğa "Y" yazınız.

a. ☐ $(-15) \cdot (-2) = (+30)$

b. ☐ $(-40) \cdot (+3) = (-120)$

c. ☐ $(+100) \cdot (-2) = (+200)$

ç. ☐ $0 \cdot (-5) = (+5)$

d. ☐ $(-80) : (+4) = (-20)$

e. ☐ $0 : (-2) = (+2)$

f. ☐ $(+40) : (+4) = (-1)$

g. ☐ $(+120) : (-5) = (-24)$

4. Tam Sayıların Kendisi ile Tekrarlı Çarpımı

a tam sayı ve n pozitif tam sayı olmak üzere a^n ifadesinde a'ya taban, n'ye **kuvvet (üs)** denir.

a^n, n tane a'nın tekrarlı çarpımıdır.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ tane}}$$

a^n ifadesi a'nın n. kuvveti (üssü) şeklinde okunur.

1. Örnek

5'in 2. kuvvetini bulalım.

Çözüm

$5^2 = \underbrace{5 \cdot 5}_{2 \text{ tane}} = 25$ bulunur.

2. Örnek

(−4)'ün 3. kuvvetini bulalım.

Çözüm

$(-4)^3 = \underbrace{(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)}_{3\text{ tane}} = \underbrace{(-4)\cdot(-4)}_{(+16)}\cdot(-4) = (+16)\cdot(-4) = (-64)$ bulunur.

3. Örnek

2'nin 5. kuvvetini bulalım.

Çözüm

$2^5 = \underbrace{2\cdot2\cdot2\cdot2\cdot2}_{5\text{ tane}} = \underbrace{2\cdot2}_{4}\cdot\underbrace{2\cdot2}_{4}\cdot2\cdot = 4\cdot4\cdot2 = 16\cdot2 = 32$ bulunur.

4. Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonucunu bulalım.

a. (−1)'in 6. kuvveti

b. (−1)'in 5. kuvveti

Çözüm

a. $(-1)^6 = \underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)}_{6\text{ tane}} = \underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{(+1)}\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{(+1)}\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{(+1)}$

$= \underbrace{(+1)\cdot(+1)}_{(+1)}\cdot(+1) = (+1)\cdot(+1) = (+1)$ bulunur.

b. $(-1)^5 = \underbrace{(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)\cdot(-1)}_{5\text{ tane}} = \underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{(+1)}\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{(+1)}\cdot(-1)$

$= \underbrace{(+1)\cdot(+1)}_{(+1)}\cdot(-1) = (+1)\cdot(-1) = (-1)$ bulunur.

5. Örnek

(−3)'ün 4. kuvvetini bulalım.

Çözüm

$(-3)^4 = \underbrace{(-3)\cdot(-3)}_{(+9)}\cdot\underbrace{(-3)\cdot(-3)}_{(+9)} = (+9)\cdot(+9) = (+81)$ bulunur.

6. Örnek

Aşağıda çarpım şeklinde verilen ifadeleri üslü ifade şeklinde yazalım. Çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $1 \cdot 1 \cdot 1$

b. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1$

c. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

ç. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1)$

Çözüm

a. $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^3 = 1$

b. $1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1^4 = 1$

c. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)^3 = (-1)$

ç. $(-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = (-1)^4 = 1$

1'in doğal sayı kuvvetleri 1'e eşittir.

Örneğin, $1^1 = 1^9 = 1^{25} = ... = 1$ olur.

(−1)'in tek doğal sayı kuvvetleri −1'e, çift doğal sayı kuvvetleri 1'e eşittir.

Örneğin, $(-1)^3 = (-1)^5 = (-1)^9 = ... = (-1)$,

$(-1)^2 = (-1)^4 = (-1)^8 = ... = 1$ olur.

Parantezsiz negatif tam sayıların kuvveti alınırken tam sayının işaretsiz kısmının kuvveti alınır ve sonucun önüne "−" işareti konur.

$$-a^n = -(\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{n \text{ tane}})$$

7. Örnek

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerini bulalım.

a. -4^3 **b.** -2^4 **c.** -6^2 **ç.** -3^1 **d.** -1^3

Çözüm

a. $-4^3 = -(4 \cdot 4 \cdot 4) = -64$

b. $-2^4 = -(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = -16$

c. $-6^2 = -(6 \cdot 6) = -36$

ç. $-3^1 = -3$

d. $-1^3 = -1$

8. Örnek

Aşağıdaki tablolarda tam sayıların bazı kuvvetleri hesaplanarak yazılmıştır. Bu değerleri inceleyelim.

Üslü sayı	Kendisi ile tekrarlı çarpımı	Sonuç
$(-4)^5$	$(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)\cdot(-4)$	-1024
$(-5)^4$	$(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)$	$+625$
$(-10)^3$	$(-10)\cdot(-10)\cdot(-10)$	-1000
$(-20)^2$	$(-20)\cdot(-20)$	$+400$
$(-200)^1$	-200	-200

1. tablo

Üslü sayı	Kendisi ile tekrarlı çarpımı	Sonuç
$(+4)^5$	$(+4)\cdot(+4)\cdot(+4)\cdot(+4)\cdot(+4)$	$+1024$
$(+5)^4$	$(+5)\cdot(+5)\cdot(+5)\cdot(+5)$	$+625$
$(+10)^3$	$(+10)\cdot(+10)\cdot(+10)$	$+1000$
$(+20)^2$	$(+20)\cdot(+20)$	$+400$
$(+200)^1$	$+200$	$+200$

2. tablo

Çözüm

1. tablonun sonuç sütununu incelediğimizde negatif tam sayıların tek kuvvetlerinin negatif, çift kuvvetlerinin pozitif işaretli olduğunu görmekteyiz.

2. tablonun sonuç sütununu incelediğimizde pozitif tam sayıların kuvvetlerinin her zaman (kuvveti tek veya çift ne olursa olsun) pozitif işaretli olduğunu görmekteyiz.

Pozitif tam sayıların tüm doğal sayı kuvvetleri pozitif tam sayıdır. Negatif tam sayıların çift doğal sayı kuvvetleri pozitif, tek doğal sayı kuvvetleri negatif tam sayıdır.

9. Örnek

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerini bulalım.

a. $(-5)^2$ **b.** $(-3)^3$ **c.** $(-2)^4$ **ç.** $(-1)^5$ **d.** $(-4)^2$

Çözüm

a. $(-5)^2 = (-5)\cdot(-5) = (+25)$

b. $(-3)^3 = \underbrace{(-3)\cdot(-3)}_{(+9)}\cdot(-3) = (+9)\cdot(-3) = (-27)$

c. $(-2)^4 = \underbrace{(-2)\cdot(-2)}_{(+4)}\cdot\underbrace{(-2)\cdot(-2)}_{(+4)} = (+4)\cdot(+4) = (+16)$

ç. $(-1)^5 = \underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{(+1)}\cdot\underbrace{(-1)\cdot(-1)}_{(+1)}\cdot(-1) = \underbrace{(+1)\cdot(+1)}_{(+1)}\cdot(-1) = (+1)\cdot(-1) = (-1)$

d. $(-4)^2 = (+16)$

10. Örnek

10'un 1. kuvvetini bulalım.

Çözüm

$10^1 = 10$ bulunur.

11. Örnek

10'un 6. kuvvetini bulalım.

Çözüm

$10^6 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{6 \text{ tane}} = 1\,000\,000$ (10'un 6. kuvveti olan 1 000 000 sayısında 1 rakamının sağında 6 tane 0 olduğunu görüyoruz.)

12. Örnek

10'un 5. kuvvetini bulalım.

Çözüm

$10^5 = \underbrace{10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10}_{5 \text{ tane}} = 100\,000$ (10'un 5. kuvveti olan 100 000 sayısında 1 rakamının sağında 5 tane sıfır olduğunu görüyoruz.)

ALIŞTIRMALAR

1. $(-3)^4$ üslü ifadesinin değeri kaçtır?

A) (-3) B) $(+3)$ C) $(+81)$ D) $(+284)$

2. $(-2)^5$ üslü ifadesinin değerini bulunuz.

3. Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. $(-2)^3$ **b.** -11^2 **c.** $(-20)^1$ **ç.** $(+10)^3$

4. $(-9) \cdot (-9) \cdot (-9) \cdot (-9) \cdot (-9)$ işlemini üslü ifade şeklinde yazınız.

5. $(-5)^4$ üslü ifadesinin değeri kaçtır?

A) -625 B) -25 C) 125 D) 625

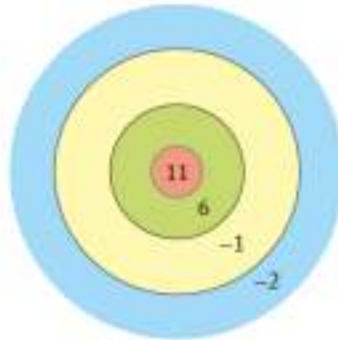
6. $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10$ işlemini üslü ifade olarak yazınız.

7. $(-111)^1$ üslü ifadesinin değerini bulunuz.

8. $(+5)^1$ ile $(+1)^5$ üslü ifadelerin değerlerini bulunuz ve bulduğunuz değerleri karşılaştırınız.

5. Tam Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren Problemler

1. Örnek



İbrahim, yandaki hedef tahtasına 10 tane ok atışı yapıyor. Negatif tam sayıların olduğu her bölgeye üçer ok, pozitif tam sayıların olduğu her bölgeye ikişer ok isabet ettiriyor. İbrahim, isabet ettirdiği her ok için hedef tahtasının o bölgesindeki puanı almaktadır. Buna göre İbrahim toplam kaç puan kazanmıştır? Bulalım.

Çözüm

• Problemi Anlayalım

İbrahim, hedef tahtasında isabet ettirdiği bölgelerin puanlarını alıyor.

• Plan Yapalım

İbrahim'in hedef tahtasında isabet ettirerek aldığı puanların toplamını bulmalıyız.

• Planı Uygulayalım

Negatif puanlar	Pozitif puanlar
$(-1) \cdot 3 = -3$	$6 \cdot 2 = 12$
$(-2) \cdot 3 = -6$	$11 \cdot 2 = 22$
$(-3) + (-6) = -9$	$12 + 22 = 34$

İbrahim'in kazandığı toplam puan: $-9 + 34 = 25$ bulunur.

• Problemi Kontrol Edelim

İbrahim, yaptığı isabetli atışlarla pozitif tam sayılardan 34, negatif tam sayılardan −9 puan almıştır. Bunların toplamı ise $34 + (-9) = 25$ puan olur.

İbrahim'in hedef tahtasında pozitif tam sayıların olduğu bölgelere yaptığı isabetli atışlarından aldığı toplam puan $34 = 6 \cdot 2 + 11 \cdot 2$

$34 = 12 + 22$

$34 = 34$'tür.

İbrahim'in hedef tahtasında negatif tam sayıların olduğu bölgelere yaptığı isabetli atışlardan aldığı toplam puan

$-9 = (-1) \cdot 3 + (-2) \cdot 3$

$-9 = -3 - 6$

$-9 = -9$'dur.

2. Örnek

İçindeki ürünleri –24 °C'de saklayan bir derin dondurucudan çıkarılan bir sıvı 8 dakika süreyle ısıtılarak sıvının sıcaklığı +8 °C oluyor. Geçen sürede her bir dakikadaki sıcaklık artışı sabittir. Buna göre bu sıvının bir dakikadaki sıcaklık artışı kaç derecedir? Bulalım.

Çözüm

8 °C ile –24 °C arasındaki sıcaklık farkını bulalım.

$8 - (-24) = 8 + (+24) = +32$

Sıvının sıcaklığı 32 °C artar.

Sıcaklık değişimi her bir dakikada sabit olarak artmaktadır ve geçen süre 8 dakika olduğundan

$\frac{32}{8} = 4$ olur.

3. Örnek

Nesrin Öğretmen, matematik sınavında öğrencilerine 20 soru sormuştur. Öğrencilerine bu sınavda her doğru cevap için 5 puan vereceğini, her yanlış cevapta ise 3 puan sileceğini söylemiştir.

Ahmet, bu sınavda 16 soruya doğru, 4 soruya yanlış cevap vermiştir. Buna göre Ahmet kaç puan almıştır? Bulalım.

Çözüm

Ahmet, her doğru cevap için $5 \cdot 16 = 80$ puan almıştır.

Ahmet'in her yanlış cevap için $4 \cdot (-3) = -12$ puanı silinmiştir.

Ahmet'in bu sınavdan aldığı toplam puan, $80 + (-12) = 80 - 12 = 68$ olarak bulunur.

4. Örnek

Aşağıdaki tablo bir büfenin bir günlük gelir ve giderlerini göstermektedir. Buna göre bu büfenin gün sonundaki kârını bulalım.

Tablo: Büfenin bir günlük gelir - gider durumu

Gelir (TL)	Gider (TL)
₺ 460	₺ 240

Çözüm

Gelir 460 → (+460) Gider 240 → (–240)

$(+460) + (-240) = 460 - 240 = 220$

Büfeci, günün sonunda 220 TL kâr etmiştir.

5. Örnek

Bir iş yerinde bir kişinin saatlik çalışma ücreti 26 TL'dir. Bu iş yerinde yemek ücreti 22 TL'dir ve bu ücret işçilerden tahsil edilmektedir. Bu iş yerinde Ahmet, günde 6 saat, Serdar ise günde 4 saat çalışmaktadır. Bu işçiler çalıştıkları günlerde yemek yemektedirler. Bu iki işçinin de 5 günde kaçar TL kazandığını bulalım.

Çözüm

Ahmet

Bir günde $6 \cdot 26 = 156$ TL

5 günde $5 \cdot 156 = 780$ TL

5 günlük yemek ücreti $5 \cdot 22 = 110$ TL

Ahmet'in kazancı, $780 - 110 = 670$ TL olur.

Serdar

Bir günde $4 \cdot 26 = 104$ TL

5 günde $5 \cdot 104 = 520$ TL

5 günlük yemek ücreti $5 \cdot 22 = 110$ TL

Serdar'ın kazancı, $520 - 110 = 410$ TL olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir buzulun 300 metresi deniz seviyesinin altında, 100 metresi ise deniz seviyesinin üstündedir. Buna göre bu buzulun yüksekliği kaç metredir?

A) 100 B) 200 C) 300 D) 400

2. Celal Bey'in fabrikasının yılın ilk beş ayındaki gelir ve giderleri aşağıdaki tabloda verilmiştir. Buna göre Celal Bey'in beş aylık kâr-zarar durumunu bulunuz.

Tablo: Celal Bey'in fabrikasının beş aylık gelir ve giderleri

Aylar	Gelir (TL)	Gider (TL)
Ocak	₺ 42 000	₺ 38 000
Şubat	₺ 44 000	₺ 39 000
Mart	₺ 33 000	₺ 36 000
Nisan	₺ 48 000	₺ 41 000
Mayıs	₺ 54 000	₺ 45 000

3. 50 soruluk bir sınavda öğrenciler, doğru cevapladıkları her bir soru için 2 puan, yanlış cevapladıkları her bir soru için ise -1 puan almaktadır.
4 soruyu boş bırakıp 8 soruyu yanlış cevaplayan bir öğrenci bu sınavdan kaç puan almıştır?

A) 62 B) 64 C) 68 D) 70

4. Meltem, haftalık harçlıklarından bir miktarını biriktirerek annesine Anneler Günü'nde hediye alacaktır. Meltem, haftada 25 TL yol ücreti, 30 TL de yemek ücreti vermektedir. Babası ise Meltem'e haftalık 95 TL harçlık vermektedir. 4 hafta sonunda Meltem, annesine alacağı hediye için en fazla kaç TL biriktirebilir?

5. İki basamaklı en büyük negatif tam sayı A ve iki basamaklı en küçük pozitif tam sayı B ise A − B değerini bulunuz.

6. Mehmet'in 1100 TL'si vardır. Serap'a 1000 TL borçlu olan Mehmet'in Sezgin'den de 450 TL alacağı vardır. Mehmet'in Serap'a olan borcunu ödemesi ve Sezgin'den de parasını alması durumunda kaç TL'si olur?

1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Aşağıda bölme işlemleri ve bu işlemlere ait sonuçları verilmiştir. Bölme işlemlerinin sonuçlarını bulunuz. Bulduğunuz sonuçları, verilen sonuçlar ile eşleştiriniz.

İşlem	Sonuç
a. $(+9) : (-3)$	**I.** 0
b. $0 : (-500)$	**II.** (-5)
c. $(-14) : (-2)$	**III.** (-3)
ç. $(-50) : (+10)$	**IV.** $(+2)$
	V. $(+7)$

2. Aşağıdaki noktalı yerleri uygun ifadelerle doldurunuz.

a. Negatif iki tam sayının toplamı .... bir tam sayıdır.

b. Pozitif iki tam sayının toplamı .... bir tam sayıdır.

c. Mutlak değerleri eşit ve ters işaretli iki tam sayının toplamı .... eşittir.

ç. Tam sayılarda toplama işleminde .... yerleri değiştirilirse toplam değişmez.

3. Bir balıkçının denize attığı olta, deniz seviyesinin 20 m altındadır. Bir süre bekleyen balıkçı, oltasını 12 m yukarıya çekiyor. Bu balıkçının oltasının deniz seviyesine olan uzaklığının tam sayı olarak gösterilişi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(+10)$ B) $(+6)$ C) (-8) D) (-12)

4. Aşağıdaki işlemlerden doğru olanların önündeki kutucuğa "D", yanlış olanların önündeki kutucuğa ise "Y" yazınız.

a. ☐ $(-5) \cdot (-12) = (+60)$ **b.** ☐ $(-12) : (-1) = (-12)$

c. ☐ $(-6) - (-1) = (+5)$ **ç.** ☐ $(+60) : (-20) = (-3)$

5. $(-4) \cdot \left[(-5) + (-1)\right]$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(+24)$ B) $(+12)$ C) (-6) D) (-18)

6. $(-7)\cdot(+12)\cdot(+5)\cdot(-9)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 4076 B) 3780 C) 3670 D) 367

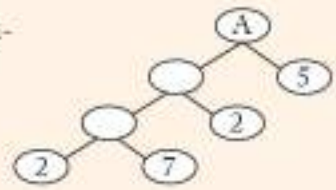
7. $[(+28):(-7)]:(-2)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(+2)$ B) $(+1)$ C) (-1) D) (-2)

8. $(+13)\cdot[(-12):(+4)]$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(+33)$ B) (-26) C) (-36) D) (-39)

9. Yandaki şekilde A sayısının çarpan ağacı verilmiştir. Buna göre A aşağıdakilerden hangisidir?



A) 110 B) 140
C) 180 D) 210

10. Bir engelli okçuluk turnuvasında atılan isabetli her bir atış +5 puan, isabetsiz her bir atış −2 puan olarak değerlendiriliyor. Buna göre 6 isabetli, 3 isabetsiz atış yapan bir okçu kaç puan alır?

A) 20 B) 22
C) 24 D) 26

11. $(-2)^7$ sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $(+64)$ B) (-49) C) (-77) D) (-128)

12. $(-9)\cdot(-9)\cdot(-9)\cdot(-9)\cdot(-9)\cdot(-9)$ tekrarlı çarpımı aşağıdaki üslü ifadelerden hangisiyle gösterilir?

A) 6^9 B) $(-6)^9$ C) $(-9)^6$ D) $(-9)\cdot 6$

13. Aşağıda verilen bölme işlemlerinden hangisinin sonucu diğerlerinden daha büyüktür?

A) $(-96):(-16)$ B) $(-200):(+5)$ C) $(+50):(+5)$ D) $(-150):(+10)$

14. Yandaki görselde helikopter, deniz seviyesinden 35 m yukarıda, denizaltı ise deniz seviyesinden 25 m aşağıdadır. Buna göre helikopter ile denizaltı arasındaki uzaklık kaç metredir?

A) 25 B) 45

C) 50 D) 60

15. Erzurum'da gece en düşük sıcaklık değeri -25 °C olarak ölçülmüştür. Gündüz ölçülen hava sıcaklık değeri, gece ölçülen sıcaklık değerinden 12 °C yüksek çıkmıştır. Buna göre Erzurum'da gündüz sıcaklığı kaç derece selsiyus olmuştur?

A) (-16) B) (-13)

C) (-10) D) (-6)

16. $(-2)^4 : 2^3 - (-1)^5$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) (-1) B) 0 C) $(+2)$ D) $(+3)$

17.
- Emrah, evinden okula 5 adım ileri, 1 adım geri atarak gitmiştir.
- Emrah toplam 358 adım atmıştır.
- Emrah son olarak ileri yöne doğru 4 adım atmıştır.
- Emrah'ın bir adımı 50 cm'dir.

Verilen bilgilere göre Emrah'ın evi ile okul arasındaki uzaklık kaç metredir?

A) 90 B) 120 C) 170 D) 190

18. $a = -2$ ve $b = -3$ olduğuna göre $a^3 + b^2 + 1$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

2. ÜNİTE

A. RASYONEL SAYILAR

1. Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterilmesi

2. Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi

3. Devirli Olan ve Olmayan Ondalık Gösterimlerin Rasyonel Sayı Olarak İfade Edilmesi

4. Rasyonel Sayıları Sıralama ve Karşılaştırma

B. RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

1. Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

2. Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

3. Rasyonel Sayıların Karesinin ve Küplerinin Hesaplanması

4. Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

5. Rasyonel Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren Problemler

Terimler: rasyonel sayılar, devirli ondalık gösterim.

A. RASYONEL SAYILAR

Hazırlık

• Yandaki bir bütün, 2 eş parçaya ayrılmıştır. Eş parçalardan birini boyayınız. Boyalı olan kısmı kesir olarak ifade ediniz.

• Yandaki bir bütün, 8 eş parçaya ayrılmıştır. Eş parçalardan 2 tanesini boyayınız. Boyalı olan kısmı kesir olarak ifade ediniz.

• Boyalı olan kısımları büyüklük olarak karşılaştırınız.

• $\frac{2}{5}$ kesrini 3 ile genişletiniz. Oluşan kesri okuyunuz.

• $\frac{2}{3}$ kesrine denk üç tane kesir yazınız.

1. Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterilmesi

a ve b birer tam sayı ve $b \neq 0$ olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçiminde yazılabilen sayılara **rasyonel sayılar** denir.

$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısında a tam sayısına rasyonel sayının **payı**, b tam sayısına ise rasyonel sayının **paydası** denir.

1. Örnek

1, 2, 3, 4, 5 ve 6 tam sayılarını kullanarak bazı rasyonel sayılar yazalım.

Rasyonel sayı tanımına göre yukarıda verilen sayıları kullanarak

$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{6}{5}, \frac{2}{3}, \frac{2}{5}, \frac{4}{1}, \frac{3}{4}, \frac{4}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{1}, \frac{3}{1}, \frac{5}{1}$ ve $\frac{6}{1}$ gibi rasyonel sayıları yazabiliriz.

! Her tam sayı aynı zamanda paydası 1 olan bir rasyonel sayıdır.

2. Örnek

$-5, -3, 3$ ve 5 tam sayılarını kullanarak bazı rasyonel sayılar yazalım.

$\frac{(-3)}{(+5)} = -\frac{3}{5}$ (Negatif işaretli bir tam sayının, pozitif işaretli bir tam sayıya bölümünün işareti negatiftir.)

$\frac{(+3)}{(-5)} = -\frac{3}{5}$ (Pozitif işaretli bir tam sayının, negatif işaretli bir tam sayıya bölümünün işareti negatiftir.)

Sonuç olarak bunları $\left(-\frac{3}{5}\right) = \frac{3}{-5} = \frac{-3}{5}$ şeklinde yazabiliriz.

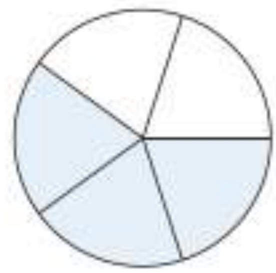
"–" işaretinin kesir çizgisinin önünde ya da sayıların önünde olması sonucu değiştirmez. Yani $\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$ olur.

3. Örnek

$\frac{3}{5}$ rasyonel sayısını bir bütünün parçası olarak ifade edelim ve sayı doğrusu üzerinde gösterelim.

Çözüm

Bir bütünü 5 eş parçaya bölelim. Bu eş parçalardan 3 tanesini boyayalım. Boyanan kısım kesir olarak $\frac{3}{5}$ olur.



Rasyonel sayının payı, paydasından küçük olduğundan sayı doğrusu üzerinde 0 ile 1 arasına bakılır. Paydadaki sayı 5 olduğundan sayı doğrusunda 0 ile 1 arasını 5 eş parçaya bölelim. Sonra 0'dan sağa doğru 3 birim sayalım ve o noktayı sayı doğrusu üzerinde işaretleyelim. Bu nokta $\frac{3}{5}$ rasyonel sayısının yeridir.

Rasyonel sayılar, sayı doğrusu üzerinde gösterilirken iki tam sayı arası, rasyonel sayının paydasındaki sayı kadar eş parçaya bölünür. Bu eş parçalardan sayı pozitif ise sağa doğru, negatif ise sola doğru pay kadar sayılır.

4. Örnek

$\frac{1}{3}, \frac{19}{5}, -2\frac{2}{3}$ ve $-\frac{4}{5}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusunda gösterelim.

Çözüm

$\frac{1}{3}$ kesrini sayı doğrusunda göstermek için 0 ile 1 arasını 3 eş parçaya bölelim ve 0'dan sağa doğru 1 birim sayalım.

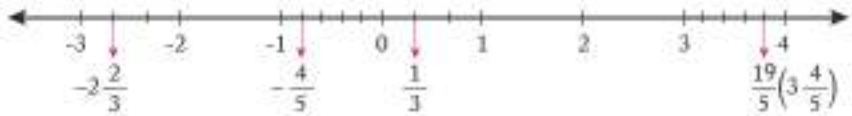
$\frac{19}{5}$ bileşik kesrini $3\frac{4}{5}$ tam sayılı kesir olarak yazabiliriz.

$3\frac{4}{5}$ kesrini sayı doğrusunda göstermek için 3 ile 4 arasını 5 eş parçaya bölelim ve 3'ten sağa doğru 4 birim sayalım.

$-2\frac{2}{3}$ kesrini sayı doğrusunda göstermek için –2 ile –3 arasını 3 eş parçaya bölelim ve –2'den sola doğru 2 birim sayalım.

$\frac{-4}{5}$ kesrini sayı doğrusunda göstermek için 0 ile −1 arasını 5 eş parçaya bölelim ve 0'dan sola doğru 4 birim sayalım.

Bu sayılar sayı doğrusunda şöyle işaretlenir:



5. Örnek

$\frac{3}{2}, \frac{3}{-4}, \frac{0}{6}$ ve $\frac{-2}{0}$ sayılarının rasyonel sayı olup olmadığını gösterelim.

Çözüm

3 ve 2 birer tam sayıdır. İki tam sayının bölümü olan $\frac{3}{2}$ bir rasyonel sayıdır.

3 ve −4 birer tam sayıdır. O zaman $\frac{3}{-4} = -\frac{3}{4}$ de bir rasyonel sayıdır.

0 ve 6 birer tam sayıdır. O zaman $\frac{0}{6}$ bir rasyonel sayıdır.

−2 ve 0 da birer tam sayıdır. Ancak paydası 0 olan $-\frac{2}{0}$ bir rasyonel sayı değildir.

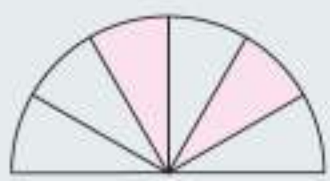
Sonuç olarak $\frac{3}{2}, \frac{3}{-4}$ ve $\frac{0}{6}$ sayıları rasyonel sayıdır. $\frac{-2}{0}$ sayısı ise rasyonel sayı değildir.

ALIŞTIRMALAR

1. −3, −2, −1, 1, 2 ve 3 tam sayılarını kullanarak rasyonel sayılar yazınız.

2. −1, 0, 2 ve 5 tam sayılarını kullanarak rasyonel sayılar yazınız.

3. Yandaki şekilde altı tane eş daire dilimi verilmiştir.
   Buna göre boyalı bölge ile ifade edilen rasyonel sayı aşağıdakilerden hangisidir?



   A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{1}{6}$

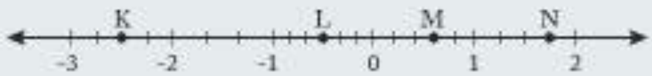
4. $\frac{5}{8}$ rasyonel sayısını sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

5. $\frac{3}{5}, \frac{14}{5}, -3\frac{2}{3}$ ve $-\frac{4}{7}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

6. $\frac{3}{4}$, $1\frac{2}{3}$, 3 ve $-\frac{5}{6}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

7. $-\frac{5}{3}$, $2\frac{1}{4}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.

8. Aşağıdaki sayı doğrusu üzerinde işaretlenmiş K, L, M ve N noktalarına karşılık gelen rasyonel sayıları yazınız.

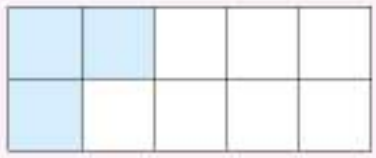


2. Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi

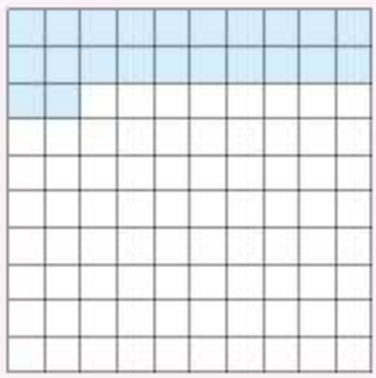
Paydası 10 veya 10'un kuvveti olan (veya paydası 10 veya 10'un kuvveti yapılabilen) rasyonel sayılar ondalık gösterim olarak yazılabilir. Bu yazılışa **rasyonel sayıların ondalık gösterimi** denir.

Etkinlik

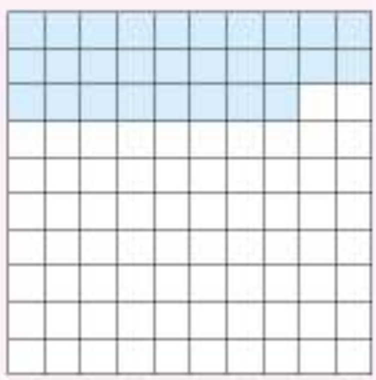
• Yandaki şekilde bir bütün, 10 eş parçaya bölünmüş ve bu parçalardan 3 tanesi boyanmıştır. Şeklin boyalı kısmının ifade ettiği rasyonel sayının ondalık gösterimini yazınız.



• Yandaki şekilde bir bütün, 100 eş parçaya bölünmüş ve bütünün parçalarından 22 tanesi boyanmıştır. Şeklin boyalı kısmının ifade ettiği rasyonel sayının ondalık gösterimini yazınız.



• Yandaki şekilde bir bütün, 100 eş parçaya bölünmüş ve bu parçalardan 28 tanesi boyanmıştır. Şeklin boyalı kısmının ifade ettiği rasyonel sayının ondalık gösterimini yazınız.



1. Örnek

Aşağıda paydası 10, 100 ve 1000 olan rasyonel sayıların ondalık gösterimleri verilmiştir. İnceleyiniz.

a. $\frac{3}{10} = 0,3$ **b.** $\frac{1}{10} = 0,1$ **c.** $\frac{215}{100} = 2,15$

ç. $2\frac{3}{100} = 2,03$ **d.** $\frac{5}{1000} = 0,005$

Bir rasyonel sayıyı ondalık gösterim şeklinde ifade etmek için;

• Sayının paydası 10'un kuvveti olacak şekilde sadeleştirilir veya genişletilir.

• Eğer payda 10'un kuvveti olacak şekilde sadeleştirilemiyor veya genişletilemiyorsa pay paydaya bölünür.

2. Örnek

Aşağıda verilen rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini yazalım.

a. $\frac{5}{20}$ **b.** $\frac{6}{25}$ **c.** $\frac{2}{5}$

Çözüm

a. $\frac{5}{20} = \frac{5 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{25}{100} = 0,25$

b. $\frac{6}{25} = \frac{6 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{24}{100} = 0,24$

c. $\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{40}{100} = 0,40 = 0,4$

3. Örnek

$-\frac{4}{5}$ rasyonel sayısını ondalık gösterim biçiminde yazalım.

Çözüm

I. Yol:

$-\frac{4}{5} = -\frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} = -\frac{80}{100} = -0,80 = -0,8$ bulunur.

II. Yol:

$$\begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ \cline{2-2} -\ 40 & 0,8 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$-\frac{4}{5} = -0,8$ bulunur.

Paydası 10 ya da 10'un kuvveti olacak şekilde genişletilemeyen rasyonel sayıların ondalık gösterimlerine **devirli ondalık gösterim** adı verilir. Devirli ondalık gösterimlerde tekrar eden rakamlar, üstlerine " — " şeklindeki devir çizgisi konularak gösterilir.

4. Örnek

Aşağıda verilen rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini hesap makinesi yardımı ile bulalım.

a. $\frac{2}{3}$ **b.** $-\frac{10}{3}$ **c.** $\frac{191}{90}$

Çözüm

a. $\frac{2}{3} = 0,666\ldots = 0,\overline{6}$

b. $-\frac{10}{3} = -3,333\ldots = -3,\overline{3}$

c. $\frac{191}{90} = 2,1222\ldots = 2,1\overline{2}$

a seçeneğinde $\frac{2}{3} = 0,666\ldots$ sonucunda virgülden sonraki kısmındaki 6 sayısı, sürekli tekrar etmektedir. Bunu $0,\overline{6}$ şeklinde yazabiliriz. Bu şekildeki tekrarlı ondalık gösterimlerde virgülden sonraki devreden basamakların birincisinin üzerine devir çizgisi konur. Aynı şekilde b seçeneği $-3,\overline{3}$ ve c seçeneği de $2,1\overline{2}$ şeklinde gösterilir.

$0,\overline{6}$, $-3,\overline{3}$ ve $2,1\overline{2}$ sayıları devirli ondalık sayılardır.

5. Örnek

$\frac{21}{99}$ rasyonel sayısını ondalık gösterim biçiminde yazalım.

Çözüm

Payı paydaya bölelim:

$$
\begin{array}{r|l}
210 & 99 \\ \cline{2-2}
-198 & 0,2121\ldots \\ \cline{1-1}
120 & \\
-99 & \\ \cline{1-1}
210 & \\
-198 & \\ \cline{1-1}
120 & \\
-99 & \\ \cline{1-1}
21 & \\
\vdots &
\end{array}
$$

$\frac{21}{99}$ rasyonel sayısının devirli ondalık gösterimi $0,212121\ldots = 0,\overline{21}$ olur.

6. Örnek

$\frac{8}{3}$ rasyonel sayını ondalık gösterim biçiminde yazalım.

Çözüm

Payı paydaya bölelim:

$$\begin{array}{r|l} 8 & 3 \\ \cline{2-2} -\ 6 & 2,666... \\ \hline 20 & \\ -\ 18 & \\ \hline 020 & \\ -\ 18 & \\ \hline 020 & \\ -\ 18 & \\ \hline 02 & \\ \vdots & \end{array}$$

$\frac{8}{3}$ rasyonel sayısının ondalık gösterimi 2,666... olur.

$\frac{8}{3}$ kesrinde devreden sayı 6 olduğu için bu devirli ondalık gösterim $2,\overline{6}$ şeklinde yazılır.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki rasyonel sayılara karşılık gelen ondalık gösterimleri yazınız.

a. $\frac{7}{2}$ **b.** $\frac{2}{25}$ **c.** $\frac{9}{10}$ **ç.** $\frac{2}{5}$ **d.** $\frac{14}{100}$ **e.** $\frac{3}{4}$

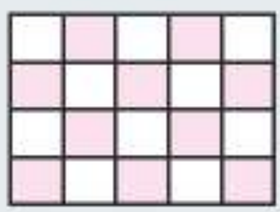
2. Aşağıdaki rasyonel sayılara karşılık gelen ondalık gösterimleri yazınız.

a. $\frac{7}{5}$ **b.** $\frac{2}{3}$ **c.** $-\frac{3}{4}$ **ç.** $\frac{6}{50}$ **d.** $\frac{82}{200}$ **e.** $\frac{73}{500}$

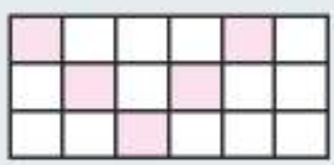
3. Aşağıdaki rasyonel sayıların ondalık gösterimlerini hesap makinesi yardımı ile bulunuz.

a. $\frac{2}{6}$ **b.** $\frac{13}{3}$ **c.** $\frac{20}{3}$ **ç.** $\frac{19}{5}$ **d.** $\frac{51}{99}$ **e.** $\frac{7}{9}$

4. Yandaki şekil birbirine eş karelerden oluşmaktadır. Şekildeki boyalı kısımların ifade ettiği ondalık gösterimi yazınız.



5. Yandaki şekil birbirine eş karelerden oluşmaktadır. Şekildeki boyalı kısımlara karşılık gelen ondalık gösterim aşağıdakilerden hangisidir? (Hesap makinesi kullanınız.)



A) $0,\overline{27}$ B) $0,2\overline{7}$ C) 0,27 D) 0,3

3. Devirli Olan ve Olmayan Ondalık Gösterimlerin Rasyonel Sayı Olarak İfade Edilmesi

1. Örnek

$0,\overline{8}$ devirli ondalık gösterimi biçiminde verilen sayıyı rasyonel sayı olarak ifade edelim.

Çözüm

$x = 0,\overline{8}$ alalım. Eşitliğin her iki tarafını 10 ile çarpalım. Çarpımın sonucu ile $x = 0,\overline{8}$ eşitliğini taraf tarafa çıkaralım. Bu durumda

$$\begin{array}{rl} x = & 0,\overline{8} \\ 10x = & 8,\overline{8} \\ - \quad x = & 0,\overline{8} \\ \hline 9x = & 8,0 \\ x = & \frac{8}{9}\text{'dur.} \end{array}$$

Buradan $0,\overline{8}$ devirli ondalık gösterimi biçiminde verilen sayı $\frac{8}{9}$ rasyonel sayısı olarak ifade edilir.

$0,\overline{8} = \frac{8}{9}$ olur.

Devirli bir ondalık gösterim, $\frac{a}{b}$ biçiminde rasyonel sayı olarak yazılırken sayının virgülsüz hâlinden devretmeyen kısım çıkarılarak elde edilen sayı paya yazılır. Paydaya ise virgülden sonraki devreden basamak sayısı kadar 9, devretmeyen basamak sayısı kadar 0 yazılır.

Örneğin $a,\overline{b} = \frac{ab - a}{9}$, $a,\overline{bc} = \frac{abc - a}{99}$, $ab,c\overline{de} = \frac{abcde - abc}{990}$ gibi.

2. Örnek

Aşağıda verilen devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade edelim.

a. $0,\overline{3}$ **b.** $0,3\overline{5}$ **c.** $3,\overline{27}$

ç. $6,7\overline{2}$ **d.** $12,\overline{345}$ **e.** $16,\overline{9}$

Çözüm

a. $0,\overline{3} = \frac{3 - 0}{9} = \frac{3}{9}$

b. $0,3\overline{5} = \frac{35 - 3}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$

c. $3,\overline{27} = \frac{327 - 3}{99} = \frac{324}{99} = \frac{36}{11}$

ç. $6,7\overline{2} = \frac{672 - 67}{90} = \frac{605}{90} = \frac{121}{18}$

d. $12,\overline{345} = \frac{12\,345 - 12}{999} = \frac{12\,333}{999} = \frac{4111}{333}$

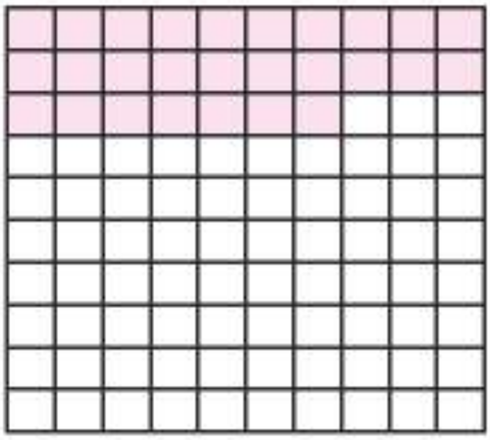
e. $16,\overline{9} = \frac{169 - 16}{9} = \frac{153}{9} = 17$

3. Örnek

$\frac{27}{100}$ rasyonel sayısını yüzlük tabloda gösterelim.

Çözüm

Aşağıdaki tabloda $\frac{27}{100}$ sayısını modelleyebiliriz.



$$27 \,|\, \underline{100} \longrightarrow \begin{array}{r|l} 270 & \underline{100} \\ -\underline{200} & 0{,}27 \\ 0700 & \\ -\underline{700} & \\ 000 & \end{array}$$

$\frac{27}{100}$ sayısının ondalık gösterimini 0,27 biçiminde gösterebiliriz.

a, b, c birer rakam olmak üzere

0,a şeklinde bir ondalık gösterim $\frac{a}{10}$,

a,bc şeklinde bir ondalık gösterim $\frac{abc}{100}$ veya $a\frac{bc}{100}$,

0,abc şeklinde bir ondalık gösterim $\frac{abc}{1000}$ şeklinde yazılır.

4. Örnek

Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazalım.

a. 0,7 **b.** 1,8 **c.** 0,12 **ç.** 2,65 **d.** 0,135 **e.** 1,105

Çözüm

a. $0{,}7 = \frac{7}{10}$ **b.** $1{,}8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$ **c.** $0{,}12 = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}$

ç. $2{,}65 = \frac{265}{100} = \frac{53}{20}$ **d.** $0{,}135 = \frac{135}{1000} = \frac{27}{200}$ **e.** $1{,}105 = \frac{1105}{1000} = \frac{221}{200}$

5. Örnek

Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazalım.

a. 3,5 **b.** 3,28 **c.** 0,125

Çözüm

a. $3,5=\frac{35}{10}=\frac{7}{2}$

b. $3,28=\frac{328}{100}=\frac{82}{25}$

c. $0,125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$

6. Örnek

Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak yazalım.

a. −1,6 **b.** −0,25 **c.** −4,1

Çözüm

a. $-1,6=-\frac{16}{10}=-\frac{8}{5}$

b. $-0,25=-\frac{25}{100}=-\frac{1}{4}$

c. $-4,1=-\frac{41}{10}$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıda verilen devirli ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

a. $0,\overline{4}$ **b.** $0,\overline{7}$ **c.** $0,4\overline{5}$ **ç.** $3,\overline{24}$ **d.** $5,1\overline{24}$ **e.** $6,\overline{318}$

2. Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

a. 0,6 **b.** 4,72 **c.** 4,6 **ç.** 2,48 **d.** 5,11

3. Aşağıdaki ondalık gösterimleri rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

a. 3,09 **b.** 4,012 **c.** 13,212 **ç.** 0,0034

4. 0,37 ondalık gösterimini modelleyerek rasyonel sayı olarak ifade ediniz.

5. 0,48 ondalık gösterimi biçiminde verilen sayıyı rasyonel sayı olarak yazınız.

4. Rasyonel Sayıları Sıralama ve Karşılaştırma

Rasyonel sayılar sıralanırken farklı yöntemlerden faydalanılır.

a. Sayı Doğrusu Üzerinde Göstererek Sıralama

Etkinlik

- Beşer kişilik iki grup oluşturunuz. Gruplar ayrı ayrı birer sayı doğrusu çizsin.
- Aşağıdaki rasyonel sayıları çizdiğiniz sayı doğrusunda gösteriniz.

I. grup $\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ II. grup $\frac{4}{3}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$

- Sayı doğrusuna göre en küçük ve en büyük rasyonel sayıyı belirtiniz.
- Verilen rasyonel sayıları küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

1. Örnek

$1\frac{1}{4}$ ve $2\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusunda karşılaştıralım.

Çözüm

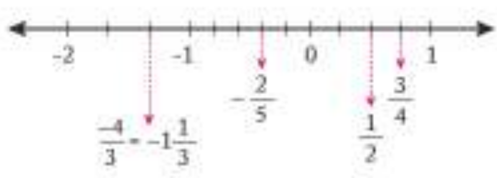
Yukarıdaki sayı doğrusuna göre $1\frac{1}{4} < 2\frac{3}{4}$ olur.

$1\frac{1}{4}$ ve $2\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarının paydaları eşittir. Ancak $2\frac{3}{4}$ rasyonel sayısının tam kısmı, $1\frac{1}{4}$ rasyonel sayısının tam kısmından büyüktür. Bu nedenle verilen rasyonel sayıları, $1\frac{1}{4} < 2\frac{3}{4}$ veya $2\frac{3}{4} > 1\frac{1}{4}$ şeklinde sıralarız.

2. Örnek

$-\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, -\frac{4}{3}$ ve $\frac{3}{4}$ rasyonel sayılarını sayı doğrusundan yararlanarak sıralayalım.

Çözüm



Yukarıdaki sayı doğrusuna göre verilen rasyonel sayılar, küçükten büyüğe doğru $\frac{-4}{3} < -\frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{3}{4}$ şeklinde sıralanır.

Sayı doğrusu üzerinde bütün sayılar sola doğru gidildikçe küçülür, sağa doğru gidildikçe büyür.

b. Ondalık Gösterim Şeklinde Yazarak Sıralama

3. Örnek

$\frac{2}{5}, \frac{7}{4}, \frac{9}{2}$ ve $\frac{28}{20}$ rasyonel sayılarını ondalık gösterim şeklinde yazdıktan sonra küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 20}{5 \cdot 20} = \frac{40}{100} = 0,40$$

$$\frac{7}{4} = \frac{7 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{175}{100} = 1,75$$

$$\frac{9}{2} = \frac{9 \cdot 50}{2 \cdot 50} = \frac{450}{100} = 4,50$$

$$\frac{28}{20} = \frac{28 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{140}{100} = 1,40$$

Yukarıda ondalık gösterim şeklinde yazılan sayıların tam kısımlarına bakıldığında tam kısmı 0 olan 0,40 en küçüktür. 1,40 ile 1,75 ondalık gösterimlerinin tam kısımları eşit olduğundan bu gösterimlerin virgülden sonraki kısımlarına bakılır. Virgülden sonraki kısmı küçük olan 1,40 ondalık gösterimi, 1,75'ten küçüktür. Tam kısmı 4 olan 4,50 ondalık gösterimi bunların içinde en büyüğüdür. O zaman sıralama $0,40 < 1,40 < 1,75 < 4,50$ şeklinde olur. Böylece verilen rasyonel sayılar, küçükten büyüğe doğru $\frac{2}{5} < \frac{28}{20} < \frac{7}{4} < \frac{9}{2}$ şeklinde sıralanır.

4. Örnek

$-\frac{7}{4}, \frac{25}{20}, \frac{1}{2}$ ve $-\frac{3}{5}$ rasyonel sayılarını ondalık gösterim şeklinde yazdıktan sonra küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$$-\frac{7}{4} = -\frac{7 \cdot 25}{4 \cdot 25} = -\frac{175}{100} = -1,75$$

$$\frac{25}{20} = \frac{25 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{125}{100} = 1,25$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 50}{2 \cdot 50} = \frac{50}{100} = 0,50$$

$$-\frac{3}{5} = -\frac{3 \cdot 20}{5 \cdot 20} = -\frac{60}{100} = -0,60$$

Yukarıda ondalık gösterim şeklinde yazılan sayıların tam kısımlarına bakıldığında öncelikle negatif sayılardan başlamak üzere sıralama $-1,75 < -0,60 < 0,50 < 1,25$ şeklinde olur. Böylece verilen rasyonel sayıları $-\frac{7}{4} < -\frac{3}{5} < \frac{1}{2} < \frac{25}{20}$ şeklinde küçükten büyüğe doğru sıralayabiliriz.

5. Örnek

$-\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{5}$, $-\frac{5}{2}$ ve $-\frac{7}{20}$ rasyonel sayılarını ondalık gösterim şeklinde küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$$\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 25}{4\cdot 25}=\frac{75}{100}=0,75$$

$$\frac{1}{5}=\frac{1\cdot 20}{5\cdot 20}=\frac{20}{100}=0,20$$

$$\frac{5}{2}=\frac{5\cdot 5}{2\cdot 5}=\frac{25}{10}=2,50$$

$$\frac{7}{20}=\frac{7\cdot 5}{20\cdot 5}=\frac{35}{100}=0,35$$

$$\left.\begin{array}{r} 0,20<0,35<0,75<2,5 \\ \frac{1}{5}<\frac{7}{20}<\frac{3}{4}<\frac{5}{2} \end{array}\right\}$$

sıralayacağımız rasyonel sayılar negatif olduğundan yandaki sıralamanın yönünü değiştirelim. Bu durumda rasyonel sayıların sıralaması

$$-0,20>-0,35>-0,75>-2,5$$

$$-2,5<-0,75<-0,35<-0,20$$

$-\frac{5}{2}<-\frac{3}{4}<-\frac{7}{20}<-\frac{1}{5}$ şeklinde olur.

c. Payların Eşitliğinden Yararlanarak Sıralama

Payları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan paydası büyük olan küçük, paydası küçük olan ise daha büyüktür.

Payları eşit olan negatif rasyonel sayılardan paydası küçük olan küçük, paydası büyük olan ise büyüktür.

6. Örnek

$\frac{6}{7}$, $\frac{6}{8}$ ve $\frac{6}{5}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

Verilen rasyonel sayıların payları eşit olduğundan sıralama yapabilmek için paydalara bakalım. Payları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan paydası büyük olan küçük, paydası küçük olan büyük olacağından rasyonel sayıların sıralaması $\frac{6}{8}<\frac{6}{7}<\frac{6}{5}$ şeklinde olur.

7. Örnek

$-\frac{3}{4}, -\frac{3}{7}, -\frac{3}{5}$ ve $-\frac{3}{8}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

Verilen negatif rasyonel sayıların payları eşittir. Bunları sıralamak için paydalarına bakılmalıdır. Payları eşit olan negatif rasyonel sayılardan paydası küçük olan küçük, paydası büyük olan büyük olacağından pozitif rasyonel sayıların tersine olarak sıralama $-\frac{3}{4} < -\frac{3}{5} < -\frac{3}{7} < -\frac{3}{8}$ şeklinde olur.

8. Örnek

$-\frac{2}{9}, -\frac{3}{11}$ ve $-\frac{1}{8}$ rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$\underset{(3)}{-\frac{2}{9}}, \underset{(2)}{-\frac{3}{11}}, \underset{(6)}{-\frac{1}{8}}$ ise $\frac{6}{-27}, \frac{6}{-22}, \frac{6}{-48}$ olur. Paylar eşitlendiğinden

$$\frac{6}{-22} < \frac{6}{-27} < \frac{6}{-48}$$

$$-\frac{3}{11} < -\frac{2}{9} < -\frac{1}{8}\text{'dir.}$$

Sıralama büyükten küçüğe doğru $-\frac{1}{8} > -\frac{2}{9} > -\frac{3}{11}$ şeklinde olur.

ç. Paydaların Eşitliğinden Yararlanarak Sıralama

9. Örnek

$\frac{13}{7}, \frac{5}{7}, \frac{3}{7}$ ve $\frac{8}{7}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

Paydaları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan payı küçük olan sayı, payı büyük olan sayıdan küçük olacağından sıralama $\frac{3}{7} < \frac{5}{7} < \frac{8}{7} < \frac{13}{7}$ şeklinde olur.

Paydaları eşit olan pozitif rasyonel sayılardan payı küçük olan küçük, payı büyük olan ise büyüktür.

Paydaları eşit olan negatif rasyonel sayılardan payı büyük olan küçük, payı küçük olan ise büyüktür.

Payları ve paydaları birbirinden farklı olan rasyonel sayılarda sıralama yapmak için önce sayıların paylarının veya paydalarının eşitlenmesi gerekir. Sıralama daha sonra yukarıdaki gibi yapılır.

10. Örnek

$\frac{4}{9}, \frac{5}{3}, \frac{17}{18}$ ve $\frac{8}{15}$ rasyonel sayılarını sıralayalım.

Çözüm

Verilen rasyonel sayıların pay ve paydaları birbirinden farklıdır. Bu gibi durumlarda paydalar eşitlenir. Paydalar eşitlendiğinde

$\underset{(10)}{\frac{4}{9}}, \underset{(30)}{\frac{5}{3}}, \underset{(5)}{\frac{17}{18}}, \underset{(6)}{\frac{8}{15}}$ ise $\frac{40}{90}, \frac{150}{90}, \frac{85}{90}, \frac{48}{90}$ olarak bulunur.

Paydaları eşit olan rasyonel sayılardan payı küçük olan rasyonel sayının, payı büyük olan rasyonel sayıdan küçük olacağını biliyoruz.

$\frac{40}{90} < \frac{48}{90} < \frac{85}{90} < \frac{150}{90}$ olduğundan sıralama $\frac{4}{9} < \frac{8}{15} < \frac{17}{18} < \frac{5}{3}$ şeklindedir.

!

Negatif rasyonel sayılar sıralanırken paydalar eşit değilse paydalar eşitlenir. Paydalar eşit ise payı büyük olan negatif rasyonel sayı küçük, payı küçük olan negatif rasyonel sayı büyüktür.

Negatif rasyonel sayılar kendi aralarında karşılaştırılırken önce sayıların işareti dikkate alınmadan sıralama yapılır. Sonra negatif işaretler yazılır ve pozitif sayılar için bulunan sıralamanın yönü değiştirilir.

$3 < 6 < 10$ ise $-3 > -6 > -10$ veya $-10 < -6 < -3$ olur.

$\frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 1$ ise $-\frac{1}{4} > -\frac{1}{2} > -1$ veya $-1 < -\frac{1}{2} < -\frac{1}{4}$ olur.

11. Örnek

$-\frac{9}{2}, -\frac{5}{8}, -\frac{7}{4}$ ve $-\frac{1}{6}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım.

Çözüm

$-\underset{(12)}{\frac{9}{2}}, -\underset{(3)}{\frac{5}{8}}, -\underset{(6)}{\frac{7}{4}}, -\underset{(4)}{\frac{1}{6}}$ ise $-\frac{108}{24}, -\frac{15}{24}, -\frac{42}{24}, -\frac{4}{24}$ bulunur.

Negatif sayılar sayı doğrusunda sıfıra yaklaştıkça büyür.

$-\frac{108}{24} < -\frac{42}{24} < -\frac{15}{24} < -\frac{4}{24}$ olduğundan sıralama $-\frac{9}{2} < -\frac{7}{4} < -\frac{5}{8} < -\frac{1}{6}$ şeklindedir.

d. Yarıma Yakınlığına Göre Sıralama

12. Örnek

$\frac{1}{4}$ ile $\frac{7}{8}$ rasyonel sayılarını karşılaştıralım.

Çözüm

$\frac{4}{4}$ tam, $\frac{2}{4}$ yarımdır. $\frac{1}{4}$ yarımdan küçüktür. $\frac{8}{8}$ tam, $\frac{4}{8}$ yarımdır. $\frac{7}{8}$ yarımdan büyüktür.

Buradan $\frac{1}{4} < \frac{7}{8}$ veya $\frac{7}{8} > \frac{1}{4}$ olur.

e. Bütüne Yakınlığına Göre Sıralama

13. Örnek

$\frac{4}{5}$ ve $\frac{5}{6}$ rasyonel sayılarını karşılaştıralım.

Çözüm

$\frac{4}{5}$ rasyonel sayısının bütüne (1'e) yakınlığı $\frac{1}{5}$'tir.

$\frac{5}{6}$ rasyonel sayısının bütüne (1'e) yakınlığı $\frac{1}{6}$'dır.

$\frac{1}{6} < \frac{1}{5}$ olduğundan $\frac{5}{6}$ bütüne $\frac{4}{5}$'ten daha yakındır.

Buradan $\frac{4}{5} < \frac{5}{6}$ veya $\frac{5}{6} > \frac{4}{5}$ olur.

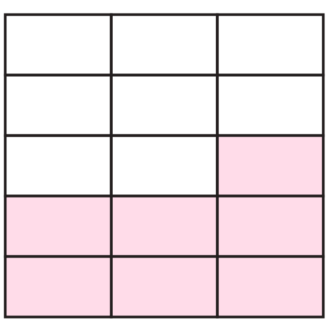
14. Örnek

$\frac{7}{15}$ ve $\frac{9}{13}$ rasyonel sayılarını karşılaştıralım.

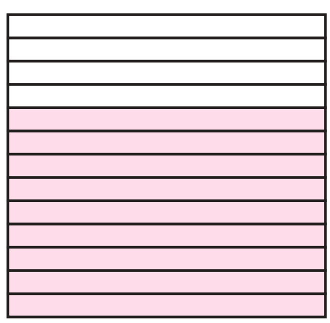
Çözüm

Aynı bütünün ayrı ayrı $\frac{7}{15}$'lik ve $\frac{9}{13}$'lük kısımlarını boyayalım.

$\frac{7}{15} < \frac{1}{2} < \frac{9}{13}$ olduğundan sıralama $\frac{7}{15} < \frac{9}{13}$ şeklindedir.



$\frac{7}{15}$



$\frac{9}{13}$

Yukarıdaki şekle göre sıralama $\frac{7}{15} < \frac{9}{13}$ olur.

ALIŞTIRMALAR

1. $-\frac{5}{6}, \frac{2}{5}, 1\frac{2}{3}$ ve $-\frac{14}{4}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

2. $-\frac{3}{5}, \frac{4}{25}, \frac{13}{2}$ ve $-\frac{9}{20}$ rasyonel sayılarını ondalık gösterim şeklinde yazarak küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

3. $\frac{9}{4}, \frac{9}{7}, \frac{9}{5}$ ve $\frac{9}{11}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

4. $-\frac{5}{16}, -\frac{5}{7}, -\frac{5}{9}$ ve $-\frac{5}{14}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

5. $-\frac{6}{9}, -\frac{14}{9}, \frac{8}{9}$ ve $\frac{15}{9}$ rasyonel sayılarını küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

6. $\frac{3}{4}$ ve $\frac{1}{3}$ rasyonel sayılarını yarıma $\left(\frac{1}{2}\text{'ye}\right)$ yakınlıklarına göre büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

7. $\frac{9}{8}$ ile $\frac{7}{9}$ rasyonel sayılarını bütüne (1'e) yakınlıklarına göre büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

8. $\frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{6}{7}$ ve $\frac{22}{28}$ rasyonel sayılarını ondalık gösterim şeklinde yazdıktan sonra küçükten büyüğe doğru sıralayınız.

9. $\frac{6}{4}, -\frac{3}{5}, \frac{7}{3}$ ve $-\frac{26}{16}$ rasyonel sayılarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

10. Aşağıdaki sayı çiftlerini, kutuların içine "<, >, =" sembollerinden uygun olanını yazarak karşılaştırınız.

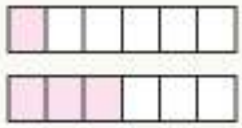
a. $\frac{2}{5} \square \frac{3}{5}$ **b.** $\frac{14}{9} \square \frac{11}{9}$ **c.** $\frac{24}{24} \square \frac{13}{13}$

ç. $-\frac{15}{8} \square -\frac{8}{9}$ **d.** $-2\frac{3}{4} \square -1\frac{5}{6}$ **e.** $4\frac{1}{4} \square -2\frac{2}{5}$

B. RASYONEL SAYILARLA İŞLEMLER

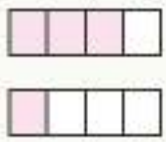
Hazırlık

• Aşağıda boyalı olan kısımları kesir olarak ifade ediniz. İfade ettiğiniz kesirleri toplayınız.



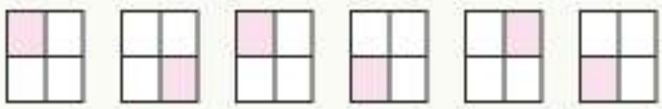
• $1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{4}$ işleminin sonucunu kesirlerle toplama işlemine göre bulunuz.

• Aşağıda boyalı olan kısımları kesir olarak ifade ediniz. İfade ettiğiniz kesirlerin farkını alınız.



• $2\frac{1}{4} - 1$ işleminin sonucunu kesirlerle çıkarma işlemine göre bulunuz.

• Aşağıdaki eş şekilleri birleştirerek boyalı kısımların tamamının belirttiği kesri toplama işlemi ile bulunuz.



• Bir apartmanda bulunan 40 ailenin $\frac{1}{2}$ 'si gazete abonesidir. Buna göre bu apartmanda abone olmayan kaç aile olduğunu bulunuz.

• Bir sayının $\frac{1}{2}$ 'si ile yarısını karşılaştırınız.

• Aşağıda verilen üslü ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. 2^3 **b.** 3^2 **c.** 4^3 **ç.** 5^3 **d.** $(-5)^3$ **e.** $(-10)^2$

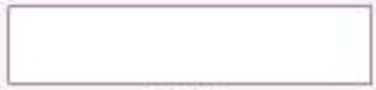
1. Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri

a. Rasyonel Sayılarla Toplama İşlemi

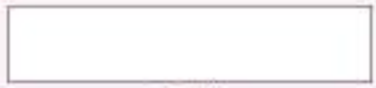
Etkinlik

Araç ve Gereçler: boya kalemleri.

- Yandaki eş şekillerden her birini 12 eş parçaya ayırınız.
- 1. şeklin 4 parçasını, 2. şeklin 3 parçasını boyayınız.
- Boyadığınız parçaları kesip yan yana ekleyiniz.
- Eklediğiniz parçalar bir bütünün kaçta kaçıdır?
- Rasyonel sayılarda toplama işleminin nasıl yapıldığını açıklayınız.



1. şekil



2. şekil

Rasyonel sayılarla toplama işlemi yapılırken paydalar eşit ise paylar toplanarak paya, ortak payda da paydaya yazılır. Paydalar eşit değilse paydalar eşitlenir.

1. Örnek

$\frac{5}{9}+\frac{7}{9}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\frac{5}{9}+\frac{7}{9}$ işleminde paydalar eşit olduğundan paylar toplanarak paya, ortak payda ise paydaya yazılır.

$\frac{5}{9}+\frac{7}{9}=\frac{5+7}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$ bulunur.

2. Örnek

$\frac{1}{2}+\frac{4}{3}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\underset{(3)}{\frac{1}{2}}+\underset{(2)}{\frac{4}{3}}=\frac{3}{6}+\frac{8}{6}=\frac{3+8}{6}=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}$ bulunur.

3. Örnek

$\frac{3}{7} + 5$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Tam sayıyı rasyonel sayıya çevirelim.

$$\frac{3}{7} + 5 = \underset{(1)}{\frac{3}{7}} + \underset{(7)}{\frac{5}{1}} = \frac{3 + 35}{7} = \frac{38}{7} = 5\frac{3}{7} \text{ bulunur.}$$

4. Örnek

$3\frac{2}{3} + \frac{4}{9}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Toplananlar içerisinde bulunan tam sayılı kesir bileşik kesre çevrilir. Sonra toplama işlemi yapılır.

$$3\frac{2}{3} + \frac{4}{9} = \underset{(3)}{\frac{11}{3}} + \underset{(1)}{\frac{4}{9}} = \frac{33 + 4}{9} = \frac{37}{9} = 4\frac{1}{9} \text{ bulunur.}$$

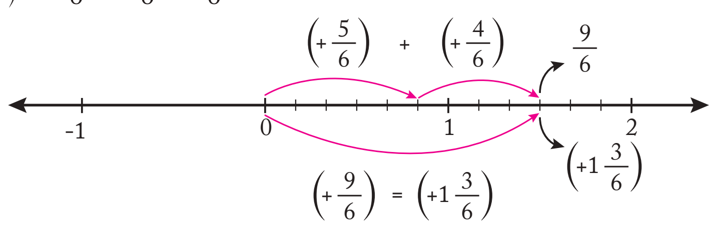
5. Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulalım. Bulduğumuz sonuçları sayı doğrusu üzerinde modelleyerek gösterelim.

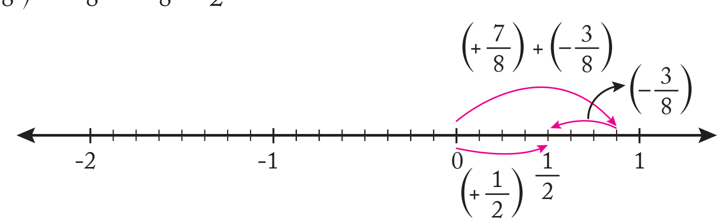
a. $\left(+\frac{5}{6}\right) + \left(+\frac{4}{6}\right)$ **b.** $\left(+\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right)$ **c.** $\left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right)$

Çözüm

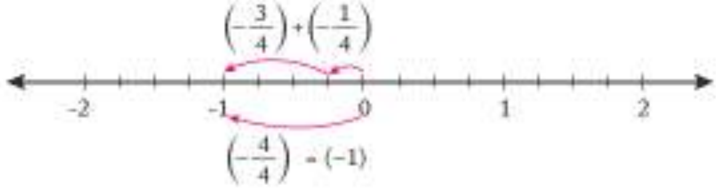
a. $\left(+\frac{5}{6}\right) + \left(+\frac{4}{6}\right) = \frac{5 + 4}{6} = \frac{9}{6} = 1\frac{3}{6}$'dır. Bu sayının sayı doğrusu üzerindeki modellemesi şöyledir:



b. $\left(+\frac{7}{8}\right) + \left(-\frac{3}{8}\right) = \frac{7 - 3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$'dir. Bu sayının sayı doğrusu üzerindeki modellemesi şöyledir:



c. $\left(-\frac{1}{4}\right)+\left(-\frac{3}{4}\right)=\frac{-1-3}{4}=-\frac{4}{4}=-1$'dir. Bu sayının sayı doğrusu üzerindeki modellemesi şöyledir:



6. Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a. $\left(-\frac{4}{9}\right)+\left(\frac{11}{3}\right)+\left(-\frac{7}{12}\right)$ **b.** $\left(\frac{8}{11}\right)+\left(-\frac{7}{22}\right)+\left(\frac{1}{33}\right)$

Çözüm

a. $$\left(-\frac{4}{\underset{(4)}{9}}\right)+\left(\frac{11}{\underset{(12)}{3}}\right)+\left(-\frac{7}{\underset{(3)}{12}}\right)=\left(\frac{-16}{36}\right)+\left(\frac{132}{36}\right)+\left(-\frac{21}{36}\right)=\frac{132-16-21}{36}$$

$$=\frac{95}{36}=2\frac{23}{36} \text{ bulunur.}$$

b. $$\left(\frac{8}{\underset{(6)}{11}}\right)+\left(-\frac{7}{\underset{(3)}{22}}\right)+\left(\frac{1}{\underset{(2)}{33}}\right)=\left(\frac{48}{66}\right)+\left(-\frac{21}{66}\right)+\left(\frac{2}{66}\right)=\frac{48-21+2}{66}$$

$$=\frac{29}{66} \text{ bulunur.}$$

b. Rasyonel Sayılarda Toplama İşleminin Özellikleri

Etkinlik

- Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız.

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)+\left(+\frac{4}{3}\right)$ ile $\left(+\frac{4}{3}\right)+\left(-\frac{2}{3}\right)$

b. $\left(+\frac{1}{2}\right)+\left[\left(+\frac{8}{5}\right)+\left(-\frac{2}{10}\right)\right]$ ile $\left[\left(+\frac{1}{2}\right)+\left(+\frac{8}{5}\right)\right]+\left(-\frac{2}{10}\right)$

- Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları yorumlayınız.

a. $\left(+\frac{2}{3}\right)+0$ **b.** $\left(-\frac{2}{5}\right)+0$ **c.** $0+\frac{2}{5}$ **ç.** $0+\frac{1}{2}$

- Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları yorumlayınız.

a. $\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)$ **b.** $\left(-\frac{4}{5}\right)+\frac{4}{5}$ **c.** $\frac{5}{6}+\left(-\frac{5}{6}\right)$ **ç.** $\left(-\frac{4}{3}\right)+\frac{3}{4}$

1. Değişme Özelliği

Özellik

Toplanan rasyonel sayıların yeri değiştirildiğinde toplam değişmez. Buna göre rasyonel sayılarda toplama işleminin **değişme özelliği** vardır. $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ rasyonel sayılar olmak üzere; $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{c}{d}+\frac{a}{b}$'dir.

7. Örnek

Aşağıdaki eşitlikte ■ değerini bulalım.

$$\left(-\frac{6}{7}\right)+\frac{2}{3}=■+\left(-\frac{6}{7}\right)$$

Çözüm

$$\left(-\frac{6}{7}\right)+\left(\frac{2}{3}\right)=■+\left(-\frac{6}{7}\right)$$

$$\frac{2}{3}+\left(-\frac{6}{7}\right)=■+\left(-\frac{6}{7}\right) \text{ (değişme özelliği)}$$

Buradan $■=\frac{2}{3}$ bulunur.

2. Birleşme Özelliği

Özellik

Üç rasyonel sayı ile toplama işleminde ilk iki rasyonel sayının toplamıyla üçüncü rasyonel sayının toplamı, son iki rasyonel sayının toplamıyla ilk rasyonel sayının toplamına eşittir. Buna göre rasyonel sayılarda toplama işleminin **birleşme özelliği** vardır. $\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ve $\frac{e}{f}$ rasyonel sayılar olmak üzere; $\left(\frac{a}{b}+\frac{c}{d}\right)+\frac{e}{f}=\frac{a}{b}+\left(\frac{c}{d}+\frac{e}{f}\right)$'dir.

8. Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulup karşılaştıralım.

a. $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right)$ **b.** $\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right)$

Çözüm

a. $$\left(-\underset{(8)}{\frac{4}{5}}\right)+\left[\left(-\underset{(5)}{\frac{5}{8}}\right)+\left(+\underset{(10)}{\frac{7}{4}}\right)\right]=\left(-\frac{32}{40}\right)+\left[\left(-\frac{25}{40}\right)+\left(+\frac{70}{40}\right)\right]=\left(-\frac{32}{40}\right)+\left[\left(\frac{-25+70}{40}\right)\right]$$

$$=\left(-\frac{32}{40}\right)+\left(+\frac{45}{40}\right)$$

$$=\left(\frac{-32+45}{40}\right)$$

$$=\frac{13}{40} \text{ bulunur.}$$

$$\textbf{b. } \left[\left(-\underset{(8)}{\frac{4}{5}}\right)+\left(-\underset{(5)}{\frac{5}{8}}\right)\right]+\left(+\underset{(10)}{\frac{7}{4}}\right)=\left[\left(-\frac{32}{40}\right)+\left(-\frac{25}{40}\right)\right]+\left(+\frac{70}{40}\right)$$

$$=\left[\left(-\frac{32}{40}\right)+\left(-\frac{25}{40}\right)\right]+\left(+\frac{70}{40}\right)$$

$$=\left[\left(\frac{-32-25}{40}\right)\right]+\left(+\frac{70}{40}\right)$$

$$=\left(-\frac{57}{40}\right)+\left(+\frac{70}{40}\right)$$

$$=\left(\frac{-57+70}{40}\right)$$

$$=\frac{13}{40}$$

$$\left(-\frac{4}{5}\right)+\left[\left(-\frac{5}{8}\right)+\left(+\frac{7}{4}\right)\right]=\left[\left(-\frac{4}{5}\right)+\left(-\frac{5}{8}\right)\right]+\left(+\frac{7}{4}\right)$$

$\frac{13}{40}=\frac{13}{40}$ olur.

İki işlemin sonucu da aynıdır. Üç rasyonel sayının toplamında ayracın ve sayıların yerleri değiştirilse de sonuç değişmemiştir.

3. Etkisiz (Birim) Eleman Özelliği

Özellik

Bir rasyonel sayının 0 ile toplamı sayının kendisine eşittir. Buna göre 0, rasyonel sayılarda toplama işleminin etkisiz (birim) elemanıdır.

$\frac{a}{b}$ rasyonel sayısı için $\frac{a}{b}+0=0+\frac{a}{b}=\frac{a}{b}$'dir.

9. Örnek

Aşağıdaki toplama işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $\left(+\frac{3}{9}\right)+0$ **b.** $0+\left(+\frac{2}{5}\right)$ **c.** $\left(-\frac{5}{8}\right)+0$

Çözüm

a. $\left(+\frac{3}{9}\right)+0=\left(+\frac{3}{9}\right)$

b. $0+\left(+\frac{2}{5}\right)=\left(+\frac{2}{5}\right)$

c. $\left(-\frac{5}{8}\right)+0=\left(-\frac{5}{8}\right)$ bulunur.

4. Ters Eleman Özelliği

Özellik

İki rasyonel sayının toplamı, toplama işleminin etkisiz elemanın (0) veriyorsa bu iki rasyonel sayı toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

$\frac{a}{b}$ ve $-\frac{a}{b}$ rasyonel sayılar olmak üzere $\frac{a}{b}+\left(-\frac{a}{b}\right)=\left(-\frac{a}{b}\right)+\frac{a}{b}=0$ 'dır.

$\frac{a}{b}$ ile $-\frac{a}{b}$ toplama işlemine göre birbirinin tersidir.

10. Örnek

$\left(+\frac{4}{9}\right)$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersini bulalım.

Çözüm

$\left(+\frac{4}{9}\right)+\left(-\frac{4}{9}\right)=\frac{4-4}{9}=\frac{0}{9}=0$ olduğundan

$\left(+\frac{4}{9}\right)$'un toplama işlemine göre tersi $\left(-\frac{4}{9}\right)$'dur.

11. Örnek

$\left(-\frac{3}{7}\right)$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersini bulalım.

Çözüm

$\left(-\frac{3}{7}\right)+\left(+\frac{3}{7}\right)=\frac{-3+3}{7}=\frac{0}{7}=0$ olduğundan

$\left(-\frac{3}{7}\right)$'nin toplama işlemine göre tersi $\left(+\frac{3}{7}\right)$'dir.

12. Örnek

$\left(+\frac{3}{8}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\left(+\frac{3}{8}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)=\frac{3-3}{8}=\frac{0}{8}=0$ bulunur.

!

$0=\frac{0}{1}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi yine sıfırdır. Sıfırın işareti yoktur.

$0+0=0$ olduğundan 0'ın toplama işlemine göre tersi yine 0'dır.

c. Rasyonel Sayılarla Çıkarma İşlemi

Etkinlik

Araç ve Gereçler: boya kalemleri.

• Yanda verilen bir bütün, 10 eş parçaya ayrılmıştır.

• 7 parçasını boyayınız. Boyalı kısmı kesir olarak yazınız.

• Boyadığınız parçalardan 2 tanesini geri alınız. Alınan boyalı parçayı kesir olarak yazınız.

• Kalan boyalı parçaları kesir olarak yazınız.

• Rasyonel sayılarda çıkarma işleminin nasıl yapıldığını açıklayınız.

Rasyonel sayılarla çıkarma işlemi yapılırken paydalar eşit değilse paydalar eşitlenir, paydalar eşitse paylar birbirinden çıkarılır. Çıkan sonuç paya, ortak payda da paydaya yazılır.

13. Örnek

$5\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$5\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$ işleminde önce tam sayılı kesir, bileşik kesre dönüştürülür. Sonra çıkarma işlemi yapılır. Sonuç

$5\frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{17}{3} - \frac{1}{3} = \frac{17-1}{3} = \frac{16}{3}$ bulunur.

14. Örnek

$\frac{7}{9} - \frac{5}{3}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\frac{7}{9} - \frac{5}{3}$ işlemini yapmak için önce paydalar eşitlenir, sonra çıkarma işlemi yapılır. Sonuç

$\underset{(1)}{\frac{7}{9}} - \underset{(3)}{\frac{5}{3}} = \frac{7}{9} - \frac{15}{9} = \frac{7-15}{9} = \frac{-8}{9} = -\frac{8}{9}$ bulunur.

15. Örnek

$\frac{14}{12} - \frac{1}{4}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$\frac{14}{12} - \frac{1}{4}$ işleminin paydaları farklı olduğundan önce paydalar eşitlenir, sonra çıkarma işlemi yapılır. Sonuç

$\underset{(1)}{\frac{14}{12}} - \underset{(3)}{\frac{1}{4}} = \frac{14}{12} - \frac{3}{12} = \frac{14-3}{12} = \frac{11}{12}$ bulunur.

16. Örnek

Aşağıdaki çıkarma işlemi tablosunda sütundaki sayılardan satırdaki sayıları çıkararak tabloyu dolduralım.

Tablo: Çıkarma işlemi

–	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
1				
$\frac{3}{4}$				
$\frac{1}{2}$				
$\frac{1}{4}$				

Çözüm

1. satır	2. satır
$1 - 1 = 0$	$\frac{3}{4} - 1 = \underset{(1)}{\frac{3}{4}} - \underset{(4)}{\frac{1}{1}} = \frac{3-4}{4} = -\frac{1}{4}$
$1 - \frac{3}{4} = \underset{(4)}{\frac{1}{1}} - \frac{3}{4} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{4} - \frac{3}{4} = 0$
$1 - \frac{1}{2} = \underset{(2)}{\frac{1}{1}} - \underset{(1)}{\frac{1}{2}} = \frac{2-1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{3}{4} - \underset{(2)}{\frac{1}{2}} = \frac{3-2}{4} = \frac{1}{4}$
$1 - \frac{1}{4} = \underset{(4)}{\frac{1}{1}} - \frac{1}{4} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

3. satır	4. satır
$\frac{1}{2} - 1 = \underset{(1)}{\frac{1}{2}} - \underset{(2)}{\frac{1}{1}} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4} - 1 = \underset{(1)}{\frac{1}{4}} - \underset{(4)}{\frac{1}{1}} = \frac{1-4}{4} = -\frac{3}{4}$
$\underset{(2)}{\frac{1}{2}} - \frac{3}{4} = \frac{2-3}{4} = -\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$	$\frac{1}{4} - \underset{(2)}{\frac{1}{2}} = \frac{1-2}{4} = -\frac{1}{4}$
$\underset{(2)}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} = \frac{2-1}{4} = \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$

Bulduğumuz değerleri tabloda yerlerine yazarsak tablomuz şöyle olur:

Tablo: Çıkarma işlemi

–	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	0

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\frac{12}{7} + \frac{3}{14}$

b. $3\frac{2}{5} + \left(-\frac{7}{10}\right)$

c. $\frac{18}{17} + \frac{13}{34}$

ç. $5 - \frac{21}{48}$

d. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}$

e. $\left(-2\frac{7}{2}\right) + \frac{9}{4}$

f. $\frac{8}{11} - \frac{3}{11}$

g. $\frac{6}{5} + 3$

2. Aşağıdaki eşitliklerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $\frac{3}{5}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}+\frac{3}{5}$

B) $\frac{2}{3}+\left[\frac{5}{8}+\frac{2}{5}\right]=\left[\frac{2}{3}+\frac{5}{8}\right]+\frac{2}{5}$

C) $\frac{9}{16}+0=0+\frac{9}{16}$

D) $\frac{3}{13}+\left(-\frac{3}{13}\right)=\left(\frac{-3}{13}\right)-\frac{3}{13}$

3. Aşağıdaki eşitliklerde ■ yerine gelecek rasyonel sayıları bulunuz.

a. $\frac{4}{19}+(■)=\frac{9}{38}$

b. $\frac{5}{17}+\frac{9}{17}=(■)+\frac{5}{17}$

c. $\frac{2}{15}+\left[\frac{3}{5}+\frac{4}{3}\right]=\left[\frac{2}{15}+\frac{3}{5}\right]+(■)$

ç. $\frac{3}{41}+(■)=0$

d. $\left(\frac{3}{29}\right)+(■)=\frac{3}{29}$

4. Aşağıdaki rasyonel sayıların toplama işlemine göre terslerini bulunuz.

a. $-3\frac{7}{9}$ **b.** $\frac{7}{8}$ **c.** $-\frac{5}{7}$ **ç.** $4\frac{1}{5}$ **d.** $\frac{18}{13}$

5. Aşağıdaki tabloda verilen sayılarla toplama işlemlerini yaparak boşlukları doldurunuz.

Tablo: Toplama işlemi

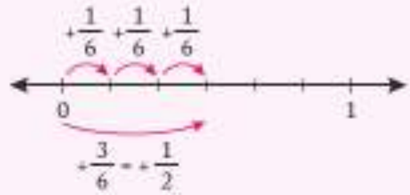
+	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
0					
$\frac{1}{8}$					
$\frac{1}{4}$					
$\frac{1}{2}$					
1					

2. Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri

a. Rasyonel Sayılarla Çarpma İşlemi

Etkinlik

- Aşağıda sayı doğrusunda gösterilen işlemi toplama işlemi olarak yazınız.



- Yazdığınız toplama işlemini çarpma işlemi olarak yazınız.
- Rasyonel sayılarda çarpma işlemini nasıl yaptığınızı açıklayınız.

Rasyonel sayılarla çarpma işlemi yapılırken paylar kendi arasında çarpılır, çıkan sonuç paya yazılır. Paydalar da kendi arasında çarpılır, çıkan sonuç paydaya yazılır.

a, b, c ve d birer tam sayı ve ($b \neq 0$, $d \neq 0$) olmak üzere $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$'dir.

1. Örnek

$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Payları kendi aralarında çarpalım. Çarpımı paya yazalım. Paydaları kendi aralarında çarpalım. Çarpımı paydaya yazalım.

$\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{8}{15}$ bulunur.

2. Örnek

Aşağıdaki çarpma işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

a. $3 \cdot \left(+\frac{1}{4}\right)$ **b.** $3 \cdot \left(-\frac{2}{9}\right)$

Çözüm

a. $\frac{3}{1} \cdot \left(+\frac{1}{4}\right) = \frac{(+3) \cdot (+1)}{1 \cdot 4} = \left(+\frac{3}{4}\right)$ olur.

b. $\frac{3}{1} \cdot \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{3 \cdot (-2)}{1 \cdot 9} = \left(-\frac{6}{9}\right) = -\frac{2}{3}$ bulunur.

3. Örnek

$(-1)\cdot\frac{6}{13}$ ve $\frac{6}{5}\cdot(-1)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$(-1)\cdot\frac{6}{13}=\frac{(-1)\cdot 6}{13}=-\frac{6}{13}$ olur.

$\frac{6}{5}\cdot(-1)=\frac{6\cdot(-1)}{5}=-\frac{6}{5}$ bulunur.

Herhangi bir rasyonel sayı -1 ile çarpıldığında rasyonel sayının işareti değişir.

b. Rasyonel Sayılarda Çarpma İşleminin Özellikleri

Etkinlik

- Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız.

a. $\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{4}{5}$ ile $\frac{4}{5}\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$

b. $\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left[\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)\right]$ ile $\left[\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\frac{2}{3}\right]\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)$

- Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları yorumlayınız.

a. $0\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)$

b. $\frac{4}{5}\cdot 0$

c. $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}$

ç. $\left(-\frac{5}{6}\right)\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)$

- Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz ve bulduğunuz sonuçları yorumlayınız.

a. $\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left[\frac{3}{5}+\left(-\frac{2}{7}\right)\right]$ ile $\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\frac{3}{5}+\left(-\frac{4}{5}\right)\cdot\left(-\frac{2}{7}\right)$

b. $\frac{2}{5}\cdot\left[\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(+\frac{1}{2}\right)\right]$ ile $\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)-\left(\frac{2}{5}\right)\cdot\left(+\frac{1}{2}\right)$

1. Değişme Özelliği

Özellik

Çarpılan rasyonel sayıların yerleri değiştirildiğinde çarpım değişmez. Buna göre rasyonel sayılarda çarpma işleminin **değişme özelliği** vardır.

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ rasyonel sayılar olmak üzere; $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b}$'dir.

4. Örnek

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulup karşılaştıralım.

a. $\left(-\frac{2}{11}\right) \cdot \left(\frac{4}{3}\right)$

b. $\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{11}\right)$

Çözüm

a. $\left(-\frac{2}{11}\right) \cdot \frac{4}{3} = \frac{-2 \cdot 4}{11 \cdot 3} = \frac{-8}{33}$

b. $\left(\frac{4}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{11}\right) = \frac{4 \cdot (-2)}{3 \cdot 11} = \frac{-8}{33}$

Çarpanların yerleri değiştiği hâlde çarpımın sonucu değişmemiştir.

2. Birleşme Özelliği

Özellik

Üç rasyonel sayı ile çarpma işleminde ilk iki rasyonel sayının çarpımı ile üçüncü rasyonel sayının çarpımı, son iki rasyonel sayının çarpımıyla ilk rasyonel sayının çarpımına eşittir. Buna göre rasyonel sayılarda çarpma işleminin **birleşme özelliği** vardır.

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ve $\frac{e}{f}$ rasyonel sayılar olmak üzere; $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f}\right)$'dir.

5. Örnek

$\left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{9}{2}\right)$ işlemini iki farklı yolla yapalım.

Çözüm

I. Yol:

$$\left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{9}{2}\right) = \left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left[\left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{9}{2}\right)\right] = \left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left(\frac{-9}{8}\right) = -\frac{27}{64}$$

II. Yol:

$$\left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{9}{2}\right) = \left[\left(\frac{3}{8}\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)\right] \cdot \left(\frac{9}{2}\right) = \left(-\frac{3}{32}\right) \cdot \left(\frac{9}{2}\right) = -\frac{27}{64}$$

İki yolda da ayraçların yerleri değiştiği hâlde sonuç değişmemiştir.

3. Yutan Eleman Özelliği

Özellik

Bir rasyonel sayı ile 0'ın çarpımının sonucu 0'dır. Buna göre rasyonel sayılarda çarpma işleminin **yutan eleman özelliği** vardır. Rasyonel sayılarda çarpma işlemine göre yutan eleman 0'dır (sıfır).

0 ve $\frac{a}{b}$ rasyonel sayılar olmak üzere; $\frac{a}{b} \cdot 0 = 0 \cdot \frac{a}{b} = \frac{0}{b} = 0$'dır.

6. Örnek

Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulalım.

a. $\frac{4}{7} \cdot 0$ **b.** $0 \cdot \frac{5}{3}$

Çözüm

a. $\frac{4}{7} \cdot 0 = \frac{4}{7} \cdot \frac{0}{1} = \frac{4 \cdot 0}{7 \cdot 1} = \frac{0}{7} = 0$ olur.

b. $0 \cdot \frac{5}{3} = \frac{0}{1} \cdot \frac{5}{3} = \frac{0 \cdot 5}{1 \cdot 3} = \frac{0}{3} = 0$ bulunur.

4. Bir Rasyonel Sayının Tersi

Özellik

İki rasyonel sayının çarpımı, çarpma işleminin etkisiz elemanı 1'i veriyorsa bu iki rasyonel sayıya birinin çarpma işlemine göre **tersidir** denir.

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{b}{a}$ birer rasyonel sayı olmak üzere; $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$'dir.

$\frac{a}{b}$ ve $\frac{b}{a}$ rasyonel sayıları çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

7. Örnek

$\left(\frac{4}{7}\right)$ rasyonel sayısının çarpma işlemine göre tersini bulalım.

Çözüm

$\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{4} = 1$ olduğundan $\frac{4}{7}$ rasyonel sayısının çarpma işlemine göre tersi $\frac{7}{4}$'tür.

8. Örnek

$\left(-\frac{4}{9}\right)$ rasyonel sayısının çarpma işlemine göre tersini bulalım.

Çözüm

$\left(-\frac{4}{9}\right) \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{(-4) \cdot (-9)}{9 \cdot 4} = \frac{36}{36} = 1$ olduğundan $\left(-\frac{4}{9}\right)$'un çarpma işlemine göre tersi $\left(-\frac{9}{4}\right)$ olur.

5. Çarpma İşleminin Toplama ve Çıkarma İşlemleri Üzerine Dağılma Özelliği

Özellik

Rasyonel sayılarda çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine **dağılma özelliği** vardır.

$\frac{a}{b}$, $\frac{c}{d}$ ve $\frac{e}{f}$ birer rasyonel sayı olmak üzere;

$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) + \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}\right)$ (Çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliği)

$\frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} - \frac{e}{f}\right) = \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) - \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}\right)$ (Çarpmanın çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği)

9. Örnek

$\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right)$ ve $\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{2}\right)$ işlemlerinin sonuçlarını bulalım.

Çözüm

$$\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{1}{2} + \left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \frac{3}{4}$$

$$= \underset{(2)}{\frac{(-2)}{10}} + \frac{(-6)}{20}$$

$$= \frac{(-4) + (-6)}{20} = \frac{(-10)}{20} = -\frac{1}{2} \text{ olur.}$$

$$\frac{3}{4} \cdot \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{2}\right) = \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8}\right) - \left(\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{2}\right)$$

$$= \underset{(1)}{\frac{15}{32}} - \underset{(4)}{\frac{21}{8}} = \frac{15 - 84}{32}$$

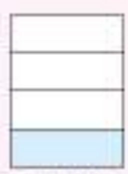
$$= -\frac{69}{32} \text{ bulunur.}$$

c. Rasyonel Sayılarla Bölme İşlemi

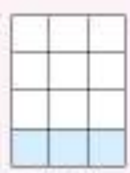
Etkinlik

Araç ve Gereçler: boya kalemleri.

- Bu bütünü 4 eş parçaya ayırınız ve yandaki gibi bu bütünün 1 parçasını boyayınız (1. şekil).
- 1. şekli 12 eş parçaya ayırınız (2. şekil).
- 2. şekilde boyanan 1 parçayı kesir olarak yazınız.
- $\frac{1}{4}$: 3 işleminin sonucunu söyleyiniz.
- Bölme işleminin nasıl yapıldığını açıklayınız.



1. şekil



2. şekil

Rasyonel sayılarla bölme işlemi yapılırken bölünen rasyonel sayı ile bölen rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersi çarpılır. İşlemde tam sayılı kesir varsa önce bu kesir bileşik kesre çevrilir, sonra bölme işlemi yapılır.

a, b, c, d sıfırdan farklı tam sayılar olmak üzere; $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$'dir.

10. Örnek

$\dfrac{14}{80} : \left(-\dfrac{56}{48}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\left(\frac{14}{80}\right) : \left(-\frac{56}{48}\right) = \left(\frac{\overset{1}{\cancel{14}}}{\underset{5}{\cancel{80}}}\right) \cdot \left(-\frac{\overset{3}{\cancel{48}}}{\underset{4}{\cancel{56}}}\right)$$

(Bölünen rasyonel sayı aynen yazılır. Bölünen rasyonel sayı, bölen rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersi ile çarpılır.)

$$= -\frac{1 \cdot 3}{5 \cdot 4} = -\frac{3}{20}$$ bulunur.

11. Örnek

$\left(\dfrac{12}{74}\right) : \left(2\dfrac{22}{37}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\left(\frac{12}{74}\right) : \left(2\frac{22}{37}\right) = \left(\frac{12}{74}\right) : \left(\frac{96}{37}\right)$$

(Tam sayılı kesir bileşik kesre çevrilir.)

$$= \left(\frac{\overset{1}{\cancel{12}}}{\underset{2}{\cancel{74}}}\right) \cdot \left(\frac{\overset{1}{\cancel{37}}}{\underset{8}{\cancel{96}}}\right)$$

(Bölünen rasyonel sayı aynen yazılır. Bölünen rasyonel sayı, bölen rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersi ile çarpılır.)

$$= \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 8} = \frac{1}{16}$$ bulunur.

12. Örnek

$\left(-4\dfrac{5}{13}\right) : \left(-\dfrac{38}{52}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\left(-4\frac{5}{13}\right) : \left(-\frac{38}{52}\right) = \left(-\frac{57}{13}\right) : \left(-\frac{38}{52}\right) = \left(-\frac{\overset{3}{\cancel{57}}}{\underset{1}{\cancel{13}}}\right) \cdot \left(-\frac{\overset{\cancel{4}\ 2}{\cancel{52}}}{\underset{\cancel{2}\ 1}{\cancel{38}}}\right) = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 1} = \frac{6}{1} = 6$$ bulunur.

13. Örnek

$\left(-5\dfrac{4}{9}\right) : \left(2\dfrac{32}{54}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\left(-5\frac{4}{9}\right) : \left(2\frac{32}{54}\right) = \left(-\frac{49}{9}\right) : \left(\frac{140}{54}\right) = \left(-\frac{\overset{7}{\cancel{49}}}{\underset{1}{\cancel{9}}}\right) \cdot \left(\frac{\overset{\overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{54}}}{\underset{\underset{10}{\cancel{20}}}{\cancel{140}}}\right) = -\frac{7 \cdot 3}{1 \cdot 10} = -\frac{21}{10}$$ bulunur.

14. Örnek

Aşağıda verilen işlemlerin sonuçlarını bulalım ve bulduğumuz sonuçları yorumlayalım.

a. $0 : \frac{5}{8}$ **b.** $\left(-\frac{5}{7}\right) : 1$ **c.** $1 : \frac{5}{4}$ **ç.** $\frac{6}{13} : (-1)$

d. $(-1) : \frac{14}{19}$ **e.** $\left(-\frac{17}{11}\right) : (-1)$ **f.** $\frac{3}{5} : 0$ **g.** $0 : \left(-\frac{3}{4}\right)$

Çözüm

a. $0 : \frac{5}{8} = 0 \cdot \frac{8}{5} = \frac{0}{5} = 0$

Sıfırın sıfırdan farklı bir rasyonel sayıya bölümü sıfırdır.

b. $\left(-\frac{5}{7}\right) : 1 = \left(-\frac{5}{7}\right) \cdot \frac{1}{1} = \left(-\frac{5}{7}\right)$

Bir rasyonel sayının 1'e bölümü kendisidir.

c. $1 : \frac{5}{4} = 1 \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \left(\frac{4}{5}\right)$

1'in bir rasyonel sayıya bölümü, o rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersine eşittir.

ç. $\left(\frac{6}{13}\right) : (-1) = \left(\frac{6}{13}\right) \cdot \left(-\frac{1}{1}\right) = \left(-\frac{6}{13}\right)$

Bir rasyonel sayının −1'e bölümü, o rasyonel sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.

d. $(-1) : \left(\frac{14}{19}\right) = \left(-\frac{1}{1}\right) \cdot \left(\frac{19}{14}\right) = \left(-\frac{19}{14}\right)$

−1'in bir rasyonel sayıya bölümü, o rasyonel sayının çarpma işlemine göre tersinin zıt işaretlisine eşittir.

e. $\left(-\frac{17}{11}\right) : (-1) = \left(-\frac{17}{11}\right) \cdot \left(-\frac{1}{1}\right) = \left(\frac{17}{11}\right)$

Bir rasyonel sayının −1'e bölümü, bölünen rasyonel sayının toplama işlemine göre tersine eşittir.

f. $\frac{3}{5} : 0 = \frac{3}{5} : \frac{0}{1} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{0} = \frac{3}{0}$ tanımsızdır.

Bir rasyonel sayının 0'a bölümü tanımsızdır.

g. $0 : \left(\frac{-3}{4}\right) = 0 \cdot \left(\frac{4}{-3}\right) = 0 \cdot \left(\frac{-4}{3}\right) = \frac{0 \cdot (-4)}{3} = \frac{0}{3} = 0$

0'ın sıfırdan başka bir rasyonel sayıya bölümü 0'dır.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\frac{4}{9} \cdot \frac{6}{14}$ b. $(-6) : \left(\frac{9}{8}\right)$ c. $\left(-4\frac{1}{2}\right) : \left(-2\frac{1}{4}\right)$

2. Aşağıdaki işlemleri, çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılma özelliğini kullanarak yapınız.

a. $\left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{3}\right)$ b. $\left(-\frac{7}{8}\right) \cdot \left(\frac{3}{7} + \frac{4}{5}\right)$ c. $\left(\frac{6}{5}\right) \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{8}{6}\right)$ ç. $\left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{6}{14} - \frac{3}{7}\right)$

3. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\left(\frac{5}{14}\right) \cdot (-1)$ b. $1 : \left(\frac{4}{23}\right)$ c. $\left(\frac{6}{11}\right) \cdot 0$ ç. $0 : \left(-\frac{7}{41}\right)$

4. Aşağıdaki işlemlerde sembollerin yerine yazılabilecek sayıları bulunuz.

a. $\left(-\frac{3}{10}\right) \cdot \bigcirc = 1$ b. $\triangle \cdot \left(\frac{8}{14}\right) = 1$ c. $\left(\frac{14}{19}\right) \cdot \square = -1$ ç. $\square \cdot \left(\frac{71}{40}\right) = 0$

5. Aşağıdaki rasyonel sayıların her birinin çarpma işlemine göre terslerini bulunuz.

a. $\frac{3}{17}$ b. $\left(-\frac{5}{21}\right)$ c. $\left(-2\frac{3}{4}\right)$ ç. 6 d. $\left(-\frac{3}{38}\right)$

6. Aşağıdaki eşitliklerde sembollerin yerine yazılabilecek rasyonel sayıları işlem yapmadan bulunuz. Bu rasyonel sayıları, çarpma işleminin hangi özelliğine göre bulduğunuzu açıklayınız.

a. $\left(\frac{9}{4}\right) \cdot \square = \left(\frac{5}{24}\right) \cdot \left(\frac{9}{4}\right)$ b. $\triangle \cdot \left(-\frac{4}{7}\right) = \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot \left(\frac{19}{5}\right)$

7. Aşağıdaki eşitliklerde sembollerin yerine yazılabilecek rasyonel sayıları işlem yapmadan bulunuz. Bu rasyonel sayıları, çarpma işleminin hangi özelliğine göre bulduğunuzu açıklayınız.

a. $\left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left[\left(-\frac{6}{9}\right) \cdot \square\right] = \left[\left(\frac{2}{5}\right) \cdot \left(-\frac{6}{9}\right)\right] \cdot \left(\frac{4}{5}\right)$ b. $\left[\left(\frac{6}{41}\right) \cdot \left(-\frac{2}{5}\right)\right] \cdot \left(-\frac{7}{5}\right) = \left(\frac{6}{41}\right) \cdot \left[\triangle \cdot \left(-\frac{7}{5}\right)\right]$

8. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\left(\frac{2}{11}\right) \cdot 1$ b. $1 \cdot \left(-\frac{3}{9}\right)$ c. $\left(\frac{4}{15}\right) : (-1)$ ç. $(-1) : \left(-\frac{6}{13}\right)$

d. $1 : \left(\frac{4}{5}\right)$ e. $\left(-\frac{2}{3}\right) : 1$

3. Rasyonel Sayıların Karesinin ve Küplerinin Hesaplanması

$\frac{a}{b}$, bir rasyonel sayı olmak üzere

$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a\cdot a}{b\cdot b} = \frac{a^2}{b^2}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^3 = \left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{a}{b}\right)\cdot\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{a\cdot a\cdot a}{b\cdot b\cdot b} = \frac{a^3}{b^3}$$ olur.

1. Örnek

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

a. $\left(\frac{3}{7}\right)^2$ **b.** $\left(-\frac{4}{9}\right)^2$ **c.** $\left(-\frac{5}{8}\right)^3$ **ç.** $\left(\frac{6}{5}\right)^3$

Çözüm

a. $\left(\frac{3}{7}\right)^2 = \underbrace{\left(\frac{3}{7}\right)\cdot\left(\frac{3}{7}\right)}_{\text{2 tane}} = \frac{(3\cdot 3)}{(7\cdot 7)} = \frac{9}{49}$

b. $\left(-\frac{4}{9}\right)^2 = \underbrace{\left(-\frac{4}{9}\right)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)}_{\text{2 tane}} = \frac{(-4)\cdot(-4)}{(9\cdot 9)} = \left(+\frac{16}{81}\right)$

c. $\left(-\frac{5}{8}\right)^3 = \underbrace{\left(-\frac{5}{8}\right)\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)\cdot\left(-\frac{5}{8}\right)}_{\text{3 tane}} = \frac{(-5)\cdot(-5)\cdot(-5)}{(8\cdot 8\cdot 8)} = \left(-\frac{125}{512}\right)$

ç. $\left(\frac{6}{5}\right)^3 = \underbrace{\left(\frac{6}{5}\right)\cdot\left(\frac{6}{5}\right)\cdot\left(\frac{6}{5}\right)}_{\text{3 tane}} = \frac{(6\cdot 6\cdot 6)}{(5\cdot 5\cdot 5)} = \left(\frac{216}{125}\right) = 1\frac{91}{125}$

2. Örnek

Aşağıdaki üslü ifadelerin değerlerini bulalım.

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ **b.** $\left(-\frac{5}{4}\right)^2$ **c.** $\left(-2\frac{3}{5}\right)^3$ **ç.** $\left(5\frac{1}{2}\right)^3$

Çözüm

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{(2\cdot 2)}{(3\cdot 3)} = \frac{4}{9}$

b. $\left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \left(-\frac{5}{4}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{(-5)\cdot(-5)}{(4\cdot 4)} = \left(+\frac{25}{16}\right)$

c. $\left(-2\frac{3}{5}\right)^3 = \left(-\frac{13}{5}\right)^3 = \left(-\frac{13}{5}\right)\cdot\left(-\frac{13}{5}\right)\cdot\left(-\frac{13}{5}\right) = \frac{(-13)\cdot(-13)\cdot(-13)}{(5\cdot 5\cdot 5)} = \left(-\frac{2197}{125}\right) = \left(-17\frac{72}{125}\right)$

ç. $\left(5\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{11}{2}\right)^3 = \left(\frac{11}{2}\right)\cdot\left(\frac{11}{2}\right)\cdot\left(\frac{11}{2}\right) = \frac{(11\cdot 11\cdot 11)}{(2\cdot 2\cdot 2)} = \frac{1331}{8} = 166\frac{3}{8}$

3. Örnek

Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulalım.

a. $\left(-\frac{1}{4}\right)^2$ **b.** $\left(\frac{3}{4}\right)^3$ **c.** $(-0,2)^3$ **ç.** $\left(3\frac{2}{3}\right)^2$

Çözüm

a. $\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{(-1)\cdot(-1)}{4\cdot 4}=+\frac{1}{16}$

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^3=\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)\cdot\left(\frac{3}{4}\right)=\frac{3\cdot 3\cdot 3}{4\cdot 4\cdot 4}=\frac{27}{64}$

c. $(-0,2)^3=\left(-\frac{2}{10}\right)^3=\left(-\frac{2}{10}\right)\cdot\left(-\frac{2}{10}\right)\cdot\left(-\frac{2}{10}\right)=\frac{(-2)\cdot(-2)\cdot(-2)}{10\cdot 10\cdot 10}=-\frac{8}{1000}=-\frac{1}{125}$

ç. $\left(3\frac{2}{3}\right)^2=\left(\frac{11}{3}\right)^2=\left(\frac{11}{3}\right)\cdot\left(\frac{11}{3}\right)=\frac{11\cdot 11}{3\cdot 3}=\frac{121}{9}$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki ifadelerin değerlerini bulunuz.

a. $\left(\frac{1}{6}\right)^2$ **b.** $\left(-\frac{4}{3}\right)^2$ **c.** $\left(-\frac{2}{5}\right)^3$ **ç.** $\left(\frac{6}{4}\right)^3$

2. $\frac{2}{5}$ sayısının karesini bulunuz.

3. $-\frac{1}{3}$ sayısının küpünü bulunuz.

4. $-\frac{64}{125}$ sayısı aşağıdakilerden hangisinin küpüdür?

A) $\frac{4}{5}$ B) $\frac{3}{5}$ C) $-\frac{8}{5}$ D) $-\frac{4}{5}$

5. $\left(\frac{1}{5}\right)^2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ işleminin sonucunu bulunuz.

6. $\frac{49}{144}$ sayısı aşağıdaki sayılardan hangisinin karesi olabilir?

A) $\frac{12}{7}$ B) $\frac{7}{12}$ C) $\frac{1}{7}$ D) $\frac{7}{14}$

4. Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler

Birden fazla işlem olduğu durumlarda öncelik sırası genellikle aşağıdaki gibidir:

1. Üslü ifade

2. Ayraç (parantez) içindeki işlemler

3. Çarpma veya bölme işlemleri

4. Toplama veya çıkarma işlemleri

Çarpma - bölme veya toplama - çıkarma gibi aynı önceliğe sahip işlemlerde işlem sırası soldan sağa doğrudur.

1. Örnek

$\frac{2}{5}-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Burada önce çarpma işlemi yapılır. Sonra da çıkarma işlemi yapılır.

$$\frac{2}{5}-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{5}-\frac{\overset{2}{\cancel{4}}\cdot 1}{3\cdot\underset{1}{\cancel{2}}}=\underset{(3)}{\frac{2}{5}}-\underset{(5)}{\frac{2}{3}}=\frac{6-10}{15}=-\frac{4}{15}\text{ bulunur.}$$

2. Örnek

$5:\frac{3}{10}+2:\frac{3}{4}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Burada önce bölme işlemi, sonra toplama işlemi yapılır. Sonuç

$$5:\frac{3}{10}+2:\frac{3}{4}=5\cdot\frac{10}{3}+2\cdot\frac{4}{3}=\frac{5}{1}\cdot\frac{10}{3}+\frac{2}{1}\cdot\frac{4}{3}$$

$$=\frac{5\cdot 10}{1\cdot 3}+\frac{2\cdot 4}{1\cdot 3}$$

$$=\frac{50}{3}+\frac{8}{3}=\frac{58}{3}=19\frac{1}{3}\text{ bulunur.}$$

3. Örnek

$5:2\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$5:2\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3$ işleminde (:) ve (·) işlemlerinin önceliği aynı olduğundan işleme soldaki işlemden yani bölmeden başlanır. İşlemin sonucu

$$5:2\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{5}{1}:\frac{11}{4}\cdot\frac{1^3}{2^3}=\frac{5}{1}\cdot\frac{4}{11}\cdot\frac{1}{8}=\frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{11}\cdot\frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}}=\frac{5\cdot 1}{11\cdot 2}=\frac{5}{22}\text{ bulunur.}$$

4. Örnek

$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{6}\right)\cdot\left(\frac{4}{3}+\frac{7}{6}\right)$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\left(\underset{(3)}{\frac{1}{2}}-\underset{(1)}{\frac{1}{6}}\right)\cdot\left(\underset{(2)}{\frac{4}{3}}+\underset{(1)}{\frac{7}{6}}\right)=\left(\frac{3-1}{6}\right)\cdot\left(\frac{8+7}{6}\right)=\frac{\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{\cancel{3}\,1}{\cancel{6}}}\cdot\frac{\overset{5}{\cancel{15}}}{6}=\frac{5}{6}\text{ bulunur.}$$

5. Örnek

$2+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{2+\cfrac{3}{2}}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

Bu tür sorularda kesir çizgilerinin büyüklüğüne dikkat edilmelidir. Kesir çizgilerinin büyüklüğü hangi işlemin önce yapılacağını gösterir. Sonucu bulmaya en küçük kesir çizgisinin olduğu işlemden başlanır. İşlem sonucu

$$2+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{\boxed{\underset{(2)}{\frac{2}{1}}+\underset{(1)}{\frac{3}{2}}}}}=2+\cfrac{1}{1-\cfrac{1}{\frac{4+3}{2}}}=2+\cfrac{1}{1-\boxed{\cfrac{1}{\frac{7}{2}}}}=2+\cfrac{1}{\boxed{\underset{(7)}{\frac{1}{1}}-\underset{(1)}{\frac{2}{7}}}}=2+\cfrac{1}{\frac{7-2}{7}}$$

$$=2+\boxed{\cfrac{1}{\frac{5}{7}}}=\underset{(5)}{\frac{2}{1}}+\underset{(1)}{\frac{7}{5}}=\frac{10+7}{5}=\frac{17}{5}=3\frac{2}{5}\text{ olarak bulunur.}$$

> **!** Kesir çizgisi kullanılarak yapılan işlemlerde işlem sırası önceliği kesir çizgisine göre belirlenir.

6. Örnek

$\dfrac{\left[2+\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]:\frac{4}{5}}{\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\frac{4}{3}}$ işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

$$\frac{\left[\underset{(9)}{\frac{2}{1}}+\underset{(1)}{\frac{4}{9}}\right]:\frac{4}{5}}{\left(\frac{1}{2}\right)^3\cdot\frac{4}{3}}=\frac{\left[\frac{18}{9}+\frac{4}{9}\right]:\frac{4}{5}}{\frac{1}{\underset{2}{\cancel{8}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{3}}=\frac{\frac{22}{9}:\frac{4}{5}}{\frac{1\cdot 1}{2\cdot 3}}=\frac{\frac{\overset{11}{\cancel{22}}}{9}\cdot\frac{5}{\cancel{4}_{2}}}{\frac{1}{6}}$$

$$=\frac{\frac{11\cdot 5}{9\cdot 2}}{\frac{1}{6}}=\frac{\frac{55}{18}}{\frac{1}{6}}=\frac{55}{\underset{3}{\cancel{18}}}\cdot\frac{\overset{1}{\cancel{6}}}{1}=\frac{55\cdot 1}{3\cdot 1}=\frac{55}{3}=18\frac{1}{3}\text{ bulunur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki çok adımlı işlemlerin sonuçlarını bulunuz.

a. $\left(\frac{2}{3}+2:\frac{4}{5}+1-\frac{1}{2}\cdot 5\right)$

b. $\frac{64}{3}\cdot\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{8}\right)^2-\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{2}+3$

2. $\left(1+\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{5}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{6}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{7}\right)\cdot\left(1+\frac{1}{8}\right)$ işleminin sonucunu bulunuz.

3. $1-\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1-\frac{2}{5}}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

4. $1+\dfrac{1-\dfrac{1-\frac{1}{2}}{2}}{2}$ işleminin sonucunu bulunuz.

5. $\dfrac{\frac{2}{3}-\frac{5}{4}+\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}+\frac{2}{5}-\frac{1}{3}}$ işleminin sonucunu bulunuz.

6. Aşağıdaki işlemlerin sonuçlarını bulunuz. İşlemler ile doğru sonuçları eşleştiriniz.

İşlemler	Sonuçlar
a. $3+\dfrac{1}{1-\frac{4}{5}}-2\cdot\dfrac{1}{2+\frac{1}{4}}$	I. $-\frac{1}{6}$
b. $1+\dfrac{1}{1-\frac{2}{5}}:\frac{2}{3}$	II. $\frac{64}{9}$
c. $\frac{1}{2}-\dfrac{\frac{2}{3}}{4-\frac{6}{2}}$	III. $-\frac{2}{11}$
ç. $1+\dfrac{1-\frac{2}{5}}{1+\frac{4}{3}}$	IV. $\frac{44}{35}$
	V. $\frac{7}{2}$

7. $\frac{5}{3}+\frac{2}{3}:\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ işleminin sonucu kaçtır?

A) $\frac{9}{5}$ B) $\frac{11}{4}$ C) $\frac{13}{3}$ D) $\frac{12}{7}$

8. $\left[\left(-\frac{5}{14}+\frac{1}{2}\right):\frac{2}{7}\right]:\left[\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)\right]$ işleminin sonucunu bulunuz.

5. Rasyonel Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren Problemler

1. Örnek

Bir çalışanın maaşı 3160 TL'dir. Bu çalışanın, maaşının $\frac{1}{5}$'ini ev kirasına, $\frac{1}{4}$'ünü de eğitim giderlerine ayırıyor. Buna göre bu çalışanın maaşından geriye kaç TL kaldığını bulalım.

Çözüm

• Problemi Anlayalım

Çalışanın maaşı 3160 TL'dir.

Çalışanın, maaşının $\frac{1}{5}$'ini ev kirasına, $\frac{1}{4}$'ünü eğitim giderlerine ayırıyor.

• Plan Yapalım

Çalışanın ev kirasına ve eğitim giderlerine ayırdığı kısımların toplamını bulalım. Sonra da geriye kalan parasını bulalım.

• Planı Uygulayalım

$$\underset{(4)}{\frac{1}{5}} + \underset{(5)}{\frac{1}{4}} = \frac{4}{20} + \frac{5}{20} = \frac{9}{20}\text{'dir.}$$

Bu çalışan, 3160 TL maaşının $\frac{9}{20}$'sini ev kirasına ve eğitim giderlerine ayırmıştır. Ayrılan miktar

$$3160 \cdot \frac{9}{20} = \frac{\overset{158}{\cancel{3160}}}{1} \cdot \frac{9}{\underset{1}{\cancel{20}}} = 158 \cdot 9 = 1422 \text{ TL olur.}$$

Çalışanın maaşından kalan para 3160 – 1422 = 1738 TL olarak bulunur.

2. Örnek

Murat, yüksekliği 900 m olan bir dağın $\frac{2}{3}$'ünü tırmanmıştır.

a. Murat'ın tırmandığı yüksekliğin kaç metre olduğunu bulalım.

b. Murat'ın dağın zirvesine ulaşmak için kaç metre daha tırmanması gerektiğini bulalım.

Çözüm

a. Murat'ın tırmandığı yükseklik

$$\overset{300}{\cancel{900}} \cdot \frac{2}{\underset{1}{\cancel{3}}} = 300 \cdot 2 = 600 \text{ m'dir.}$$

b. 900 – 600 = 300 m'dir.

Murat, zirveye ulaşmak için 300 m daha tırmanmalıdır.

3. Örnek

Taban alanı 1200 m^2 olan bir aşevinin mutfağının tabanı $\frac{1}{18}$ m^2 lik kare şeklindeki karo taşları ile kaplanmak isteniyor. Bu iş için kaç tane karo taşı gerektiğini bulalım.

Çözüm

Mutfakta kullanılacak karo sayısını bulmak için tabanın yüzey alanını bir karonun yüzey alanına bölelim.

$$\text{Karo sayısı} = \frac{\text{Tabanın yüzey alanı}}{\text{Bir karo taşının yüzey alanı}} = \frac{1200}{\frac{1}{18}} = \frac{1200}{1} \cdot \frac{18}{1} = 21\,600 \text{ olur.}$$

Bu durumda mutfağın taban yüzeyi için 21 600 tane karo taşı gerekir.

4. Örnek

Bir çiftçi, tarlasının $\frac{3}{7}$'sine domates fidesi, $\frac{2}{5}$'ine ise biber fidesi dikiyor. Tarlanın geriye kalan kısmı boş kalıyor. Boşta kalan kısmın tarlanın kaçta kaçı olduğunu bulalım.

Çözüm

$$\text{Ekili alan } \underset{(5)}{\frac{3}{7}} + \underset{(7)}{\frac{2}{5}} = \frac{15+14}{35} = \frac{29}{35} \text{ olur.}$$

$$\text{Boş kalan kısım } 1 - \frac{29}{35} = \frac{35}{35} - \frac{29}{35} = \frac{6}{35}\text{'tir.}$$

5. Örnek

Yaş üzüm kurutulduğunda kütlesi $\frac{4}{5}$'i kadar azalıyor. 240 kg kuru üzüm elde etmek için kaç kg yaş üzüm gerekli olduğunu bulalım.

Çözüm

Yaş üzümün tamamı $\frac{5}{5}$ olsun. Yaş üzüm kuruduğunda $\frac{4}{5}$'i azaldığına göre kalan üzüm $\frac{5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$ olur.

$\frac{1}{5}$'i 240 kg olan yaş üzümün tamamını bulalım.

$240 \cdot 5 = 1200$ kg olur.

6. Örnek

11 arkadaş 9 kg'lık karpuz almıştır. Karpuzu kesen Ali, karpuzun $\frac{1}{9}$'unu kendisine ayırmış, karpuzun geriye kalan kısmını ise 10 arkadaşına eşit şekilde paylaştırmıştır. Bu durumda 10 arkadaşın her birine düşen karpuz oranını ve Ali'nin her bir arkadaşından kaç gram fazla karpuz aldığını bulalım.

Çözüm

Ali'nin kendisine ayırdığı karpuz diliminin oranı $\frac{1}{9}$'dur.

Kalan kısım $1 - \frac{1}{9} = \frac{9}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ olur.

Diğer 10 arkadaşının her birine düşen dilimin oranı

$\frac{8}{9} : 10 = \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{10} = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$'tir.

Ali'nin diğer arkadaşlarından fazla aldığı dilim oranı

$\underset{(5)}{\frac{1}{9}} - \underset{(1)}{\frac{4}{45}} = \frac{5}{45} - \frac{4}{45} = \frac{1}{45}$'tir.

Karpuz 9 kg = 9000 gramdır.

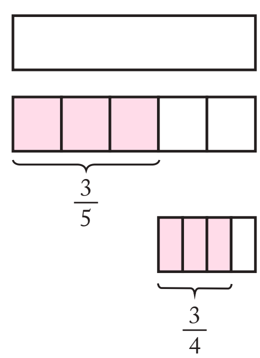
$9000 \cdot \frac{1}{45} = \frac{\overset{2}{\cancel{90}} \cdot 100}{\underset{1}{\cancel{45}}} = \frac{2 \cdot 100}{1} = 200$ gram (Ali'nin arkadaşlarından fazla aldığı karpuz miktarı) olur.

7. Örnek

Bir çuval şekerin önce $\frac{3}{5}$'i, sonra kalan şekerin $\frac{3}{4}$'ü satılıyor. Geriye 5 kg şeker kaldığına göre başlangıçta kaç kg şeker olduğunu bulalım.

Çözüm

Bir çuval şekeri yandaki 1. şekil ile modelleyelim.



1. şekil

2. şekil

3. şekil

5 eş parçaya bölünen bütünün 3 eş parçası satılıyor.

Kalan parçanın tamamı 4 eş parçaya bölünüyor ve bu eş parçalardan da 3 tanesi satılıyor. Kalan bir parça 5 kg olduğuna göre $\frac{3}{4}$'ü $5 \cdot 3 = 15$ kg olur. Bu, 3. şeklin tamamının 20 kg olduğu anlamına gelir ve bu da 2. şekildeki 2 parçaya denk gelir. Her bir parça $\frac{20}{2} = 10$ olur. 2. şeklin tamamı $5 \cdot 10 = 50$ kg'dır.

1. şekil 5 parçadan oluştuğuna göre buradan bir çuval şekerin 50 kg olduğu bulunur.

Etkinlik

• Bir doğum günü pastasını üç kardeş kendi aralarında paylaşıyorlar. Büyük kardeş pastanın $\frac{1}{3}$'ünü, ortanca kardeş $\frac{1}{4}$'ünü, küçük kardeş ise $\frac{1}{5}$'ini alıyor. Buna göre anne ve babaya pastanın kaçta kaçının düştüğünü bulunuz.

• Sizce bu paylaşım adaletli olmuş mudur?

• Siz, aileniz için bu pasta paylaşımını nasıl yapardınız? Nedenini açıklayınız.

• Ailenizdeki eşit iş dağılımına örnekler veriniz.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir manifaturacı 72 m kumaşın önce $\frac{4}{9}$'unu sonra $\frac{1}{4}$'ünü satıyor. Buna göre bu satıştan geriye kaç metre kumaş kalır?

2. Bir rasyonel sayının $\frac{2}{5}$'inin $\frac{1}{4}$'ü bu rasyonel sayının kaçta kaçıdır?

   A) $\frac{1}{10}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{4}$

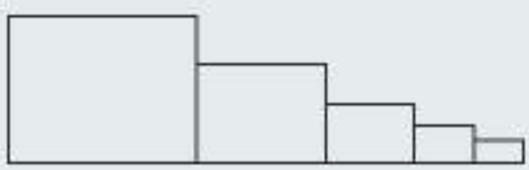
3. 3000 TL maaş alan Latif Bey, maaşının $\frac{1}{6}$'sını ev kirasına, $\frac{1}{3}$'ünü kredi kartı ödemelerine ve $\frac{1}{5}$'ini de diğer harcamalarına ayırıyor. Buna göre Latif Bey'in maaşından geriye kaç TL'si kalır?

4. Bir öğrenci, girdiği çoktan seçmeli bir sınavda soruların $\frac{3}{5}$'ini doğru, $\frac{1}{5}$'ini yanlış cevaplamıştır. Soruların geriye kalanını da cevaplamamıştır. Cevaplamadığı 16 soru olduğuna göre bu öğrenci, toplam kaç soruya doğru cevap vermiştir?

5. Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{3}{7}$'si matematik dersinden başarılıdır. Bu sınıfta matematik dersinden 15 öğrenci başarılı olduğuna göre sınıfta toplam kaç öğrenci vardır?

6. Bir araç gideceği yolun $\frac{3}{5}$'ini gitmiştir. Bu aracın geriye 200 km yolu kalmıştır. Bu durumda aracın gideceği toplam yol kaç km'dir?

7. Yandaki dikdörtgenlerden her birinin alanı bir öncekinin $\frac{1}{2}$'si kadardır. İlk baştaki büyük dikdörtgenin alanı 256 cm^2 ise en sondaki dikdörtgenin alanı kaç cm^2 olur?



2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. 5,25 ondalık kesrinin rasyonel sayı olarak gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{21}{4}$ B) $\frac{25}{4}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $5\frac{1}{25}$

2. $\frac{39}{20}$ rasyonel sayısına karşılık gelen ondalık gösterim aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) 0,39 B) 0,95 C) 1,39 D) 1,95

3. $\frac{9}{4}, \frac{5}{6}, \frac{6}{5}$ rasyonel sayılarının büyükten küçüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{5}{6} > \frac{9}{4} > \frac{6}{5}$ B) $\frac{9}{4} < \frac{6}{5} < \frac{5}{6}$ C) $\frac{9}{4} > \frac{5}{6} > \frac{6}{5}$ D) $\frac{9}{4} > \frac{6}{5} > \frac{5}{6}$

4. $0,\overline{12}$ sayısı rasyonel sayı olarak aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{25}{37}$ B) $\frac{9}{17}$ C) $\frac{5}{27}$ D) $\frac{4}{33}$

5. $\frac{7}{9}$ sayısının ondalık gösterimi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $0,\overline{7}$ B) $0,1\overline{7}$ C) $0,\overline{5}$ D) $0,5\overline{2}$

6. $a = -\frac{2}{9}, b = -\frac{2}{7}, c = -\frac{2}{11}$ rasyonel sayılarının küçükten büyüğe doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $a < c < b$ B) $c < a < b$ C) $b < a < c$ D) $a < b < c$

7. $\frac{6}{5} < \frac{24}{a}$ ifadesini gerçekleyen en büyük a doğal sayısı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 20 B) 19 C) 18 D) 17

8. Aşağıdaki sayılardan hangisi 0,12 ile $\frac{2}{5}$ sayıları arasında <u>değildir</u>?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{10}$

9. Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların önündeki kutucuğa "D", yanlış olanların önündeki kutucuğa "Y" yazınız.

a. ☐ Rasyonel sayılarda çarpma işleminin değişme özelliği vardır.

b. ☐ Rasyonel sayılarda çarpma işleminin etkisiz elemanı "1" dir.

c. ☐ Çarpımları sıfır olan rasyonel sayılar çarpma işlemine göre birbirinin tersidir.

ç. ☐ $\frac{a}{b}$ rasyonel sayısının toplama işlemine göre tersi $-\frac{b}{a}$ ' dır.

10. $\left(+\frac{1}{8}\right)+\left(+\frac{1}{6}\right)+\left(-\frac{1}{4}\right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{24}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $-\frac{1}{4}$

11. $-\frac{1}{19}-\left(\frac{1}{13}-\frac{1}{19}\right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{2}{13}$ B) $\frac{2}{19}$ C) $-\frac{1}{13}$ D) $\frac{1}{19}$

12. Aşağıda verilen işlemlerde bilinmeyenleri bulunuz.

a. $\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{4}\right)=\left(\frac{1}{4}\right)+y$

b. $\left(\frac{4}{5}\right)+\left[\left(\frac{2}{3}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)\right]=\left[\left(\frac{4}{5}\right)+z\right]+\left(\frac{1}{2}\right)$

c. $\left(\frac{4}{9}\right)+x=0$

ç. $\left(\frac{3}{8}\right)+\left(-\frac{3}{8}\right)=t$

13. $\frac{3}{4}:\left(\frac{27}{12}\cdot\frac{9}{48}\right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{16}{9}$ B) $\frac{27}{22}$ C) $\frac{9}{16}$ D) $\frac{4}{27}$

14. $\left(-\frac{7}{8}\right)$ rasyonel sayısı, aşağıda verilen rasyonel sayılardan hangisinin (−1) ile çarpımına eşittir?

A) $\frac{8}{7}$ B) $\frac{7}{8}$ C) $-\frac{7}{8}$ D) $-\frac{8}{7}$

15. $\frac{13}{17}$ rasyonel sayısının çarpmaya göre tersi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{17}{13}$ B) $\frac{13}{17}$ C) $-\frac{13}{17}$ D) $-\frac{17}{13}$

16. $2-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{4}-2\right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{6}{7}$ C) $2\frac{7}{12}$ D) $2\frac{2}{3}$

17. Aşağıda rasyonel sayılarda çarpma işleminin çeşitli özellikleri verilmiştir. Verilen işlemleri bu özelliklerle uygun biçimde eşleştiriniz.

İşlem	Özellik
a. $\frac{1}{4}\cdot 1=1\cdot\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$	**I.** Çarpmanın toplama işlemi üzerine dağılma özelliği
b. $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\right)\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{2}$	**II.** Etkisiz eleman özelliği
c. $\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}=\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{2}{3}$	**III.** Birleşme özelliği
ç. $\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{2}{5}+\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{60}$	**IV.** Ters eleman özelliği
d. $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{5}{2}-\frac{2}{5}\right)=\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{2}-\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{19}{20}$	**V.** Çarpmanın çıkarma işlemi üzerine dağılma özelliği
	VI. Değişme özelliği

18. $\left(-\frac{7}{5}\right)^2\cdot\left(-\frac{5}{7}\right)^3$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $-\frac{5}{7}$ B) $-\frac{7}{5}$ C) $\frac{5}{7}$ D) $\frac{7}{5}$

19. $\left(\frac{1}{6}\right):\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{3}\right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\frac{1}{4}\right)$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{4}$

20. $\left(3\frac{1}{3}:3\right)+\left(\frac{1}{3^2}\right)\cdot 2^4$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{15}{3}$ B) $\frac{26}{9}$ C) $\frac{25}{9}$ D) $\frac{8}{5}$

21. $6,\overline{2}-0,\overline{5}$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{14}{3}$ B) $\frac{16}{3}$ C) $\frac{17}{3}$ D) $\frac{19}{3}$

22. $\left(1-\frac{1}{2}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{3}\right)\ldots\left(1-\frac{1}{10}\right)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$ D) $\frac{1}{10}$

23. $\left[1+\frac{1}{2}\right]^2:\left[1-3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 6 C) 9 D) 12

24. **1. adım:** $\frac{5}{5}-\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$

2. adım: $24:2=12$

3. adım: $12\cdot5=60$

Yukarıda çözüm adımları verilen problem aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) Bir yolun $\frac{3}{5}$'i 24 km olduğuna göre yolun tamamı kaç kilometredir?

B) Bir yolun $\frac{3}{5}$'i gidilince geriye 24 km kalıyor. Buna göre yolun tamamı kaç kilometredir?

C) Bir yolun $\frac{3}{5}$'inin $\frac{2}{5}$'i gidilince geriye 24 km kalıyor. Buna göre yolun tamamı kaç kilometredir?

D) Bir yolun $\frac{2}{5}$'i gidilince geriye 24 km kalıyor. Buna göre yolun tamamı kaç kilometredir?

25. Ahmet, bir yolun $\frac{1}{4}$'ünü yürüdükten sonra, kalan yolun kaçta kaçını daha yürürse yolun yarısını yürümüş olur?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$

C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{5}$

26. $\frac{4}{7}$ saatte 40 km yol giden ve sabit hızla ilerleyen bir yolcu treni, 490 km'lik yolu kaç saatte gider?

A) $\frac{3}{7}$ B) $\frac{4}{7}$

C) 4 D) 7

$36x^2 - 24x$

$12x\,(3x - 2)$

3. ÜNİTE

A. CEBİRSEL İFADELER

1. Cebirsel İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri

2. Bir Doğal Sayı ile Cebirsel İfadeyi Çarpma İşlemi

3. Sayı Örüntüleri ve Harfli İfadeler

B. EŞİTLİK VE DENKLEM

1. Denklemlerde Eşitliğin Korunumu İlkesi

2. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Kurma

3. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü

4. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler

Terimler: eşitlik, derece, bilinmeyen, denklem.

PROJE

Projenin Adı: Birinci Dereceden Denklemler

Projenin Amacı: Birinci dereceden denklemlerin tarihî gelişimini öğrenmek.

İlgili Olduğu Konular: Eşitlik ve denklem.

PROJENİN AŞAMALARI

Hazırlık

1. Çalışma takvimi oluşturunuz.

2. Çalışmanızı yaparken araştıracağınız kaynakları belirleyiniz.

3. Araştırmanızla ilgili öncelikle temel kavramları ve önemli noktaları belirleyiniz.

Uygulama

1. Birinci dereceden denklemlere neden ihtiyaç duyulduğunu araştırınız.

2. Birinci dereceden denklem isminin nereden geldiğini araştırınız.

3. Birinci dereceden denklemin ilk defa ne zaman ve kim tarafından kullanıldığını araştırınız.

4. Hangi bilimlerde denklemin kullanıldığını araştırınız.

5. Denklemlerin matematik bilimine sağladığı kolaylıkları araştırınız.

6. Elde ettiğiniz bilgileri ve sonuçları raporlaştırıp saydam sunu (slayt gösterisi) hâline getiriniz.

Sunum

Çalışmanızın adımlarını anlatan bir sunum hazırlayıp sınıfta arkadaşlarınıza sununuz.

PROJENİN DEĞERLENDİRİLMESİ

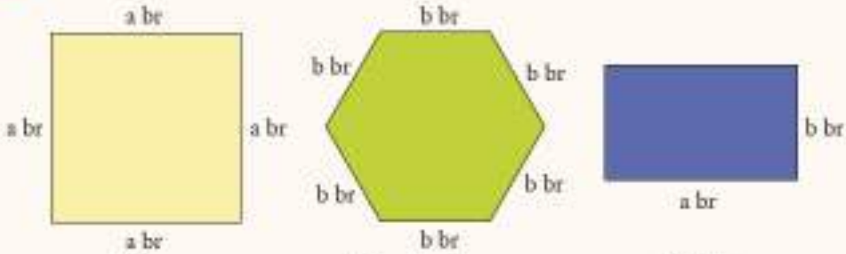
Değerlendirme Ölçütleri	Tam Puan	Aldığı Puan
Çalışma planı yapma	10	
Projeyi plana göre gerçekleştirme	10	
Farklı kaynaklardan bilgi toplama	10	
Toplanan bilgilerin düzenlenmesi	10	
Araştırmanın nitelikli olması	30	
Tasarım	5	
Zamanı iyi kullanma	5	
Raporun temizliği, düzeni ve görünüşü	5	
Raporda yaptıklarını anlatabilme, yazım ve noktalama kurallarına uyma	5	
Sunum	10	
TOPLAM	**100**	

A. CEBİRSEL İFADELER

Hazırlık

- 2x + 1 cebirsel ifadesinde bilinmeyenleri, değişkenleri ve katsayıları bulunuz.
- 3n + 1 cebirsel ifadesinin değerini bilinmeyen yerine −5, 5 ve 10 tam sayılarını yazarak bulunuz.

Motivasyon



Kare Ç = ...

Düzgün altıgen Ç = ...

Dikdörtgen Ç = ...

Yukarıdaki geometrik şekillerin kenar uzunlukları harflerle gösterilmiştir. Bu şekillerin çevre uzunluklarını veren harfli ifadeleri noktalı yerlere yazınız.

Bir cebirsel ifadede değişkenleri ve bu değişkenlerin üsleri aynı olan terimlere **benzer terim** denir.

Örnek

$2x + 4y - 3x - 2y + 1$ cebirsel ifadesindeki benzer terimleri bulalım.

Çözüm

Değişkeni x olan terimlerden $2x$ ve $-3x$ benzer terimlerdir. Değişkeni y olan terimlerden $4y$ ve $-2y$ benzer terimlerdir.

1. Cebirsel İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri

1. Örnek

★ → x, ▼ → y, ▲ → 1, ■ → −2 olmak üzere aşağıda verilen modelleri cebirsel ifade olarak yazalım.

a. ★ ★ ★ ▲ ▲ **b.** ★ ★ ▼ ▼ ■ ■

Çözüm

a. ★ modelinden 3 tane, ▲ modelinden 2 tane olduğundan ★ ★ ★ ▲ ▲ modeli $x + x + x + 1 + 1 = 3x + 2$ şeklinde yazılır.

b. ★ modelinden 2 tane, ▼ modelinden 2 tane ve ■ modelinden 2 tane olduğundan ★ ★ ▼ ▼ ■ ■ modeli $x + x + y + y - 2 - 2 = 2x + 2y - 4$ şeklinde yazılır.

Cebirsel ifadelerde toplama işlemi yapılırken benzer terimlerin katsayıları toplanıp değişkene katsayı olarak, sabit terimlerin toplamı da cebirsel ifadeye sabit terim olarak yazılır.

2. Örnek

$2x + 3 + x + 2$ cebirsel ifadesini en sade şekilde yazalım.

Çözüm

1. Yol:

Toplama işlemini modelleyerek yapalım.

$2x + 3 + x + 2$

$\blacksquare \rightarrow x$ $\blacktriangle \rightarrow 1$ olarak modelleyelim.

$\underbrace{\blacksquare\,\blacksquare}_{2x} \qquad \underbrace{\blacktriangle\,\blacktriangle\,\blacktriangle}_{3} \qquad \underbrace{\blacksquare}_{x} \qquad \underbrace{\blacktriangle\,\blacktriangle}_{2}$

$\underbrace{\blacksquare\,\blacksquare\,\blacksquare}_{2x + x = 3x} \quad \underbrace{\blacktriangle\,\blacktriangle\,\blacktriangle\,\blacktriangle\,\blacktriangle}_{3 + 2 = 5} \rightarrow 3x + 5$ bulunur.

2. Yol:

Benzer terimlerin katsayılarını ve sabit terimleri toplayarak yapalım. Benzer terimlerin altlarını çizelim.

$\underline{2x} + 3 + \underline{x} + 2 = 2x + x + 3 + 2 = 3x + 5$ bulunur.

3. Örnek

$4x - 2xy + x + 3$ ifadesini en sade şekilde yazalım.

Çözüm

$\underline{4x} - 2xy + \underline{x} + 3 = 4x + x - 2xy + 3 = 5x - 2xy + 3$ bulunur.

4. Örnek

$(a - 1) + (3a + 5)$ ifadesini en sade şekilde yazalım.

Çözüm

$(\underline{a} - 1) + (\underline{3a} + 5) = a + 3a - 1 + 5 = 4a + 4$ bulunur.

Cebirsel ifadelerde çıkarma işlemi; tam sayılarda olduğu gibi çıkan ifadenin toplama işlemine göre tersi ile eksilen ifadenin toplamı şeklinde de yapılabilir.

5. Örnek

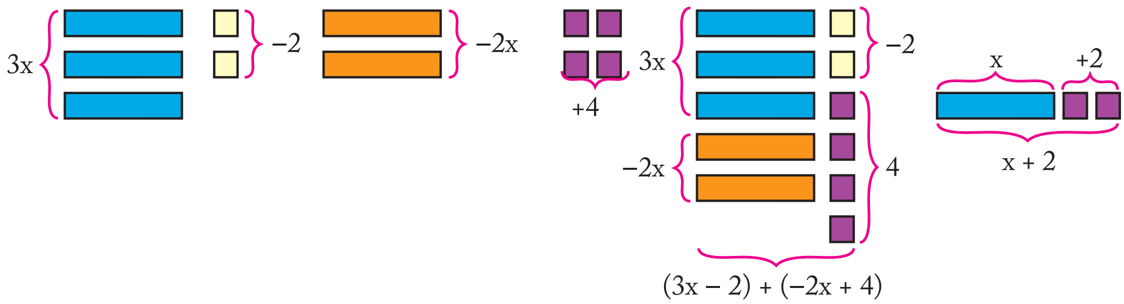
(3x – 2) – (2x – 4) işlemini modelleyerek yapalım.

Çözüm

$(3x - 2) - (2x - 4) = (3x - 2) + (-2x + 4)$ olur.

I. Yol:

→ –1 olarak modelleyelim.



II. Yol:

Çıkan ifadenin toplama işlemine göre tersi ile eksilen ifadeyi toplayalım.

$$\begin{aligned}(3x - 2) - (2x - 4) &= (3x - 2) + \left[(-2x) + 4\right] \\ &= \underline{3x} - \underline{2x} - 2 + 4 \\ &= x + 2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

6. Örnek

Aşağıdaki cebirsel ifadeleri en sade şekilde yazalım.

a. $2ab - a + 3ab - 2a$ **b.** $3x - 2y - x$

c. $12x - 2 + 2x + 8$ **ç.** $x + 2xy - 2 - 4x$

Çözüm

a. $\underline{2ab} - \underline{\underline{a}} + \underline{3ab} - \underline{\underline{2a}} = 2ab + 3ab - a - 2a = 5ab - 3a$

b. $\underline{3x} - 2y - \underline{x} = 3x - x - 2y = 2x - 2y$

c. $\underline{12x} - 2 + \underline{2x} + 8 = 12x + 2x - 2 + 8 = 14x + 6$

ç. $\underline{x} + 2xy - 2 - \underline{4x} = x - 4x + 2xy - 2 = -3x + 2xy - 2$

2. Bir Doğal Sayı ile Cebirsel İfadeyi Çarpma İşlemi

Mehmet, harçlıklarından arttırdığı paraları biriktiriyor. Mehmet'in teyzesi Mehmetlere misafirliğe geldiğinde Mehmet'e 45 TL harçlık verdi. Mehmet'in babası da Mehmet'in bu tutumlu davranışına ve aile içindeki dayanışmaya bakarak Mehmet'in toplam parasının iki katı kadar Mehmet'e para vereceğini söyledi. Mehmet'in babasından alacağı para miktarını gösteren cebirsel ifadeyi nasıl yazabileceğinizi açıklayınız.

Bir doğal sayı ile bir cebirsel ifade çarpılırken doğal sayı ile cebirsel ifadenin bütün terimleri çarpılır.

1. Örnek

$3 \cdot (x + 1)$ işlemini yapalım.

Çözüm

I. Yol:

$3 \cdot (x + 1)$ ifadesi, 3 tane $(x + 1)$ cebirsel ifadesinin toplamıdır.

Buradan $3 \cdot (x + 1) = (x + 1) + (x + 1) + (x + 1)$

$= x + x + x + 1 + 1 + 1$

$= 3x + 3$ olur.

II. Yol:

İşlemi çarpma işleminin toplama işlemi üzerine dağılma özelliğini kullanarak yapalım.

$3 \cdot (x + 1) = 3 \cdot x + 3 \cdot 1 = 3x + 3$ olur.

2. Örnek

Aşağıdaki işlemleri yapalım.

a. $5 \cdot (x - 2)$ **b.** $2 \cdot (3x + 2)$ **c.** $4 \cdot (k + 2x + 5)$ **ç.** $(-x + 2) \cdot 10$

Çözüm

a. $5 \cdot (x - 2) = 5 \cdot x - 5 \cdot 2 = 5x - 10$

b. $2 \cdot (3x + 2) = 2 \cdot 3x + 2 \cdot 2 = 6x + 4$

c. $4 \cdot (k + 2x + 5) = 4 \cdot k + 4 \cdot 2x + 4 \cdot 5 = 4k + 8x + 20$

ç. $(-x + 2) \cdot 10 = 10 \cdot (-x + 2)$ (Çarpma işleminin değişme özelliği)

$= 10 \cdot (-x) + 10 \cdot 2$

$= -10x + 20$

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki toplama ve çıkarma işlemlerini yapınız.

   a. $(3x + 2) + (x - 1)$
   b. $(12x - 5) + (x + 1)$
   c. $(-x + 2) - (2x - 5)$
   ç. $(2x - 1) - (x + 10)$

2. Aşağıdaki cebirsel ifadeleri en sade şekilde yazınız.

   a. $-3x + y - 3x + 1 + 4y$
   b. $x - y + 3x$
   c. $xy + 1 - xy$
   ç. $2m - n + 3n - m + 1$

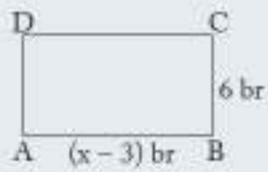
3. Aşağıdaki işlemleri yapınız.

   a. $3 \cdot (m + 2)$
   b. $3 \cdot (3a - 5)$
   c. $(2a + b) \cdot 4$
   ç. $(-x + y + 10) \cdot 6$

4. Bir kenarı $(x + 2)$ cm olan bir karenin çevre uzunluğunu veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

5. Uzun kenarı $(2x + 1)$ br ve kısa kenarı $(x - 1)$ br olan dikdörtgenin çevresinin uzunluğunu veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

6. Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|AB| = (x - 3)$ br, $|BC| = 6$ br olduğuna göre ABCD dikdörtgenin alanını veren cebirsel ifadeyi bulunuz.

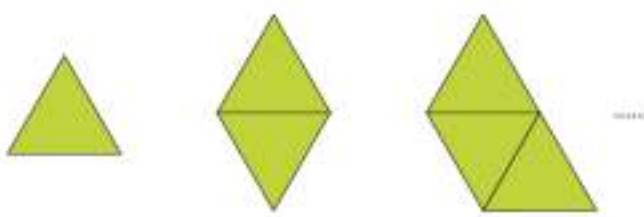


3. Sayı Örüntüleri ve Harfli İfadeler

Motivasyon

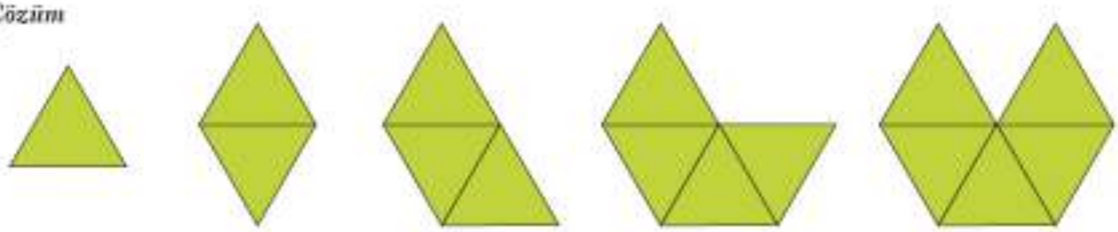
20 metre derinlikteki kuyunun dibinde bir kurbağa bulunmaktadır. Bu kurbağa, kuyudan çıkmak için günde 3 metre yükseğe tırmanıp 1 metre geriye doğru kayıyor. Buna göre kurbağanın bu kuyudan kaç günde çıkabileceğini bulunuz.

1. Örnek



Yukarıdaki şekil örüntüsünde 5. adımda kullanılan çizgi sayısını bulalım. Örüntünün adım sayısı ile kullanılan çizgi sayıları arasındaki ilişkiyi cebirsel ifade olarak yazalım.

Çözüm



1. adım Çizgi sayısı 3 | 2. adım Çizgi sayısı 5 | 3. adım Çizgi sayısı 7 | 4. adım Çizgi sayısı 9 | 5. adım Çizgi sayısı 11

Örüntünün adım sayısı ile kullanılan çizgi arasındaki ilişkiyi cebirsel ifade olarak yazalım.

Tablo: Adım sayısı ile adımdaki çizgi sayısı arasındaki ilişki

Adım sayısı	Kullanılan çizgi sayısı	Adım sayısı ile kullanılan çizgi sayısı arasındaki ilişki
1	3	$2 \cdot 1 + 1$
2	5	$2 \cdot 2 + 1$
3	7	$2 \cdot 3 + 1$
4	9	$2 \cdot 4 + 1$
5	11	$2 \cdot 5 + 1$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
n		$2n + 1$

Kullanılan çizgi sayısını sayı örüntüsü olarak yazalım.

3, 5, 7, 9, 11, ...

$11 - 9 = 9 - 7 = 7 - 5 = 5 - 3 = 2$

Görüldüğü gibi ardışık terimler arasındaki fark sabit olup bu sabit sayı 2'dir.

Yani bu sabit sayı, artış miktarıdır.

Bir örüntünün bütün adımları arasında ortak bir kural vardır. Örüntülerde kural ifade edilirken bir değişken kullanılır. Değişken "n" harfi ise "n" örüntünün adım sıra sayısını belirtir.

Örüntüde ardışık iki terim arasındaki fark sabit ise bu sabit sayı, örüntü kuralındaki değişkenin katsayısıdır. Örüntüde istenen adımdaki terimi bulmak için terimleri sıra ile yazmak güç olur. Örüntü kuralındaki değişken yerine istenen adım sayısını yazarak daha kolay yoldan adım sayısındaki terim bulunabilir.

2. Örnek

5, 9, 13, 17. ... sayı örüntüsü veriliyor. Buna göre;

a. Örüntü kuralını yazalım. **b.** Örüntünün 50. adımındaki sayıyı bulalım.

Çözüm

a. 5, 9, 13, 17, ...

$17 - 13 = 13 - 9 = 9 - 5 = 4$

Sayı örüntüsünün ardışık terimleri arasındaki fark 4'tür.

"n" harfini değişken olarak alalım. n harfinin katsayısı 4 olur. Örüntü kuralı 4n ile başlar.

$n = 1$ için $4 \cdot 1 = 4$ olur. Sayı örüntüsünün 1. adımındaki sayı 5 olduğundan $4 + 1 = 5$'tir. Buradan verilen sayı örüntüsünün kuralı $4n + 1$ olur.

Tablo: Adım sayısı ile adımdaki sayı arasındaki ilişki

Adım Sayısı	1	2	3	4	...	n
Adımdaki Sayı	5	9	13	17	...	
İlişki	$4 \cdot 1 + 1$	$4 \cdot 2 + 1$	$4 \cdot 3 + 1$	$4 \cdot 4 + 1$	...	$4n + 1$

b. Örüntünün 50. adımındaki sayıyı bulalım. Örüntünün kuralı $4n + 1$ idi.

$n = 50$ için $4 \cdot 50 + 1 = 200 + 1 = 201$

Buradan bu örüntünün 50. adımındaki sayı 201 bulunur.

3. Örnek

Beyza, kumbarasında para biriktirmeye başlıyor. Beyza, kumbarasına birinci hafta 15 TL atıyor. Sonraki her hafta kumbarasına 8 TL ekliyor. Kumbarasındaki para miktarını veren örüntünün kuralını bulalım.

Beyza'nın 12. haftada kumbarasında kaç TL'si olduğunu bulalım.

Çözüm

Haftaya göre kumbaradaki para miktarını yazalım.

1. hafta : 15 TL

2. hafta : $15 + 8 = 23$ TL

3. hafta : $23 + 8 = 31$ TL

4. hafta : $31 + 8 = 39$ TL

⋮

Görüldüğü gibi Beyza'nın kumbarasındaki para miktarı her hafta 8 TL artmıştır. Bu para miktarı sayı örüntüsü oluşturur.

$39 - 31 = 31 - 23 = 23 - 15 = 8$

Sayı örüntüsünde ardışık iki terim arasındaki fark 8'dir. "n" harfini değişken olarak alalım. n harfinin katsayısı 8 olur. Örüntü kuralı 8n ile başlar.

$n = 1$ için $8 \cdot 1 = 8$ olur. Sayı örüntüsünün 1. adımındaki sayı 15 olduğundan $8 \cdot 1 + 7 = 15$'tir. Buradan örüntünün kuralı $8n + 7$ olur. 12. haftada kumbaradaki para miktarı,

$n = 12$ için $8 \cdot 12 + 7 = 96 + 7 = 103$ TL olarak bulunur.

4. Örnek

Kuralı 4n − 2 olan sayı örüntüsünün 3, 7 ve 100. adımlarındaki sayıları bulalım.

Çözüm

Örüntünün kuralı 4n − 2'dir. Örüntünün

3. adımındaki sayı, n = 3 için $4 \cdot 3 - 2 = 12 - 2 = 10$,

7. adımındaki sayı, n = 7 için $4 \cdot 7 - 2 = 28 - 2 = 26$,

100. adımındaki sayı, n = 100 için $4 \cdot 100 - 2 = 400 - 2 = 398$ olarak bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki örüntünün adımlarında kullanılan kibrit çöpü sayısını veren örüntünün kuralını bulunuz. 12. adımda kullanılan kibrit çöpü sayısını bulunuz.

1. adım 2. adım 3. adım 4. adım

2. 3, 7, 11, 15, ... sayı örüntüsü veriliyor. Buna göre;

a. Örüntünün kuralını bulunuz.

b. Örüntünün 52. adımındaki sayıyı bulunuz.

3. 2, 10, 18, 26, ... sayı örüntüsü veriliyor. Buna göre;

a. Örüntünün kuralını bulunuz.

b. Örüntünün 48. adımındaki sayıyı bulunuz.

4. Ahmet pul koleksiyonu yapıyor. Ahmet, ilk ayda koleksiyonu için 12 pul aldı. Sonraki her ayda koleksiyonuna 4 pul ekledi. Bu örüntünün kuralını bularak Ahmet'in 7. ay sonunda kaç pulu olacağını belirtiniz.

5. Kuralı 3n − 2 olan sayı örüntüsünün;

a. 2. adımındaki sayıyı bulunuz.

b. 12. adımındaki sayıyı bulunuz.

c. 58. adımındaki sayıyı bulunuz.

B. EŞİTLİK VE DENKLEM

Hazırlık

• x değişken olmak üzere;

a. x'in 4 katını veren cebirsel ifadeyi yazınız.

b. x'in 2 fazlasının 3 katını veren cebirsel ifadeyi yazınız.

c. $2(x - 3)$ işlemini yapınız.

• ■ + 12 = 15 eşitliğinde ■ değerini bulunuz.

• Aşağıdaki terazi dengede olduğuna göre ▲ yerine kaç kilogramlık kütle konmalıdır?

Motivasyon

Kütleleri aynı olan (42 kg) Pelin ve Selin tahterevalliye bindiklerinde tahterevalli dengede durabilir. Fakat kütlesi 38 kg olan Orhan ile kütlesi 43 kg olan Mehmet tahterevalliye bindiklerinde Orhan her zaman yukarıda durur.

Buradan anlaşılacağı üzere tahterevallinin dengede durabilmesi için iki taraftaki kütlelerin eşit olması gerekir.

1. Denklemlerde Eşitliğin Korunumu İlkesi

1. Örnek

14 = 14 eşitliğinin;

a. Her iki tarafına 3 ekleyelim.

b. Her iki tarafından 3 çıkaralım.

c. Her iki tarafını 3 ile çarpalım.

ç. Her iki tarafını 7'ye bölelim.

Çözüm

a.
$14 = 14$
$14 + 3 = 14 + 3$
$17 = 17$ (Eşitlik bozulmadı.)

b.
$14 = 14$
$14 - 3 = 14 - 3$
$11 = 11$ (Eşitlik bozulmadı.)

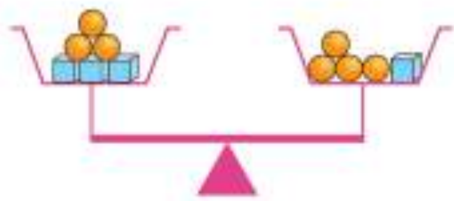
c. $14 = 14$
$14 \cdot 3 = 14 \cdot 3$
$42 = 42$ (Eşitlik bozulmadı.)

ç. $14 = 14$
$14 : 7 = 14 : 7$
$2 = 2$ (Eşitlik bozulmadı.)

Aynı eşitliğe farklı sayılar ekledik ve çıkardık. Sonuç olarak baştaki eşitlik bozulmadı.

Eşitliğin korunumu ilkesine göre eşitliğin her iki tarafına aynı sayı eklenir veya her iki tarafından aynı sayı çıkarılırsa eşitlik değişmez ve korunur. Yine aynı şekilde eşitliğin her iki tarafı aynı sayı ile çarpılır veya aynı sayıya bölünürse eşitlik değişmez ve korunur.

2. Örnek



Yanda dengede olan terazi modelinde küpler 3 birim kütleyi, küreler 6 birim kütleyi göstermektedir. Buna göre;

a. Kefelerin her birine birer adet küp eklenirse terazideki denge durumu nasıl olur?

b. Kefelerin her birinden birer adet küre çıkarılırsa terazideki denge nasıl olur?

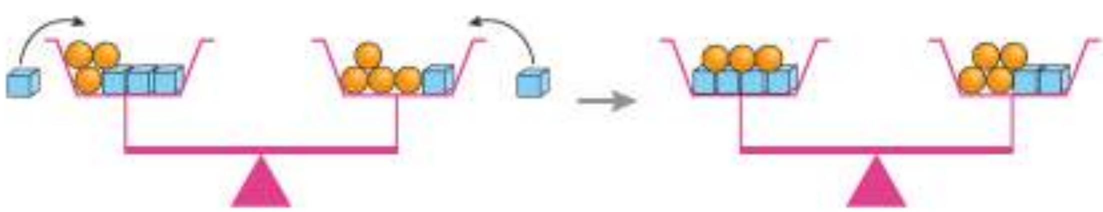
c. Sol kefeye 4 adet küp eklenirse dengenin korunması için sağ kefeye kaç adet küre eklenmelidir? Bulalım.

Çözüm

Terazinin dengede olduğunu gösteren eşitlik şöyledir:

$$6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 3 = 6 + 6 + 6 + 6 + 3$$
$$27 = 27$$

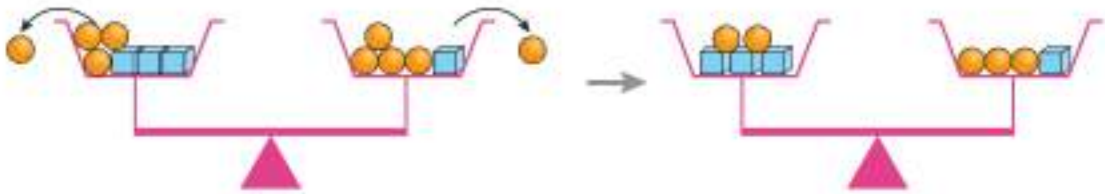
a. Kefelerin her birine birer adet küp eklersek



$$6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 3 + 3 = 6 + 6 + 6 + 6 + 3 + 3$$
$$30 = 30 \text{ olur.}$$

Terazinin dengesi bozulmadı.

b. Kefelerin her birinden birer adet küre çıkarırsak



$$6 + 6 + 6 + 3 + 3 + 3 - 6 = 6 + 6 + 6 + 6 + 3 - 6$$
$$21 = 21$$

Terazinin dengesi bozulmadı.

c. Sol kefeye 4 adet küp eklenirse sol kefe $4 \cdot 3 = 12$ birim daha ağır olacaktır. Küre 6 birimdir. 12 br kütle elde etmek için $12 : 6 = 2$ adet küreye ihtiyaç vardır.

Bu durumda sol kefeye 4 adet küp eklenirse dengenin korunması için sağ kefeye de 2 adet küre eklenmelidir.

3. Örnek

Yandaki terazide her şeklin kütlesi, üzerinde yazan sayıya eşittir. 20, 12, 4 kütlelerinden istenildiği kadar kullanılarak terazinin dengeye getirilebileceği bazı durumlar belirtelim.

Çözüm

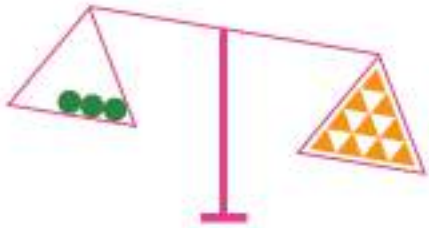
Terazinin sol kefesindeki kütlelerin toplamı $20 + 4 = 24$ birim kütle, sağ kefesindeki kütlelerin toplamı $12 + 4 = 16$ birim kütledir. Buna göre sol kefede $24 - 16 = 8$ birim kütle fazlalık vardır.

Teraziyi dengelemek için sağ kefeden 1 tane 4 birim kütle çıkarılıp aynı kefeye 1 tane 12 birim kütle eklenirse veya ilk durumda sağ kefeye 2 tane 4 birim kütle daha eklenirse sağ kefede 24 birim kütle olur. Bu durumda her iki kefede de 24 birim kütle olacağından terazi dengede durur.

Dengede olan bir terazinin kefelerine eşit kütleli cisimler konulduğunda veya terazinin kefelerinden eşit kütleli cisimler alındığında terazinin dengesi bozulmaz.

4. Örnek

Yandaki dengede olmayan terazide 1 tane ● birim kütlesi 3 tane ▲ birim kütlesine eşittir. Teraziyi dengeye getirmek için ne yapılmalıdır?

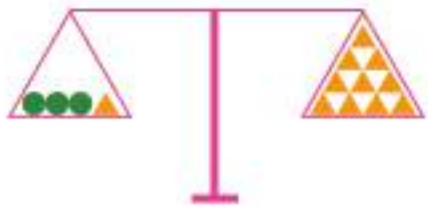


Çözüm

Terazinin sol kefesinde 3 tane ●, sağ kefesinde 10 tane ▲ vardır. Bu durumda sağ kefe daha ağırdır. Dengenin sağlanabilmesi için sağ kefeden 1 tane ▲ alınmalıdır.

1 · ● + 1 · ● + 1 · ● = 3 · ▲ + 3 · ▲ + 3 · ▲ = 9 ▲ olacağından sağ kefedeki kütle 10 ▲ − 1 · ▲ = 9 ▲

● + ● + ● = 9 ▲ olur.



Sonuç olarak dengenin sağlanabilmesi için ya sağ kefeden 1 tane ▲ birim kütle çıkarılmalı ya da sol kefeye 1 tane ▲ birim kütle eklenmelidir.

● + ● + ● + ▲ = 10 ▲ olur.

5. Örnek

9 + 2 = ▲ + 5 ifadesinde eşitliğin **bozulmaması** için ▲ yerine yazılabilecek sayıyı bulalım.

Çözüm

9 + 2 = ▲ + 5

11 = ▲ + 5

11 − 5 = ▲ + ~~5~~ − ~~5~~ (Eşitliğin her iki tarafından 5 çıkaralım.)

6 = ▲ ise

▲ = 6 bulunur.

6. Örnek

■ − 3 = 7 + 8 eşitliğinin **bozulmaması** için ■ yerine yazılabilecek sayıyı bulalım.

Çözüm

■ − 3 = 7 + 8 eşitliğinde

■ − 3 = 15 olur.

■ − ~~3~~ + ~~3~~ = 15 + 3 (Eşitliğin her iki tarafına 3 ekleyelim.)

■ = 18 bulunur.

7. Örnek

$\square \cdot 9 = 216:3$ eşitliğinin **bozulmaması** için $\square$ yerine gelmesi gereken sayıyı bulalım.

Çözüm

Eşitliğin her iki tarafının aynı sayıya bölünmesi eşitliği bozmayacağından eşitliğin her iki tarafını 9'a bölelim.

$$\square \cdot 9 = 216 : 3$$

$$\frac{\square \cdot \cancel{9}}{\cancel{9}} = \frac{216 : 3}{9}$$

$$\square = \frac{72}{9}$$

$$\square = 8 \text{ olur.}$$

Eşitlikte $\square$ yerine 8 yazalım ve bulduğumuz sayının doğruluğunu kontrol edelim.

$\square \cdot 9 = 216 : 3$

$8 \cdot 9 = 72$

$72 = 72$ olduğundan bulduğumuz sayı doğrudur.

8. Örnek

Aşağıdaki eşitliklerin **bozulmaması** için ◯ yerine yazılması gereken sayıları bulalım.

a. $8 + 6 = 5 +$ ◯

b. $12 -$ ◯ $= 9 - 2$

c. $11 \cdot 38 =$ ◯ $\cdot 19$

ç. ◯ $: 6 = 66 : 3$

Çözüm

a. 8 sayısı, eşitliğin diğer tarafındaki 5 sayısından 3 fazladır. Bu nedenle eşitliğin sağlanabilmesi için ◯ yerine eşitliğin sol tarafındaki 6 sayısının 3 fazlası olan 9 yazılmalıdır.

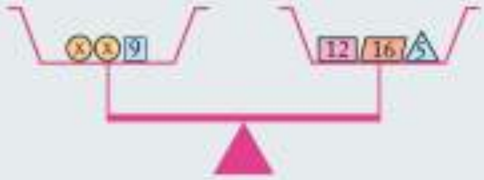
b. 12 sayısı, eşitliğin diğer tarafındaki 9 sayısından 3 fazladır. Bu nedenle eşitliğin sağlanabilmesi için ◯ yerine eşitliğin sağ tarafındaki 2 sayısının 3 fazlası olan 5 yazılmalıdır.

c. 38 sayısı, eşitliğin diğer tarafındaki 19 sayısının 2 katıdır. Bu nedenle eşitliğin sağlanabilmesi için ◯ yerine eşitliğin sol tarafındaki 11 sayısının 2 katı olan 22 yazılmalıdır.

ç. 6 sayısı eşitliğin diğer tarafındaki 3 sayısının 2 katıdır. Bu nedenle eşitliğin sağlanabilmesi için ◯ yerine eşitliğin sağ tarafındaki 66 sayısının olan 2 katı olan 132 yazılmalıdır.

ALIŞTIRMALAR

1. Yandaki dengede duran terazide her bir kütlenin kaç birim kütleyi gösterdiği şekillerin üzerinde yazmaktadır. Buna göre x kaç birim kütledir?



2. Aşağıdaki eşitliklerin bozulmaması için eşitliklerdeki sembollerin ve harflerin yerine gelmesi gereken sayıları noktalı yerlere yazınız.

a. 30 + 7 = 25 + △

△ = ...

b. 40 - □ = 36 - 13

□ = ...

c. m - 14 = 41 - 11

m = ...

ç. x + 29 = 18 + 41

x = ...

d. 35 · △ = 50 · 7

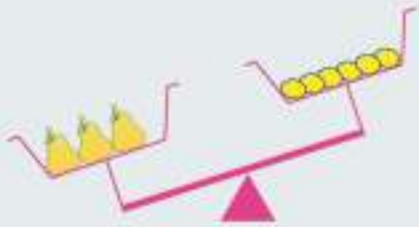
△ = ...

e. 42 : 6 = ○ : 2

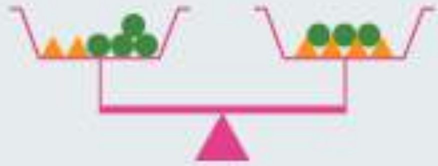
○ = ...

3. Bir terazinin sol kefesinde eşit kütleli 3 armut, sağ kefesinde eşit kütleli 6 limon vardır. Bir armudun kütlesi, 3 limonun kütlesine eşittir.

Yandaki teraziyi armut veya limon kullanarak dengeye getirmek için ne yapılmalıdır?



4. Yandaki denge durumunda bulunan terazide 1 ● = 2 ▲'dir. Terazinin sol kefesinden 2 tane ▲ kütle çıkarılıyor. Terazinin dengesinin bozulmaması için sağ kefeden hangi kütle ya da kütleler çıkarılmalıdır?



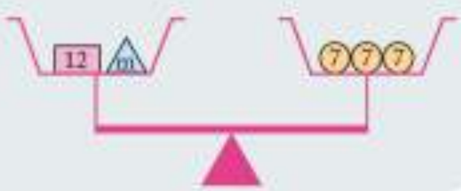
5. ■ – 5 = 11 + 2 eşitliğinin bozulmaması için ■ yerine gelecek sayıyı bulunuz.

6. 5x + 2 · ▲ = 8 + 5x ifadesinde eşitliğin bozulmaması için ▲ yerine yazılabilecek sayıyı bulunuz.

7. ● + 4 = 15 – 8 eşitliğinin bozulmaması için ● yerine yazılabilecek sayı kaçtır?

A) 7 B) 5 C) 4 D) 3

8. Yandaki dengede duran terazide her şeklin kütlesi, şeklin üzerindeki sayıya eşittir. Buna göre m'nin kaç birim olduğunu bulunuz.



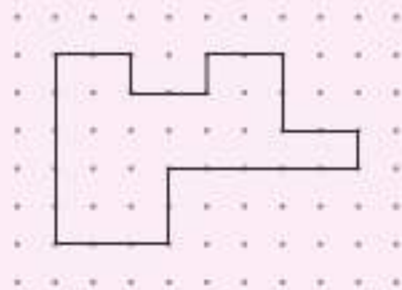
2. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Kurma

Motivasyon

Okan ve Derya çözdükleri toplam 25 soru hakkında şöyle konuşuyorlar:

Bu üç arkadaşın her birinin kaçar soru çözdüğünü bulunuz.

Etkinlik



Araç ve Gereç: noktalı kâğıt.

• Yandaki şekli noktalı kâğıtta oluşturunuz.

• Oluşturduğunuz şeklin çevre uzunluğunu bulunuz.

• İki noktayı birleştiren doğru parçasının uzunluğu 3 cm olarak alınırsa oluşan şeklin çevre uzunluğu kaç cm olur?

• Eğer iki nokta arasındaki uzunluklar 4, 5, 6 cm, ... gibi farklı uzunlukta olsaydı oluşan şeklin çevre uzunluğu kaç cm olurdu?

• İki noktayı birleştiren uzunluklar değiştikçe oluşan şeklin çevre uzunluğunu bir tablo yaparak gösteriniz.

• İki noktayı birleştiren uzunluklar her defasında değiştirilirse elde edilen şeklin çevre uzunluğunu matematiksel olarak nasıl ifade edersiniz? Tartışınız.

• Kenar uzunluğu 3 cm olan bir karenin çevre uzunluğu kaç cm dir? Aynı soruyu kenar uzunluğu bilinmeyen bir kare için nasıl ifade edersiniz? Açıklayınız.

1. Örnek

Ferhat ve Zehra isimli iki kardeş oyun oynuyorlar. Ferhat'ın oyuncaklarının sayısı, Zehra'nın oyuncaklarının sayısından 3 fazladır. Buna göre aşağıdaki işlemleri inceleyelim.

Zehra'nın 1 tane oyuncağı varsa Ferhat'ın oyuncaklarının sayısı 3 + 1 = 4'tür.

Zehra'nın 2 tane oyuncağı varsa Ferhat'ın oyuncaklarının sayısı 3 + 2 = 5'tir.

Ferhat ve Zehra'nın oyuncaklarının sayısını veren yandaki gibi bir tablo oluşturabiliriz.

Zehra'nın oyuncaklarının sayısı arttıkça Ferhat'ın oyuncaklarının sayısı artmaktadır.

Tablo: Ferhat ve Zehra'nın oyuncakları

Zehra'nın oyuncaklarının sayısı	Ferhat'ın oyuncaklarının sayısı
1	1 + 3 = 4
2	2 + 3 = 5
3	3 + 3 = 6
4	4 + 3 = 7
...	...
a	a + 3

Buna göre Zehra'nın oyuncaklarının sayısını bir sembolle gösterirsek Ferhat'ın oyuncaklarının sayısını daha kolay şekilde ifade etmiş oluruz.

Zehra'nın oyuncaklarının sayısına "a" dersek Ferhat'ın oyuncaklarının sayısı $a + 3$ olur. $a + 3$ gösterimindeki "a" harfine, "değişken" ya da "bilinmeyen" adı verilir. Ferhat'ın oyuncaklarının sayısı 25 olduğunda Zehra'nın oyuncak sayısını nasıl bulabilirsiniz? Açıklayınız.

2. Örnek

"Biri diğerinin 4 eksiği olan iki sayının ..." ifadesinin geçtiği bir problem çözülürken büyük sayı x olarak alınıyor. Buna göre küçük sayının x türünden eşitini bulalım.

Çözüm

"Biri diğerinin 4 eksiği olan iki sayının ..." ifadesinin geçtiği bir problem çözülürken büyük sayı x olarak alındığında küçük sayı da $x - 4$ olur.

3. Örnek

"Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{3}$'ü kız öğrencilerden oluşmaktadır. ..." ifadesinin bulunduğu bir problem çözülürken sınıftaki öğrencilerin toplam sayısı x olarak alınıyor. Buna göre kız öğrencilerin sayısının x türünden eşitini bulalım.

Çözüm

"Bir sınıftaki öğrencilerin $\frac{1}{3}$'ü kız öğrencilerden oluşmaktadır. ..." ifadesinin bulunduğu bir problem çözülürken sınıftaki tüm öğrencilerin sayısı matematik dilinde x olarak alınıyor. Buna göre kız öğrencilerin sayısı $\frac{x}{3}$, erkek öğrencilerin sayısı $x - \frac{x}{3} = \frac{2x}{3}$ olur.

İçerisinde bilinmeyen bulunan eşitliklere **denklem** denir.

a, b, c ($a \neq 0$) katsayıları bilinen sayılar ve x değişkeni bilinmeyen sayı olmak üzere $\mathbf{ax + b = c}$ şeklindeki matematiksel ifadelere **birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem** denir.

Bir denklem kurulurken bilinmeyen yerine x, y, z, ... gibi harfler kullanılabilir.

4. Örnek

"Bir sayının 2 katının 6 eksiği 30'dur." ifadesine ait denklemi kuralım.

Çözüm

x, bilinmeyen sayı olsun.

Bilinmeyen sayının 2 katı 2x olur.

Bilinmeyen sayının 2 katının 6 eksiği $2x - 6$ olur.

Bilinmeyen sayının 2 katının 6 eksiği 30 ifadesine ait denklem ise $2x - 6 = 30$ olur.

5. Örnek

"Bir sayının 3 katının 4 fazlası 25'tir." ifadesine ait denklemi kuralım.

Çözüm

x bilinmeyen sayı olsun.

x'in 3 katı 3x olur.

x'in 3 katının 4 fazlası $3x + 4$ olur.

x'in 3 katının 4 fazlası 25 olduğuna göre denklemimiz $3x + 4 = 25$ olur.

6. Örnek

"Merve'nin bugünkü yaşı Kübra'nın bugünkü yaşının 3 katının 38 eksiğine eşittir. Merve ve Kübra'nın yaşları toplamı 42'dir." ifadesine ait denklemi kuralım.

Çözüm

Kübra'nın bugünkü yaşına x dersek

Merve'nin bugünkü yaşı $3x - 38$ olur.

Merve ve Kübra'nın yaşları toplamı 42 olduğuna göre ifadeye ait denklem $x + 3x - 38 = 42$

$4x - 38 = 42$ olur.

7. Örnek

"Bir sınıftaki öğrenciler, sıralara üçer üçer oturursa 8 öğrenci ayakta kalıyor. Öğrenci sayısı, sıra sayısının 5 katına eşittir." ifadesini veren denklemi kuralım.

Çözüm

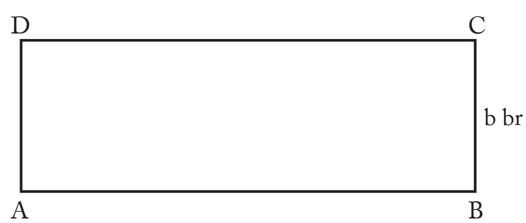
Sınıftaki sıra sayısı x olsun.

Öğrenciler sıralara üçer üçer oturunca 8 kişi ayakta kaldığına göre sınıftaki öğrenci sayısı $3x + 8$ olur.

Öğrenci sayısı, sıra sayısının 5 katına eşit olduğuna göre denklem $3x + 8 = 5x$ olur.

8. Örnek

Yandaki dikdörtgenin kısa kenar uzunluğu b br, uzun kenar uzunluğu ise kısa kenar uzunluğunun 2 katının 5 fazlasıdır. Dikdörtgenin uzun kenarı 25 br olduğuna göre bu dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunu veren denklemi yazalım.



Çözüm

Dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğunu veren denklem $2b + 5 = 25$ olur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıda verilenlere ait matematiksel ifadeleri noktalı yerlere yazınız (Bilinmeyen sayısı x olarak alınız).

a. "Biri diğerinin 5 katının 2 eksiği olan sayı ...."

b. "Biri diğerinin 2 katının 3 fazlası olan sayı ...."

c. "Biri diğerinin 4 eksiği olan sayı ...."

2. Aşağıdaki ifadelere ait denklemleri kurunuz (Bilinmeyen olarak x alınız). Kurulan denklemleri eşleştiriniz.

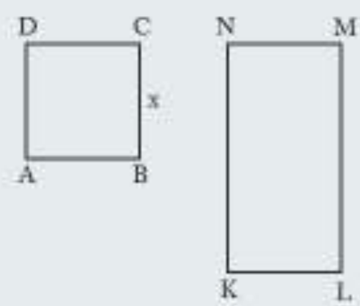
İfade	Denklem
a. Bir kavanozdaki şekerlerin sayısının 4 katı 24'tür.	**I.** $3x + 2 = 17$
b. Bir kutudaki çikolataların sayısının 2 katının 6 fazlası 40'tır.	**II.** $4x = 24$
c. Ahmet'in bilyelerinin sayısının 3 katının 5 eksiği 40'tır.	**III.** $(x - 5) \cdot 4 + 2 = 18$
ç. Sude'nin öykü kitaplarının sayısının 5 eksiğinin 4 katının 2 fazlası 18'dir.	**IV.** $3x - 5 = 40$
	V. $2x + 6 = 40$

3. "Ersin'in 70 fındığı vardır. Ersin'in fındık sayısı, Mehmet'in fındık sayısının 3 katından 4 fazladır." ifadesine ait denklemi kurunuz.

4. Ezgi'nin evi ile okulu arası 10 km'dir. Ezgi bu yolun bir kısmını yürüyerek kalan kısmını otobüs ile gidiyor. Ezgi'nin otobüs ile gittiği yol, yürüyerek gittiği yolun 2 fazlasının 3 katı olduğuna göre Ezgi'nin yaya olarak gittiği yolu bulmak için gereken denklemi kurunuz (Yolu x olarak alınız.).

5. "Bir dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu, kısa kenarının uzunluğunun 3 katından 5 eksiktir. Dikdörtgenin çevre uzunluğu 38 cm olduğuna göre dikdörtgenin kısa kenar uzunluğu kaç cm'dir?" ifadesine ait denklemi kurunuz.

6. Yandaki ABCD karesinin bir kenar uzunluğu x br'dir. KLMN dikdörtgeninin kısa kenar uzunluğu karenin kenar uzunluğuna, uzun kenar uzunluğu da karenin kenar uzunluğunun 2 katına eşittir. KLMN dikdörtgeninin çevre uzunluğu 42 cm olduğuna göre KLMN dikdörtgeninin çevre uzunluğunu veren denklemi yazınız.



3. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü

Bir denklemi sağlayan bilinmeyenin değerine **denklemin kökü**, denklemi sağlayan değeri bulma işlemine **denklemi çözme** adı verilir. Denklem çözülürken bilinmeyen, eşitliğin bir tarafında yalnız bırakılır. Denklemde eşitliğin korunması için eşitliğin sağ ve sol taraflarına aynı sayı ile aynı dört işlemden biri yapılır.

1. Örnek

$4x - 3 = 17$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm

$4x - 3 = 17$

$4x - \cancel{3} + \cancel{3} = 17 + 3$ (Eşitliğin her iki tarafına 3 ekleyelim.)

$4x + 0 = 20$

$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{20}{4}$ (Eşitliğin her iki tarafını 4'e bölelim.)

$x = 5$ bulunur.

2. Örnek

$3m + 3 = 2m + 15$ denklemini sağlayan m değerini bulalım.

Çözüm

$3m + 3 = 2m + 15$

$3m + \cancel{3} - \cancel{3} = 2m + 15 - 3$ (Eşitliğin her iki tarafından 3 çıkaralım.)

$3m + 0 = 2m + 12$

$3m = 2m + 12$

$3m - 2m = \cancel{2m} - \cancel{2m} + 12$ (Eşitliğin her iki tarafından 2m çıkaralım.)

$m = 12$ bulunur.

3. Örnek

$2(x - 4) = 16$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm

$2(x - 4) = 16$

$2(x - 4) = 16$ (Dağılma özelliğini uygulayalım.)

$2x - 8 = 16$

$2x - \cancel{8} + \cancel{8} = 16 + 8$ (Eşitliğin her iki tarafına 8 ekleyelim.)

$2x + 0 = 24$

$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{24}{2}$ (Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.)

$x = 12$ bulunur.

4. Örnek

Bir kütüphaneye ders çalışmak ve araştırma yapmak için cumartesi günü giriş yaptıranların sayısı, pazar günü giriş yaptıranların sayısından 53 kişi azdır. Kütüphaneye pazar günü giriş yaptıran 128 kişi olduğuna göre bu durumu karşılayan denklemi kurup kütüphaneye cumartesi günü giriş yaptıranların sayısını bulalım.

Çözüm

Cumartesi günü giriş yaptıranların sayısı x olsun.

Pazar günü giriş yaptıranların sayısı x + 53 olur.

Buna göre denklem x + 53 = 128 şeklinde kurulur.

Denklemin çözümü

$$x + 53 = 128$$

$$x + 53 - 53 = 128 - 53$$ (Eşitliğin her iki tarafından 53 çıkaralım.)

$$x = 75$$ olur.

Kütüphaneye cumartesi günü kayıt yaptıranların sayısı 75'tir.

5. Örnek

İki kardeşin yaşları toplamı 32'dir. Küçük kardeş, büyük kardeşten 8 yaş küçük olduğuna göre büyük kardeşin kaç yaşında olduğunu bulalım.

Çözüm

Büyük kardeşin yaşı x olsun.

Küçük kardeşin yaşı x – 8 olur.

Buna göre denklem x + x – 8 = 32 şeklinde kurulur.

Denklemin çözümü

$$x + x - 8 = 32$$

$$2x - 8 = 32$$

$$2x - \cancel{8} + \cancel{8} = 32 + 8$$ (Eşitliğin her iki tarafına 8 ekleyelim.)

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{40}{2}$$ (Eşitliğin her iki tarafını 2'ye bölelim.)

$$x = 20$$ olur.

Büyük kardeşin yaşı 20'dir.

6. Örnek

$3(x + 7) - 5 = 49$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm

Eşitliğin korunması için yapılan işlemleri zihinden uygulayarak denklemi aşağıdaki gibi çözeriz.

$$3(x + 7) - 5 = 49$$

$$3(x + 7) - 5 = 49$$

$$3x + 21 - 5 = 49$$

$$3x + 16 = 49$$

$$3x = 49 - 16$$ (Sayı veya değişkenler eşitliğin diğer tarafına işaret değiştirerek geçer.)

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{33}{3}$$

$x = 11$ bulunur.

7. Örnek

$5(x + 2) = 2 (x + 11)$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm

$$5(x + 2) = 2(x + 11)$$

$$5(x + 2) = 2(x + 11)$$

$$5x + 10 = 2x + 22$$

$$5x - 2x = 22 - 10$$

$$5x - 2x = 12$$

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{12}{3}$$

$x = 4$ bulunur.

8. Örnek

$2x - (x - 3) = 2 (x + 2) + 9$ denklemini sağlayan x değerini bulalım.

Çözüm

$$2x - (x - 3) = 2(x + 2) + 9$$

$$2x - x + 3 = 2x + 4 + 9$$

$$x + 3 = 2x + 13$$

$$x - 2x = 13 - 3$$

$$-x = 10$$

$$\frac{-x}{-1} = \frac{10}{-1}$$

$x = -10$ bulunur.

9. Örnek

$4x - 1 = 4(1 + x) + 21$

Çözüm

$4x - 1 = 4(1 + x) + 21$

$4x - 1 = 4 + 4x + 21$

$4x - 1 = 4x + 25$

$4x - 4x = 25 + 1$

$0 = 26$

0 = 26 eşitliği doğru olmadığından bu denklemi sağlayan x değeri yoktur.

10. Örnek

$5x - 9 = 3(x - 1) - 6 + 2x$ denkleminde x değerini bulalım.

Çözüm

$5x - 9 = 3(x - 1) - 6 + 2x$

$5x - 9 = 3x - 3 - 6 + 2x$

$5x - 9 = 5x - 9$

$5x - 5x = -9 + 9$

$0 = 0$

0 = 0 eşitliği olduğundan bu denklem her x değeri için sağlanır.

11. Örnek

Yandaki şekilde terazi dengededir. ■, ● ve ▲ cisimleri kendi aralarında özdeştir. ■ → 6 gram, ● → 8 gram olduğuna göre bir ▲ cismin kütlesinin kaç gram olduğunu bulalım.

Çözüm

▲ cisimlerin her birine x dersek

■ = 6 gram, ● = 8 gram ve terazi dengede olduğundan sol kefedeki kütleler ile sağ kefedeki kütleler birbirine eşittir. Bu durumda aradığımız denklem şöyle olur:

$x + 6 + x = 8 + 8 + 8 + 8 + 8$

$2x + 6 = 40$

$2x = 40 - 6$

$2x = 34$ ise $x = 17$ gram bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki denklemlerde x'lerin değerlerini bulunuz.

a. $x - 12 = 3$ **b.** $4x - 7 = 3x + 9$

c. $3(x + 2) + 2x = x - 14$ **ç.** $3x + 2(x - 4) = 4(x + 6) + 3$

2. Aşağıdaki denklemlerde bilinmeyenleri bulunuz.

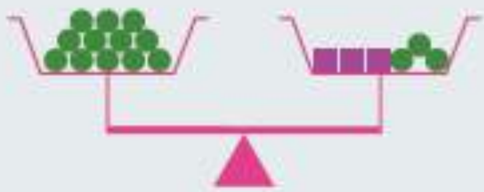
a. $x + 11 = 3(1 - x)$ **b.** $m - 4 + 3(m + 2) = m + 5$

c. $3(a - 2) + 2(3 - a) = (2a + 3) - 4$ **ç.** $2(k - 2) - (k + 4) = 4(k + 1)$

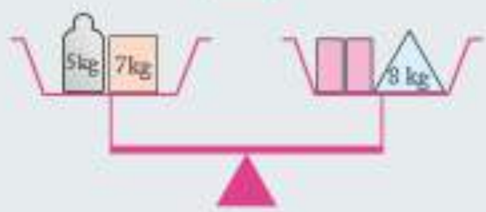
d. $2t + 3(t - 2) = 3(2 - t) - (t + 3)$

3. Yandaki şekilde verilen dikdörtgenin uzun kenarının uzunluğu, kısa kenarının uzunluğunun 3 katının 8 eksiğidir. Çevresi 80 cm olan bu dikdörtgenin kısa kenarının uzunluğunu bulunuz.

4. Yandaki terazinin dengede durabilmesi için ■ kütlesinin değerini bulunuz (● = 3 kg'dır.).



5. Yandaki terazinin dengede olabilmesi için ▯ kütlesinin değerini bulunuz (▯ cisimleri özdeştir.).



4. Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler

1. Örnek

Bir sınıfta öğrenciler sıralara ikişer ikişer otururlarsa 12 öğrenci, üçer üçer otururlarsa 1 öğrenci ayakta kalıyor.

a. Bu sınıftaki sıra sayısını bulalım. **b.** Bu sınıftaki öğrenci sayısını bulalım.

Çözüm

• Problemi Anlayalım

Öğrenciler sıralara ikişer ikişer otururlarsa 12 öğrenci, üçer üçer otururlarsa 1 öğrenci ayakta kaldığından sınıftaki sıra ve öğrenci sayısını bulmamız isteniyor.

• Plan Yapalım

Öğrencilerin sıralara oturuş biçimlerine göre ayrı ayrı denklemler kurmalıyız. Öğrenci sayısı değişmediğinden bu iki denklemi birbirlerine eşitleyerek denklemin çözümünü yapmalıyız.

• **Planı uygulayalım**
a. Bu sınıftaki sıra sayısı x olsun.
Öğrenciler sıralara ikişer ikişer otururlarsa 12 öğrenci ayakta kalmaktadır. Bu durumda öğrenci sayısı

$2x + 12$'dir.

Öğrenciler sıralara üçer üçer otururlarsa 1 öğrenci ayakta kalmaktadır. Bu durumda öğrenci sayısı

$3x + 1$'dir.

Her iki durumda da öğrenci sayıları eşit olduğundan
$2x + 12 = 3x + 1$ olur.

$$12 - 1 = 3x - 2x$$
$$11 = x$$
$$x = 11\text{'dir.}$$

b. Öğrenci sayısı $2x + 12$ veya $3x + 1$'dir.
$x = 11$ için $2 \cdot 11 + 12 = 22 + 12 = 34$ veya $3 \cdot 11 + 1 = 33 + 1 = 34$ olur.
Sınıftaki öğrenci sayısı 34'tür.

• **Kontrol Edelim**
Sıra sayısı 11 olduğundan ikişer ikişer ve üçer üçer oturulduğunda öğrenci sayıları eşit olacaktır.

$$2x + 12 = 3x + 1$$
$$2 \cdot 11 + 12 = 3 \cdot 11 + 1$$
$$34 = 34$$ olduğundan denklem doğru kurulmuştur.

2. Örnek

5 katının 3 fazlası, 6 katının 9 eksiğine eşit olan sayıyı bulalım.

Çözüm
Bilinmeyen sayı x olsun.
İstenen denklem $5x + 3 = 6x - 9$ olur.
Denklemi çözdüğümüzde

$$5x + 3 = 6x - 9$$
$$5x - 6x = -9 - 3$$
$$-x = -12$$
$$\frac{-x}{-1} = \frac{-12}{-1}$$
$$x = 12 \text{ olur.}$$

Bu sayı 12'dir.

3. Örnek

İki sayının toplamı 21'dir. İkinci sayı, birinci sayıdan 3 fazladır. Buna göre ikinci sayı kaçtır? Bulalım.

Çözüm
İkinci sayı x olsun. İkinci sayı, birinci sayıdan 3 fazla olduğundan birinci sayı $x - 3$ olur.
Bu durumda iki sayının toplamı 21 olduğundan denklem $x - 3 + x = 21$ olarak kurulur.

Denklemi çözdüğümüzde $2x - 3 = 21$

$$2x = 21 + 3$$

$$2x = 24$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{24}{2}$$

$x = 12$ bulunur.

4. Örnek

Üç sayıdan birincisi, ikincisinin 3 katına, üçüncüsü de birincinin 2 fazlasına eşittir. Bu üç sayının toplamı 58 olduğuna göre birinci sayının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

İkinci sayı x olsun. Bu durumda

birinci sayı 3x,

üçüncü sayı 3x + 2 olur.

Üç sayının toplamı 58 olduğundan denklem

$3x + x + 3x + 2 = 58$ şeklinde kurulur.

Buradan

$$7x + 2 = 58$$

$$7x = 58 - 2$$

$$7x = 56$$

$$\frac{\cancel{7}x}{\cancel{7}} = \frac{56}{7}$$

$x = 8$ bulunur (ikinci sayı). Birinci sayı ise $3 \cdot x = 3 \cdot 8 = 24$'tür.

5. Örnek

Bir grupta erkek sayısının 4 katı kadar kadın vardır. Bu gruba 4 evli çift daha katılınca gruptaki kadınların sayısı erkeklerin 3 katı olmuştur. Buna göre grubun başlangıçta kaç kişi olduğunu bulalım.

Çözüm

Erkeklerin sayısı x, kadınların sayısı 4x olur.

Başlangıçta gruptaki kişi sayısı

$x + 4x$'tir.

Sonra gruba 4 evli çift (4 erkek 4 kadın) daha katılıyor.

Bu durumda kadınların sayısı, erkeklerin sayısının 3 katına eşit oluyor.

$$3(x + 4) = 4x + 4$$

$$3x + 12 = 4x + 4$$

$$12 - 4 = 4x - 3x$$

$$8 = x$$

$$x = 8$$

Başlangıçtaki erkek sayısı $x = 8$'dir.

Başlangıçtaki kadın sayısı $4x = 4 \cdot 8 = 32$'dir.

Grupta başlangıçta toplam $x + 4x = 8 + 32$

$= 40$ kişi vardır.

6. Örnek

Meltem'in yaşı, Ezel'in yaşının 2 katından 4 fazladır. 5 yıl sonra ikisinin yaşları toplamı 44 olduğuna göre Meltem'in yaşını bulalım.

Çözüm

Ezel'in yaşına x diyelim.

Ezel'in bugünkü yaşı x,   5 yıl sonraki yaşı x + 5 olur.

Meltem'in bugünkü yaşı 2x + 4,   5 yıl sonraki yaşı 2x + 4 + 5 = 2x + 9 olur.

5 yıl sonra yaşları toplamı 44 olduğuna göre

$$x + 5 + 2x + 9 = 44$$
$$3x + 14 = 44$$
$$3x = 44 - 14$$
$$3x = 30$$
$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{30}{3}$$

$x = 10$ Ezel'in yaşı olur.

Meltem'in yaşı ise $2x + 4 = 2 \cdot 10 + 4 = 24$ olur.

7. Örnek

Ardışık dört doğal sayının toplamı 86'dır. Bu sayıların en büyüğünü bulalım.

Çözüm

Ardışık doğal sayılar birer birer artmaktadır.

I. doğal sayıya x diyelim.

Bu ardışık sayıların toplamı 86 olduğundan

$$\underbrace{x}_{\text{I.}} + \underbrace{x+1}_{\text{II.}} + \underbrace{x+2}_{\text{III.}} + \underbrace{x+3}_{\text{IV.}} = 86$$

$$4x + 6 = 86$$
$$4x = 86 - 6$$
$$4x = 80$$
$$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{80}{4}$$

$x = 20$'dir.   En küçük sayı (I. sayı) = x = 20 olur.

En büyük sayı (IV. sayı) = x + 3 = 23 bulunur.

8. Örnek

$3x + 4 = 22$ denklemi ile ilişkilendirebileceğimiz üç tane problem kuralım.

Çözüm

• 3 katının 4 fazlası 22 olan sayı kaçtır?

• Hangi sayının 3 katının 4 fazlası 22'dir?

• Bir sınıfta öğrenciler sıralara üçer üçer oturduğunda 4 kişi ayakta kalıyor. Sınıf mevcudu 22 olduğuna göre bu sınıfta kaç sıra vardır?

ALIŞTIRMALAR

1. Bir sınıftaki öğrenciler sıralara ikişer ikişer otururlarsa 5 öğrenci ayakta kalıyor. Üçer üçer otururlarsa 5 sıra boş kalıyor. Buna göre bu sınıftaki sıra ve öğrenci sayısını bulunuz.

2. 8 katının 5 eksiği, 5 katının 4 fazlasına eşit olan sayıyı bulunuz.

3. Sude ile Aylin bir afet bölgesindeki çocukların ihtiyaçları için düzenlenen yardım kampanyasına toplam 300 TL göndermişlerdir. Sude'nin gönderdiği miktar, Aylin'in gönderdiği miktarın 2 katından 30 TL eksiktir. Buna göre Sude'nin yardım kampanyasına kaç TL gönderdiğini bulunuz.

4. Ardışık üç doğal sayının toplamı 129 olduğuna göre bu doğal sayılardan en büyüğünü bulunuz.

5. Turgay'ın yaşı, Seda'nın yaşının 3 katından 2 eksiktir. 4 yıl sonra ikisinin yaşları toplamı 66 olduğuna göre Turgay'ın yaşını bulunuz.

6. Aşağıda verilen sorular ile kutucuklardaki cevapları uygun biçimde eşleştiriniz.

a. Hangi sayının 3 eksiği –5'tir?

b. Hangi sayının 3 fazlası, aynı sayının iki katının 7 eksiğine eşittir?

c. Hangi sayının 3 katının 2 eksiği 25'tir?

ç. Hangi sayının 9 katı 36'dır?

d. Hangi sayının 6 eksiği 7'dir?

I	10
II	4
III	–2
IV	9
V	13
VI	5

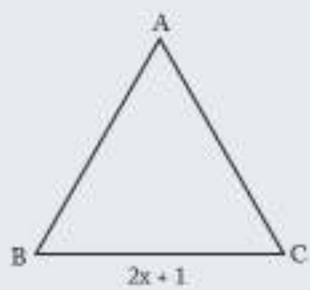
7. Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısı, erkek öğrencilerin sayısının 2 katından 7 eksiktir. Bu sınıfta 35 öğrenci olduğuna göre sınıftaki kız öğrencilerin sayısını bulunuz.

8. Dikdörtgen şeklindeki bir tarlanın uzun kenarı, kısa kenarının 2 katından 4 m eksiktir. Çevresi 214 m olan bu tarlanın uzun kenarı kaç metredir?

9. Yandaki ABC eşkenar üçgeninde $|BC| = (2x + 1)$ cm ve üçgenin çevresinin uzunluğu 45 cm olduğuna göre x değeri kaçtır?

A) 5 B) 6

C) 7 D) 8



3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. $4x + 2 - 3x - 4$ ifadesinin en sade şekli aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x + 1$ B) $3x + 4$ C) $x - 2$ D) $2x - 1$

2. $5 \cdot (2x - 4)$ işleminin sonucu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $5x + 10$ B) $5x - 20$ C) $10x - 15$ D) $10x - 20$

3. 4, 7, 10, 13, ... sayı örüntüsünün kuralı aşağıdakilerden hangisidir? (n harfini değişken olarak alınız)

A) $2n - 2$ B) $3n + 1$ C) $3n + 2$ D) $2n + 4$

4. Kuralı $4n + 8$ olan sayı örüntüsünün 12. adımındaki sayı kaçtır?

A) 44 B) 48 C) 52 D) 56

5.

Yukarıdaki şekil örüntüsündeki adımlara göre bilye sayıları verilmiştir. Buna göre 21. adımdaki bilye sayısı kaçtır?

A) 41 B) 38 C) 36 D) 34

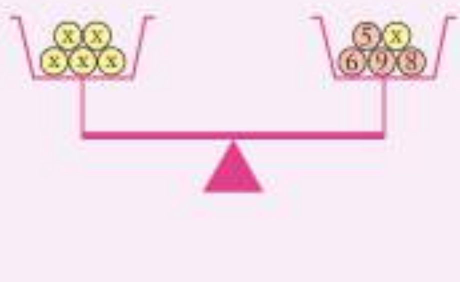
6. $2 +$ ◯ $= 9 + 4$ eşitliğinin **bozulmaması** için "◯" yerine aşağıdakilerden hangisi gelmelidir?

A) 7 B) 9 C) 11 D) 13

7. "Hangi sayının 3 katının 9 fazlası, aynı sayının 5 katının 7 eksiğine eşittir?" ifadesinin denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $9x - 3 = 5x - 7$ B) $9x + 3 = 7x - 5$ C) $3x - 9 = 5x + 7$ D) $3x + 9 = 5x - 7$

8. Yandaki modelde terazi, denge durumunda bulunmaktadır. Küre şeklindeki cisimlerin üzerilerinde kütlelerini gösteren sayılar yazmaktadır. Buna göre eşitliği sağlayan x değeri kaçtır?



A) 9 B) 7

C) 6 D) 5

9. 6 = 6 eşitliği veriliyor. Buna göre aşağıdaki ifadelerde doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

a. ☐ Eşitliğin her iki tarafına –2 eklendiğimizde eşitlik bozulur.

b. ☐ Eşitliğin her iki tarafını –1 ile çarptığımızda eşitlik bozulur.

c. ☐ Eşitliğin her iki tarafına 4 eklediğimizde eşitlik bozulmaz.

ç. ☐ Eşitliğin her iki tarafını 2 ile çarptığımızda eşitlik bozulmaz.

10. $4x + 5 \cdot \square = 20 + 4x$ ifadesinde eşitliğin bozulmaması için $\square$ yerine aşağıdakilerden hangisi yazılmalıdır?

A) 4 B) 5 C) 10 D) 20

11. $2(2x + 1) + 2x = 32$ denkleminde x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 3 B) 5 C) 6 D) 8

12. Aşağıdaki denklemlerden hangisinde x'in değeri –2'dir?

A) $5x - 10 = 10$ B) $2x + 8 = 0$ C) $3x - 4 = 2$ D) $2x - 5 = x - 7$

13. $x + 1 = -2x + 7$ denkleminde x'in değeri aşağıdakilerden hangisidir?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3

14. "Halime 22, Meliha ise 10 yaşındadır. Kaç yıl önce Halime'nin yaşı Meliha'nın yaşının 3 katıdır?" problemini çözmek için aşağıdaki denklemlerden hangisi çözülmelidir?

A) $22 + x = 3 \cdot 10 - x$ B) $22 - x = 3 \cdot (10 - x)$

C) $3x - 10 = 22 + x$ D) $3 \cdot 10 + x = 22 - 2x$

15. Üç sayıdan birincisi ikincisinin 4 eksiğine, üçüncüsü birincinin 3 katına eşittir. Bu üç sayının toplamı 59 olduğuna göre ikinci sayı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) 12 C) 14 D) 15

16. Aşağıdaki sorular ile kutucuklarda verilen cevapları uygun biçimde eşleştiriniz.

I. Hangi sayının iki katının 4 fazlası 16'dır?

II. Hangi sayının yarısının 3 katının 5 eksiği kendisidir?

III. Hangi sayının 4 katının 6 fazlası 26'dır?

IV. Hangi sayının $\frac{1}{3}$'ünün 2 katının 1 fazlası 11'dir?

V. Hangi sayının 2 katının 3 fazlası 9'dur?

a.	15
b.	6
c.	10
ç.	3
d.	5
e.	12

17. Yaşını sorduğunuz birisi size, "Benim yaşımın 4 fazlasının 2 katının 1 fazlası, en büyük iki basamaklı doğal sayıdır." diye cevap veriyor. Bu kişinin yaşı aşağıdakilerden hangisidir?

A) 48 B) 47 C) 45 D) 44

18. Uzun kenarı kısa kenarının 2 katı olan dikdörtgen şeklindeki bir bahçenin çevresine üç sıra dikenli tel çekilmek isteniyor. Bu iş için toplam 162 m tel gerektiğine göre bahçenin uzun kenar uzunluğu kaç metredir?

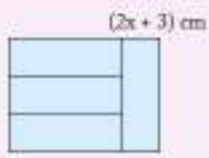
A) 26 B) 24

C) 20 D) 18

19. Aşağıdaki denklemlerin hangisinde bilinmeyenin değeri 5'tir?

A) $-2x + 2 = 1$ B) $4x - 9 = 11$ C) $x - 5 = 5$ D) $2x - 3 = 2$

20. Yandaki şekil, kısa kenarı $(2x + 3)$ cm olan dört tane eş dikdörtgenden oluşmuştur. Şeklin çevresi 238 cm olduğuna göre x'in değeri kaçtır?



A) 2 B) 5

C) 7 D) 11

21. Asuman, 190 sayfalık bir kitabı üç günde okuyor. Asuman, ikinci gün birinci günden 20 sayfa fazla, üçüncü gün ise birinci günden 25 sayfa eksik okumuştur. Buna göre Asuman, ikinci gün kaç sayfa kitap okumuştur?

A) 85 B) 90

C) 95 D) 105

4. ÜNİTE

A. ORAN VE ORANTI

1. Oranda Çokluklardan Birinin 1 Olması Durumunda Diğerinin Alacağı Değer
2. Birbirine Oranı Verilen İki Çokluktan Biri Verildiğinde Diğerini Bulma
3. Orantı
4. Doğru Orantılı İki Çokluk Arasındaki İlişki
5. Doğru Orantılı İki Çokluğa Ait Orantı Sabiti
6. Ters Orantılı İki Çokluk Arasındaki İlişki ve Orantı Sabiti
7. Doğru ve Ters Orantıyla İlgili Problemler

B. YÜZDELER

1. Bir Çokluğun Yüzdesini ve Yüzdesi Verilen Çokluğu Bulma
2. Bir Çokluğu Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak Hesaplama
3. Bir Çokluğu Belirli Bir Yüzde ile Arttırma veya Azaltma
4. Yüzde ile İlgili Problemler

Terimler: orantı, doğru orantı, ters orantı.

A. ORAN VE ORANTI

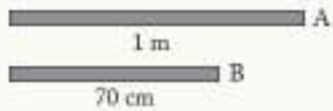
Hazırlık

• Bir sınıfta kız öğrencilerin sayısı 17, erkek öğrencilerin sayısı ise 15'tir. Buna göre;

a. Kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerin sayısına oranını bulunuz.

b. Erkek öğrencilerin sayısının sınıftaki toplam öğrenci sayısına oranını bulunuz.

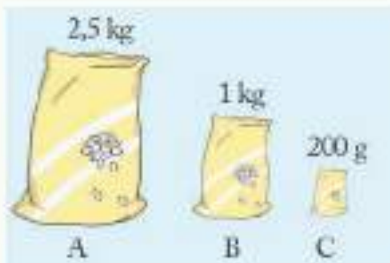
• Yanda A ve B metal çubuklarının uzunlukları verilmiştir. Buna göre;



a. A çubuğunun uzunluğunun B çubuğunun uzunluğuna oranını bulunuz.

b. B çubuğunun uzunluğunun A çubuğunun uzunluğuna oranını bulunuz.

• Yanda A, B ve C pirinç torbalarının kütleleri verilmiştir. Buna göre;



a. A torbasının kütlesinin B torbasının kütlesine oranını bulunuz.

b. A torbasının kütlesinin C torbasının kütlesine oranını bulunuz.

c. B torbasının kütlesinin C torbasının kütlesine oranını bulunuz.

1. Oranda Çokluklardan Birinin 1 Olması Durumunda Diğerinin Alacağı Değer

Oranın Özellikleri

1. Kesirde olduğu gibi oranın da payı ve paydası sıfırdan farklı bir sayı ile genişletilebilir.

$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{ac}{bc}$ $(c \neq 0)$

Örneğin, $\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$ olur.

2. Oranın payı ve paydası, sıfırdan farklı bir sayı ile sadeleşebilir.

$\frac{a}{b} = \frac{a : c}{b : c}$ $(c \neq 0)$

Örneğin, $\frac{12}{9} = \frac{12 : 3}{9 : 3} = \frac{4}{3}$ olur.

! a birim bir malın fiyatı b TL ise 1 birim malın fiyatı $\frac{b}{a}$ TL'dir.

1. Örnek

3 düzinesi 18 TL olan kurşun kalemlerden 1 tanesinin fiyatını bulalım.

Çözüm

Önce 3 düzinenin sayısını bulalım.

1 düzine 12 olduğuna göre 3 düzine kalemin sayısı 36 olur.

18 TL = 1800 kuruştur.

Fiyat F, kalem sayısı K ile gösterilirse

$\frac{\text{Fiyat}}{\text{Kalem sayısı}} = \frac{F}{K} = \frac{1800}{36} = \frac{1800:36}{36:36} = \frac{50}{1}$ olduğundan $\frac{F}{K} = \frac{50}{1}$ olur.

Buradan 1 kalemin fiyatı 50 kr. = 0,5 TL bulunur.

2. Örnek

Fırıncı ustası ekmek yapabilmek için hamur hazırlamak istiyor. Fırıncı ustası 80 ölçek un ile 16 ölçek su karışımından hamur elde ediyor. Bu karışımda 1 ölçek suya karşılık kaç ölçek un gerekeceğini bulalım.

Çözüm

Un U, su S ile gösterilirse

$\frac{\text{Un}}{\text{Su}} = \frac{U}{S} = \frac{80}{16} = \frac{80:16}{16:16} = \frac{5}{1}$ olduğundan hamur karışımı için 1 ölçek suya karşılık 5 ölçek un gereklidir.

3. Örnek

Her birinde 15 kg muz bulunan 5 kasa muz için 180 TL ödeyen manavın 1 kg muz için kaç TL ödeyeceğini bulalım.

Çözüm

Önce 5 kasa muzun kaç kg olduğunu bulalım.

$5 \cdot 15 = 75$ kg'dır. 180 TL = 18 000 kuruştur.

Muzun kütlesi A, ödenen toplam para T ile gösterilirse

$\frac{T}{A} = \frac{18\,000}{75} = \frac{18\,000:75}{75:75} = \frac{240}{1}$ olduğundan

1 kg muzun fiyatı 240 kr. = 2,4 TL bulunur.

4. Örnek

132 kg domatesten 22 kg salça yapılabiliyor. Buna göre;

a. 1 kg salça yapabilmek için kaç kg domatese ihtiyaç olduğunu bulalım.

b. 1 kg domatesten kaç kg salça yapılabileceğini bulalım.

Çözüm

a. $\dfrac{\text{Domates miktarı}}{\text{Salça miktarı}} = \dfrac{132\ \cancel{\text{kg}}}{22\ \cancel{\text{kg}}} = \dfrac{132:22}{22:22} = \dfrac{6}{1}$ olduğundan

1 kg salça yapabilmek için 6 kg domatese ihtiyaç vardır.

b. $\dfrac{\text{Domestes miktarı}}{\text{Salça miktarı}} = \dfrac{6:6}{1:6} = \dfrac{1}{1:6} = \dfrac{1}{0,1\overline{6}}$ olur.

Buradan 1 kg domatesten yaklaşık 0,17 kg = 170 g salça yapılabileceği bulunur.

5. Örnek

50 kg'lık bir torba toz şekerin fiyatı 150 TL olduğuna göre 1 kg toz şekerin 1 kg fiyatını bulalım.

Çözüm

Şekerin toplam fiyatının toplam şeker miktarına oranı $\dfrac{150\ \text{TL}}{50\ \text{kg}}$'dır.

1 kg toz şekerin fiyatını bulmak için $\dfrac{150\ \text{TL}}{50\ \text{kg}}$ oranını 50 ile sadeleştirelim.

$$\frac{150:50}{50:50} = \frac{3\ \text{TL}}{1\ \text{kg}} = 3\ \text{TL/kg}$$

Buradan 1 kg toz şekerin fiyatı 3 TL bulunur.

6. Örnek

Bir peynirin kütlesinin fiyatına oranı $\dfrac{500}{20}$ g/TL olduğuna göre 1 TL'ye kaç gram peynir alınabileceğini bulalım.

Çözüm

$$\frac{500}{20} = \frac{500:20}{20:20} = \frac{25}{1}$$

Buradan 1 TL'ye bu peynirden 25 gram alınabileceği bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. 40 tanesi 36 TL olan limonların 1 tanesi kaç TL'dir?

2. Bir karışım, 18 litre A maddesinden, 27 litre B maddesinden oluşmuştur. Bu durumda, 1 litre A maddesine karşılık kaç litre B maddesine ihtiyaç vardır?

3. 6 kg yoğurttan 18 litre ayran yapılabiliyor. Bu durumda;
   a. 1 kg yoğurttan kaç litre ayran yapılır?
   b. 1 litre ayran yapabilmek için yaklaşık kaç kg yoğurda ihtiyaç vardır?

4. 12 litre motorin 62,4 TL olduğuna göre motorinin litre fiyatını bulunuz.

5. 3 kg limondan 15 litre limonata elde edilebilirse;
   a. 1 litre limonata yapabilmek için kaç kg limon gerekir?
   b. 1 kg limondan kaç litre limonata yapılır?

2. Birbirine Oranı Verilen İki Çokluktan Biri Verildiğinde Diğerini Bulma

Etkinlik

• Sabit su akıtan bir musluk dakikada 40 litre su akıtmaktadır. Bu muslukla boş bir havuz doldurulmak isteniyor. Buna göre aşağıdaki tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

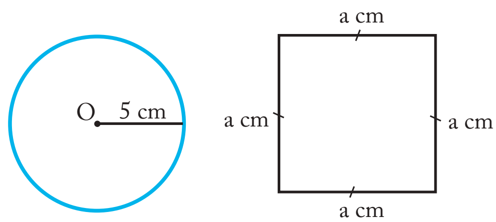
Tablo: Zamana göre havuzda biriken su miktarı

Zaman (dk.)	1	2	3	4	5	6	7
Su miktarı (L)	40						

• Tabloya göre zaman ile su miktarı arasında nasıl bir ilişki vardır?

• Tabloda her sütundaki su miktarını zamana bölünüz. Her sütun için bulduğunuz oran eşit midir? Açıklayınız.

1. Örnek



Yarıçapının uzunluğu 5 cm olan yandaki çemberin çevre uzunluğunun karenin çevresinin uzunluğuna oranı $\frac{3}{4}$'tür. Buna göre karenin bir kenarının uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

Çözüm

Çemberin çevre uzunluğu = $2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$ cm'dir.

Karenin çevre uzunluğu = $4a$ cm'dir.

$$\frac{\text{Çemberin çevre uzunluğu}}{\text{Karenin çevre uzunluğu}} = \frac{30}{\cancel{4}\,a} = \frac{3}{\cancel{4}} \text{ ise } \overbrace{\underbrace{\frac{3}{1} = \frac{30}{a}}_{10\text{ kat}}}^{10\text{ kat}}$$

$a = 1 \cdot 10 = 10$ cm bulunur.

2. Örnek

Bir hamurdaki tuzun una oranı $\frac{3}{250}$'dir. Buna göre 1000 g un kullanılarak hazırlanan bir hamurda ne kadar tuz kullanılır?

Çözüm

$$\frac{\text{Tuz}}{\text{Un}} = \frac{3}{250} \text{ ise } \overbrace{\underbrace{\frac{a}{1000} = \frac{3}{250}}_{4\text{ kat}}}^{4\text{ kat}}\text{'dir.}$$

Bu karışımdaki tuz miktarı $a = 4 \cdot 3 = 12$ g bulunur.

3. Örnek

Murat 33 yaşındadır. Murat'ın yaşının, arkadaşı Kenan'ın yaşına oranı $\frac{11}{7}$'dir. Buna göre Kenan'ın yaşının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

Murat 33 yaşındadır.

Kenan'ın yaşına K dersek

$$\frac{\text{Murat'ın yaşı}}{\text{Kenan'ın yaşı}} = \overbrace{\underbrace{\frac{11}{7} = \frac{33}{K}}_{3\text{ kat}}}^{3\text{ kat}} \text{ olur.}$$

Buradan $K = 3 \cdot 7 = 21$'dir.

Bu durumda Kenan'ın yaşı 21 bulunur.

4. Örnek

Bir sınıftaki kız öğrencilerin sayısının erkek öğrencilerin sayısına oranı $\frac{4}{3}$'tür. Sınıftaki erkek öğrencilerin sayısı 15 olduğuna göre sınıftaki kız öğrencilerin sayısının kaç olacağını bulalım.

Çözüm

Sınıftaki erkek öğrencilerin sayısı 15'tir.

Sınıftaki kız öğrencilerin sayısını K ile gösterelim.

Bu durumda oran = $\frac{\text{Kız öğrencilerin sayısı}}{\text{Erkek öğrencilerin sayısı}} = \frac{4}{3}$ ise $\frac{4}{3} = \frac{K}{15}$'tir. (5 kat, 5 kat)

Buradan K = 4 · 5 = 20'dir.

Bu durumda sınıftaki kız öğrencilerin sayısı 20 bulunur.

5. Örnek

Bir bahçede elma ve armut ağaçları vardır. Bu ağaçlardan 25 tanesi elma, diğerleri ise armut ağacıdır. Bahçedeki elma ağaçlarının armut ağaçlarının sayısına oranı $\frac{5}{7}$ ise bahçedeki armut ağaçlarının sayısını bulalım.

Çözüm

Bahçedeki elma ağaçlarının sayısı 25'tir.

Bahçedeki armut ağaçlarının sayısını A ile gösterdiğimizde oran

$$\frac{\text{Bahçedeki elma ağaçlarının sayısı}}{\text{Bahçedeki armut ağaçlarının sayısı}} = \frac{5}{7} \text{ ise } \frac{5}{7} = \frac{25}{A} \text{ olur.}$$

5 kat, 5 kat

A = 7 · 5 = 35'tir.

Bu durumda bahçedeki armut ağaçlarının sayısı 35 bulunur.

6. Örnek

Kübra'nın 29, Ezgi'nin x tane cevizi vardır. Kübra, cevizlerin 2 tanesini Ezgi'ye verdiğinde Kübra'nın cevizlerinin Ezgi'nin cevizlerinin sayısına oranı $\frac{3}{2}$ oluyor. Ezgi'nin başlangıçtaki cevizlerinin sayısını bulalım.

Çözüm

Kübra, cevizlerinin 2'sini Ezgi'ye verince Kübra'nın 27 cevizi kalır. Ezgi'nin ise 2 cevizi daha olunca (x + 2) cevizi olur. Böylece Kübra'nın cevizlerinin sayısının Ezgi'nin cevizlerinin sayısına oranı

$$\frac{29-2}{x+2} = \frac{3}{2} \text{ olur. } \overset{9 \text{ kat}}{\frac{3}{2} = \frac{27}{x+2}} \text{ ise } \quad x+2 = 9 \cdot 2$$

9 kat

$$x + 2 = 18$$
$$x = 18 - 2$$
$$x = 16\text{'dır.}$$

Buradan başlangıçta Ezgi'nin 16 cevizi olduğu bulunur.

7. Örnek

Yandaki limonatanın yapımında limon suyu miktarının su miktarına oranı $\frac{3}{7}$'dir. Bu limonatada 105 mL su vardır. Buna göre linonatada kaç mL limon suyu olduğunu bulalım.

Çözüm

Limonata karışımında $\frac{3}{7}$ oranına göre 3 mL limon suyuna karşılık 7 mL su gereklidir.

1 litre = 1000 mL'dir.

Bu ilişkiyi tabloda göstererek 105 mL suya karşılık ne kadar limon suyu gerektiğini bulalım.

Tablo: Limonata yapımında kullanılan limon suyunun suya oranı

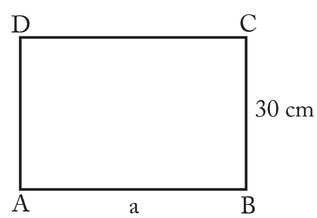
Limon suyu (mL)	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45
Su (mL)	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105

Tabloya göre 105 mL suya karşılık 45 mL limon suyu gerekir.

8. Örnek

Dikdörtgen şeklindeki bir çerçevenin kısa kenarı 30 cm'dir. Çerçevenin kısa kenarının uzun kenarına oranı $\frac{5}{7}$ olduğuna göre bu dikdörtgenin çevre uzunluğunu bulalım.

Çözüm



Yandaki ABCD dikdörtgeninde $|AB| = a$, $|BC| = 30$ cm olsun.

6 kat

$$\frac{|BC|}{|AB|} = \frac{5}{7} \Rightarrow \frac{5}{7} = \frac{30}{a} \qquad a = 6 \cdot 7 \Rightarrow a = 42 \text{ cm olur.}$$

6 kat

Çevre (ABCD) = 2 (a + b) = 2 (42 + 30) = 2 · 72 = 144 cm bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. Bir otobüsteki yolculardan 18 tanesi kadın, 24 tanesi erkektir. Bu gruptaki kadınların sayısının erkeklerin sayısına oranını bulunuz.

2. Bir kümesteki tavukların sayısının ördeklerin sayısına oranı $\frac{4}{5}$'tir. Kümeste 16 tavuk vardır. Buna göre kümesteki ördeklerin sayısı kaçtır?

   A) 12 B) 16 C) 18 D) 20

3. İki arkadaştan Meliha'nın 168, Murat'ın 212 fındığı vardır. Murat, fındıklarından 12 tanesini Meliha'ya verirse Meliha'nın fındıklarının sayısının Murat'ın fındıklarının sayısına oranını bulunuz.

4. Bir sınıfta 14 kız, 13 erkek öğrenci vardır. Dönem başı olduğu için sınıflar arası öğrenci değişiminde sınıfa 3 erkek, 5 kız öğrenci gelmiş; sınıftan 2 erkek, 4 kız öğrenci ayrılmıştır. Bu durumda sınıftaki kız öğrencilerin erkek öğrencilerin sayısına oranı kaçtır?

5. Ülkemize farklı ülkelerden gelen bir turist kafilesinde 40 İspanyol, 25 Japon ve 14 İngiliz turist vardır.

   Buna göre;

   a. İspanyol turistlerin sayısının tüm turist sayısına oranını bulunuz.

   b. İngiliz turistlerin sayısının İspanyol turistlerin sayısına oranını bulunuz.

   c. Japon turistlerin sayısının İngiliz turistlerin sayısına oranını bulunuz.

   ç. Japon turistlerin sayısının İspanyol turistlerin sayısına oranını bulunuz.

6. Bir inşaat ustası, 100 teneke harç hazırlamak için 80 teneke kum, 8 teneke çimento ve 12 teneke su kullanmıştır (Her bir malzeme için kullanılan tenekeler eş hacimlidir.). Buna göre aşağıdakilerden doğru olanların önündeki kutucuğa "D", yanlış olanların önündeki kutucuğa "Y" yazınız.

   a. ☐ Suyun karışıma oranı 0,12'dir.

   b. ☐ Çimentonun kuma oranı 0,8'dir.

   c. ☐ Kumun suya oranı 5,6'dır.

   ç. ☐ Çimentonun karışıma oranı 0,8'dir.

   d. ☐ Suyun çimentoya oranı 1,5'tir.

3. Orantı

İki veya daha fazla oranın eşitliğine **orantı** denir.

Bu seviyede iki oranın birbirine eşitliğinden oluşan ikili orantı üzerinde durulacaktır.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ veya $\overbrace{a : \underbrace{b = c}_{\text{içler}} : d}^{\text{dışlar}}$ ikili orantısında

b ve c'ye **içler,** a ve d'ye **dışlar** denir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ orantısında k, orantı sabitidir.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ eşitliğinin orantı oluşturması için iç terimlerin çarpımı, dış terimlerin çarpımına eşit olmalıdır.

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısında $a \cdot d = b \cdot c$'dir.

1. Örnek

$\frac{6}{9}$ ile $\frac{16}{24}$ oranlarının orantı oluşturup oluşturmadıklarını belirtelim.

Çözüm

I.Yol: Kesirler en sade şekilde yazılır. Kesirler birbirlerine eşit ise bu iki kesir bir orantı oluşturur.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3} \\ \frac{16}{24} = \frac{16:8}{24:8} = \frac{2}{3} \end{array}\right] \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \text{ olduğundan}$$

$\frac{6}{9} = \frac{16}{24}$ olur. Bu durumda $\frac{6}{9}$ ile $\frac{16}{24}$ orantı oluşturmaktadır.

II. Yol: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ bir orantı ise $a \cdot d = b \cdot c$ olmalıdır.

$\frac{6}{9} \times \frac{16}{24}$

İç terimlerin çarpımı = $9 \cdot 16 = 144$

Dış terimlerin çarpımı = $6 \cdot 24 = 144$

144 = 144 olduğundan

$\frac{6}{9} = \frac{16}{24}$ olur.

İçler ve dışlar çarpımı eşit olduğundan $\frac{6}{9}$ ile $\frac{16}{24}$ 'ün orantı oluşturduğu bulunmuş olur.

2. Örnek

Aşağıdaki orantılarda verilmeyen değerleri bulalım.

a. $\frac{7}{28} = \frac{3}{x}$ **b.** $\frac{12}{2} = \frac{y}{8}$ **c.** $\frac{8}{m} = \frac{32}{48}$

Çözüm

a. $\frac{7}{28} = \frac{3}{x}$ orantısında

$7 \cdot x = 28 \cdot 3$

$$\frac{\cancel{7}x}{\cancel{7}} = \frac{\overset{4}{\cancel{28}} \cdot 3}{\underset{1}{\cancel{7}}}$$

$x = 12$ olur.

b. $\frac{12}{2} = \frac{y}{8}$ orantısında

$2 \cdot y = 12 \cdot 8$

$$\frac{\cancel{2} \cdot y}{\cancel{2}} = \frac{12 \cdot \overset{4}{\cancel{8}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$y = \frac{12 \cdot 4}{1}$$

$y = 48$ olur.

c. $\frac{8}{m} = \frac{32}{48}$ orantısında

$32 \cdot m = 8 \cdot 48$

$$\frac{\cancel{32} \cdot m}{\cancel{32}} = \frac{\overset{1}{\cancel{8}} \cdot \overset{12}{\cancel{48}}}{\underset{\cancel{4}\ 1}{\cancel{32}}} = \frac{1 \cdot 12}{1}$$

$m = 12$ olur.

3. Örnek

$\frac{5}{6} = \frac{x + 4}{18}$ orantısında x değerini bulalım.

Çözüm

$$\frac{5}{6} = \frac{x + 4}{18}$$

$5 \cdot 18 = 6 \cdot (x + 4)$

$90 = 6x + 24$

$90 - 24 = 6x$

$6x = 66$

$$\frac{\cancel{6}x}{\cancel{6}} = \frac{66}{6}$$

$x = 11$ bulunur.

4. Örnek

30 tanesi 9 TL olan yumurtaların 10 tanesinin kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm

Yumurta sayılarının oranını yumurta fiyatlarına oranlayarak 10 yumurtanın fiyatını bulalım. 10 yumurtanın fiyatını t ile gösterelim.

$\frac{30}{10} = \frac{9}{t}$ (İçler dışlar çarpımı yapalım.)

$$\frac{30t}{\cancel{30}} = \frac{9 \cdot \overset{1}{\cancel{10}}}{\underset{3}{\cancel{30}}} = \frac{9}{3} = 3 \text{ ise } t = 3 \text{ olur.}$$

10 yumurtanın fiyatı 3 TL bulunur.

5. Örnek

03.07.2018 tarihinde döviz bürosuna giden bir turist, 100 avro karşılığında 543 TL almıştır. Buna göre 1 avro kaç TL'ye karşılık gelir? Bulalım.

Çözüm

I. Yol: 100 avro 543 TL olduğundan

$\frac{543}{100} = 5,43$

1 avro 5,43 TL bulunur.

II. Yol: $\frac{543}{100} = \frac{x}{1}$ (İçler dışlar çarpımı yapalım.)

$$\frac{\cancel{100}x}{\cancel{100}} = \frac{543 \cdot 1}{100}$$

$x = 5,43$

1 avro 5,43 TL bulunur.

Doğru Orantı

Orantıyı oluşturan iki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyor ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk doğru orantılıdır.

Doğru orantılı niceliklerdeki miktarların (çoklukların) bölümü sabit bir sayıdır.

6. Örnek

20 litre benzin 100 TL olduğuna göre 12 litre benzin kaç TL'dir? Bulalım.

Çözüm

Alınan benzin miktarı arttıkça ödenen ücret de aynı oranda arttığından burada doğru orantı vardır.

12 litre benzin x TL olsun. Buna göre

20 litre benzin — 100 TL ise

12 litre benzin — x TL olur.

D.O.

$$20 \cdot x = 12 \cdot 100$$

$$\frac{\cancel{20} \cdot x}{\cancel{20}} = \frac{12 \cdot \cancelto{5}{100}}{\cancelto{1}{20}}$$

$$x = \frac{12 \cdot 5}{1}$$

x = 60 TL bulunur.

(Burada doğru orantı D.O. ile gösterilmiştir.)

7. Örnek

Bir otomobil, sabit bir hızla 3 saatte 240 km yol gitmiştir. Aynı otomobilin, aynı sabit hızla 600 km yolu kaç saatte gideceğini bulalım.

Çözüm

Otomobilin gittiği süre arttıkça alınan yol da aynı oranda arttığından burada doğru orantı vardır.

600 km'yi x saatte gitmiş olsun. Buna göre

3 saatte — 240 km yol giderse

x saatte — 600 km yol gider.

D.O.

$$240 \cdot x = 3 \cdot 600$$

$$\frac{\cancel{240}\, x}{\cancel{240}} = \frac{\cancelto{180}{1800}}{\cancelto{24}{240}}$$

$$x = \frac{\cancelto{15}{180}}{\cancelto{2}{24}}$$

$$x = \frac{15}{2}$$

x = 7,5 olur.

Otomobil 600 km yolu 7,5 saatte gider.

8. Örnek

4 kilogramı 120 TL olan çiçek balının 800 gramının kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm

Bal miktarı arttıkça bakım ücreti de aynı oranda arttığından burada doğru orantı vardır.

4 kg = 4000 g'dır.

4000 g bal	120 TL ise
800 g bal	x TL'dir.

D.O.

$$4000 \cdot x = 800 \cdot 120$$

$$\frac{\cancel{4000}\,x}{\cancel{4000}} = \frac{\overset{1}{\cancel{800}} \cdot \overset{24}{\cancel{120}}}{\underset{\cancel{5}\;1}{\cancel{4000}}}$$

$$x = \frac{24}{1}$$

x = 24 TL olur.

9. Örnek

Bir inşaat ustası, yaptığı işin $\frac{3}{8}$'ini 9 günde bitirmektedir. Buna göre inşaat ustasının aynı hızla bu işin tamamını kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm

Yapılan işin miktarı arttıkça işin bitirme süresi de aynı oranda arttığından burada doğru orantı vardır.

İşin tamamını $1 = \frac{8}{8}$ olarak alalım.

Usta, işin $\frac{3}{8}$'ini	9 günde bitirirse
$\frac{8}{8}$'ini	x günde bitirir.

D.O.

$$\frac{3}{8} \cdot x = \frac{8}{8} \cdot 9$$

$$\frac{\cancel{3}\,x}{\cancel{3}} = \frac{\overset{1}{\cancel{8}} \cdot 8 \cdot \overset{3}{\cancel{9}}}{\underset{1}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{3}}}$$

$$= \frac{8 \cdot 3}{1}$$

x = 24 olur.

10. Örnek

Fahrettin ve Alperen adında iki arkadaş, pazara gidip kilogramı 3 TL olan domatesten satın alıyorlar. Fahrettin 8 kg, Alperen 9 kg domates satın aldığına göre alışveriş sonunda her birinin ödeyeceği parayı bulalım.

Çözüm

Fahrettin,

1 kg domatese ⟶ 3 TL öderse

8 kg domatese ⟶ x TL öder.

D.O. $1 \cdot x = 8 \cdot 3$

$x = 24$ TL öder.

Fahrettin 8 kg domatese 24 TL öder.

Alperen,

1 kg domatese ⟶ 3 TL öderse

9 kg domatese ⟶ x TL öder.

D.O. $1 \cdot x = 9 \cdot 3$

$x = 27$ TL öder.

Alperen 9 kg domatese 27 TL öder.

4. Doğru Orantılı İki Çokluk Arasındaki İlişki

1. Örnek

Bir turist kafilesindeki kadınların sayısının erkeklerin sayısına oranı $\frac{6}{7}$'dir. Kadınların sayısı 42 olduğuna göre kafiledeki erkeklerin sayısının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

Kafiledeki erkeklerin sayısını E, kadınların sayısını K ile gösterirsek $\frac{E}{K} = \frac{6}{7}$ olur.

Kadın turistlerin sayısı, $\frac{6}{7}$ oranında 6'nın 7 katı olan $6 \cdot 7 = 42$ olduğundan erkek turistlerin sayısı da $\frac{6}{7}$ oranındaki 7'nin 7 katı olmalıdır. Yani $7 \cdot 7 = 49$ olmalıdır.

Sonuç olarak turist kafilesindeki erkeklerin sayısı 49 bulunur.

Bir doğru orantıda paylar birbirinin kaç katı ise paydalar da birbirinin o kadar katıdır.

$\frac{x}{y} = \frac{2x}{2y} = \frac{3x}{3y} = \ldots$ gibi

2. Örnek

a ve b sayıları doğru orantılıdır.

a = 1,4 iken b = 7 olduğuna göre b= 21 iken a'nın kaç olacağını bulalım.

Çözüm

$\frac{a}{b} = \frac{1,4}{7}$ ve b'nin değeri olan 21, orantıdaki 7'nin 3 katı olduğundan a'nın değeri de 1,4'ün 3 katı olmalıdır.

3 kat

$\frac{a}{21} = \frac{1,4}{7}$ orantısından $a = 3 \cdot 1,4$

$a = 4,2$ olur.

3 kat

Doğru orantılı olan a ve b çoklukları arasında çarpmaya dayalı bir ilişki vardır.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki doğru orantılı eşitliklerde verilmeyenleri bulunuz.

a. $\frac{17}{4} = \frac{x}{8}$ **b.** $\frac{9}{y} = \frac{27}{12}$ **c.** $\frac{z}{11} = \frac{21}{33}$ **ç.** $\frac{t-3}{14} = \frac{72}{63}$

2. 12 kg elma 15 TL ise 4 kg elma kaç TL'dir?

3. 2 kg fiyatı 24 TL olan pul biberin 400 gramının fiyatı kaç TL'dir?

4. Bir işçi bir işin $\frac{2}{17}$'sini 4 saatte bitirebilmektedir. Bu işçinin işin tamamını kaç saatte bitirebileceğini bulunuz.

5. Tanesi 45 kr. olan bilyelerden 34 tane alan Ali'nin markete kaç TL ödemesi gerektiğini bulunuz.

6. 3 tanesi 16 TL olan kalemlerden 15 tane alan öğrencinin kaç TL ödeyeceğini bulunuz.

7. Bir grupta spor yapanların sayısının spor yapmayanların sayısına oranı $\frac{3}{5}$'tir. Grupta 48 kişi olduğuna göre;

a. Bu grupta kaç kişinin spor yaptığını bulunuz.

b. Bu grupta kaç kişinin spor yapmadığını bulunuz.

c. Spor yapanların sayısının tüm gruptakilerin sayısına oranını bulunuz.

8. Ördek ve kazların bulunduğu bir kümeste ördeklerin sayısının kazların sayısına oranı $\frac{2}{3}$'tür. Ördeklerin sayısı 12 olduğuna göre kümesteki hayvanların toplam sayısını bulunuz.

5. Doğru Orantılı İki Çokluğa Ait Orantı Sabiti

İki çokluk aynı oranda artıyor veya aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluğun doğru orantılı olduğunu biliyoruz.

y ile x değişkenleri doğru orantılı ise $\frac{y}{x} = k$ veya $y = kx$ eşitliği vardır. Bu eşitlikteki k sayısına **orantı sabiti** denir.

1. Örnek

Yandaki tabloda bir otomobilin sabit hızla 5 saatte aldığı yol miktarları verilmiştir. Tablodaki verilere göre orantı sabitini bulalım.

Tablo: Zamana göre otomobilin aldığı yol

Zaman (sa.)	Alınan yol (km)
1	$1 \cdot 72 = 72$
2	$2 \cdot 72 = 144$
3	$3 \cdot 72 = 216$
4	$4 \cdot 72 = 288$
5	$5 \cdot 72 = 360$

Çözüm

Tabloya göre iki değişken de eşit aralıklarda eşit oranda artmaktadır. Burada zamanı x, alınan yolu y ile gösterip değişkenleri birbirine oranlayalım.

$\frac{y}{x} = \frac{72}{1} = \frac{144}{2} = \frac{216}{3} = \dots = 72$'dir.

Burada orantı sabiti $k = 72$ bulunur.

2. Örnek

Aşağıda verilen orantılarda orantı sabitlerini bulalım.

a. $\frac{m}{n} = \frac{8}{2}$ **b.** $\frac{y}{x} = \frac{5}{25}$ **c.** $\frac{a}{b} = \frac{6}{3}$ **ç.** $\frac{s}{t} = \frac{120}{2}$

Çözüm

a. $\frac{m}{n} = \frac{8}{2}$ ise $\frac{m}{n} = \frac{4}{1}$ olduğundan orantı sabiti $k = 4$'tür.

b. $\frac{y}{x} = \frac{5}{25}$

$\frac{y}{x} = \frac{1}{5}$ olduğundan orantı sabiti $k = \frac{1}{5}$'tir.

c. $\frac{a}{b} = \frac{6}{3}$

$\frac{a}{b} = 2$ olduğundan orantı sabiti $k = 2$'dir.

ç. $\frac{s}{t} = \frac{120}{2}$

$\frac{s}{t} = \frac{60}{1}$

$\frac{s}{t} = 60$ olduğundan orantı sabiti $k = 60$'tır.

3. Örnek

$x + 2$ ile $y - 3$ doğru orantılıdır. $x = 18$ için $y = 13$ oluyor. Buna göre;

a. Orantı sabitini bulalım.

b. $x = 14$ için y değerini bulalım.

Çözüm

a. $\frac{x+2}{y-3} = k$ orantısında $x = 18$, $y = 13$ için k orantı sabitini buluruz.

$\frac{18+2}{13-3} = k$ ise $\frac{20}{10} = k$ olur.

Orantı sabiti $k = 2$'dir.

b. $\frac{x+2}{y-3} = 2$ orantısında $x = 14$ için y değerini bulalım.

$\frac{14+2}{y-3} = \frac{2}{1}$ ise $\frac{16}{y-3} = \frac{2}{1}$

$$2 \cdot (y-3) = 16 \cdot 1$$

$$\frac{\cancel{2} \cdot (y-3)}{\cancel{2}} = \frac{\cancel{16}^{8}}{\cancel{2}_{1}}$$

$$y - 3 = 8$$

$$y = 8 + 3$$

$y = 11$ olur.

4. Örnek

Yandaki tabloda zeytin miktarı ile bu zeytinlerden üretilen zeytinyağı arasındaki ilişki verilmiştir. Buna göre bu verilerin varsa orantı sabitini bulalım.

Tablo: Zeytin miktarı ile zeytinyağı arasındaki ilişki

Zeytinyağı üretimi (L)	Zeytin miktarı (kg)
1	$1 \cdot 10 = 10$
2	$2 \cdot 10 = 20$
3	$3 \cdot 10 = 30$
4	$4 \cdot 10 = 40$
5	$5 \cdot 10 = 50$

Çözüm

Zeytinyağı ile zeytin miktarı doğru orantılıdır.

Zeytinyağı x, zeytin miktarı y ile ifade edilirse

$\frac{y}{x} = k$'den $y = kx$ eşitliği bulunur.

Orantı sabiti $= \frac{y}{x} = \frac{10-0}{1-0} = \frac{20-10}{2-1} = \ldots = \frac{10}{1} = 10$ ise

$k = 10$ bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki orantılarda orantı sabitini bulunuz.

a. $\frac{x}{y} = \frac{4}{12}$ **b.** $\frac{a}{b} = \frac{15}{5}$ **c.** $\frac{m}{n} = \frac{9}{15}$ **ç.** $\frac{s}{t} = \frac{0,2}{0,5}$

2. Yandaki tabloya göre x ile y arasındaki orantı sabitini bulunuz.

x	12	8	4
y	4,5	3	1,5

3. a ve b sayıları doğru orantılıdır. a = 12 olduğunda b = 20 oluyor. Buna göre bu orantının orantı sabitini bulunuz.

4. Yanda verilen tabloda A ve B çoklukları doğru orantılı çokluklardır. Buna göre

a. x + y toplamının değerini bulunuz.

b. Orantının orantı sabitini bulunuz.

A	8	x	16
B	12	18	y

5. Aşağıda tabloda verilen doğru orantının orantı sabitini bulunuz.

Tablo: Domates miktarına göre salça miktarı

Salça miktarı (kg)	2	3	4	6
Domates miktarı (kg)	8	12	16	24

6. a ile b doğru orantılıdır. a = 3 iken b = 5 olduğuna göre;

a. Orantı sabitini bulunuz.

b. a = 24 iken b değerini bulunuz.

6. Ters Orantılı İki Çokluk Arasındaki İlişki ve Orantı Sabiti

Motivasyon

12 bilye ile oyun oynayan 3 çocuk vardır.

• 12 bilyeyi iki çocuk eşit paylaşırsa her çocuğa 6 bilye düşer.

• 12 bilyeyi üç çocuk eşit paylaşırsa her çocuğa 4 bilye düşer.

Görüldüğü gibi çocuk sayısı arttıkça kişi başına düşen bilye sayısı azalmaktadır.

Siz de bu durumlara örnek veriniz.

Orantıyı oluşturan çokluklardan biri artarken diğeri aynı oranda azalıyorsa veya biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa bu tür orantılara **ters orantı** denir.

Ters orantılı niceliklerin çarpımı sabittir. Bu sabit değer orantı sabitidir. x ile y ters orantılı ise $y = \frac{k}{x}$ veya $y \cdot x = k$'dir. Burada k orantı sabitidir.

Etkinlik

Aynı hızda çalışan işçilerin sayısı ile bir işin bitme zamanı arasındaki ilişki yandaki tabloda verilmiştir.

• Tabloda verilenlere göre satırlardaki çokluklar arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklayınız.

• Bu satırlardaki çoklukları çarpınız. Elde ettiğiniz sonuçları karşılaştırınız.

• Yaptığınız karşılaştırmadan yola çıkarak tabloda verilmeyen boşlukları doldurunuz.

• Tabloya göre işçi sayıları aynı oranda artarken verilen zamanda nasıl bir değişim olduğunu açıklayınız.

Tablo: İşçi sayısı ile bir işin bitme zamanı arasındaki ilişki

İşçi sayısı	Zaman (sa.)
1	60
	30
3	
	15
5	12

Ters orantılı çoklukların çarpımı sabit bir değere eşittir. Sabit olan bu değer, ters orantılı çoklukların orantı sabitidir.

1. Örnek

Yandaki tabloda, musluk sayısı ve eşit miktarda su akıtan muslukların havuzu doldurma süreleri verilmiştir. Musluk sayıları ile havuzu doldurma süreleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu bulalım. Değişkenler arasında ters orantı olup olmadığını belirleyelim ve orantı sabitini bulalım.

Tablo: Musluk sayısına göre havuzun dolma süresi

Musluk sayısı (adet)	Havuzun dolma süresi (sa.)
1	120
2	60
3	40
4	30
5	24

Çözüm

Tabloya göre değişkenlerden birinin değeri artarken diğerinin değeri aynı oranda azalmıştır. Musluk sayısı birer birer arttıkça havuzun dolma süresi aynı oranda azalmıştır.

Bu demektir ki bu iki değişken arasında ters orantı vardır. Ters orantı olduğundan değerleri birbiri ile çarpalım:

$1 \cdot 120 = 2 \cdot 60 = 3 \cdot 40 = ... = 120$'dir.

Musluk sayısına x, havuzun dolma süresine y dersek tablodaki ters orantılı iki değişken arasındaki ilişkinin denklemi $y \cdot x = 120$ veya $y = \frac{120}{x}$ olur.

Buradan orantı sabiti $k = 120$ bulunur.

2. Örnek

Çalışma güçleri eşit olan 6 kişi, bir duvarı 9 günde bitirebildiğine göre aynı duvarı 18 işçinin kaç günde bitirebileceğini bulalım.

Çözüm

6 işçinin 9 günde bitirebileceği duvarı 18 işçi daha az günde yapabileceğinden işçi sayısı ile bitirilen işin süresi ters orantılıdır.

18 işçi, işi x günde yapmış olsun.

6 işçi duvarı $\longleftrightarrow$ 9 günde bitirirse

18 işçi duvarı $\longleftrightarrow$ x günde bitirir.

T. O. $18 \cdot x = 6 \cdot 9$

$$\frac{\cancel{18}x}{\cancel{18}} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}} \cdot \overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{\underset{1}{\cancel{2}}}{\cancel{18}}}$$ (Burada ters orantı T.O. biçiminde gösterilmiştir.)

$x = 3$ bulunur.

3. Örnek

Aynı miktarda su akıtan 5 musluk, boş bir havuzu 12 saatte doldurmaktadır. Bu boş havuzu aynı miktarda su akıtan 2 musluğun kaç saatte doldurabileceğini bulalım.

Çözüm

5 musluğun doldurabileceği boş havuzu aynı miktarda su akıtan 2 musluk daha fazla zamanda dolduracaktır. Bu yüzden musluk sayısı ile havuzun dolma süresi ters orantılıdır.

2 musluk boş bir havuzu x saatte doldursun.

5 musluk boş bir havuzu $\longleftrightarrow$ 12 saatte doldurursa

2 musluk aynı boş havuzu $\longleftrightarrow$ x saatte doldurur.

T. O. $2 \cdot x = 5 \cdot 12$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{5 \cdot \overset{6}{\cancel{12}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$$

$$x = \frac{5 \cdot 6}{1}$$

$x = 30$'dur. İki musluk, bu boş havuzu 30 saatte doldurur.

4. Örnek

Bir araç saatte 90 km hızla bir yolu 2 saatte alabiliyor. Aynı araç saatte 60 km hızla giderse aynı yolu kaç saatte alabileceğini bulalım.

Çözüm

Aracın hızı azaldığında gideceği yolu daha uzun zamanda alacağından bu iki çokluk arasında ters orantı vardır.

90 km hızla ⟷ 2 saatte giderse
60 km hızla ⟷ x saatte gider.

T. O. $90 \cdot 2 = 60 \cdot x$

$$\frac{180}{60} = \frac{\cancel{60} \cdot x}{\cancel{60}}$$

$x = 3$ olur.

Buradan araç bu yolu saatte 60 km hızla 3 saatte alır.

5. Örnek

Bir tarlayı aynı güçte 4 traktör 6 saatte sürebilmektedir. Aynı tarlayı bu traktörlerden 3'ünün kaç saatte sürebileceğini ve orantı sabitini bulalım.

Çözüm

Traktör sayısı arttıkça tarlayı sürme süresi azaldığından bu iki çokluk arasında ters orantı vardır.

3 traktör, tarlayı x saatte sürmüş olsun.

4 traktör, bir tarlayı ⟷ 6 saatte sürerse
3 traktör, aynı tarlayı ⟷ x saatte sürer.

T. O. $3 \cdot x = 4 \cdot 6$

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{4 \cdot \overset{2}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{3}}}$$

$$x = \frac{4 \cdot 2}{1}$$

$x = 8$ olur.

Buradan 3 traktör, aynı tarlayı 8 saatte sürer.

$3 \cdot 8 = 4 \cdot 6 = ... = 24$ olduğundan orantı sabiti k = 24'tür.

6. Örnek

(x + 2) ile (2y + 3) çoklukları ters orantılıdır. x = 2 iken y = 3 olduğuna göre x = 1 iken y'nin değerini ve orantı sabitini bulalım.

Çözüm

Orantı sabiti k olsun.

$(x + 2)$ ile $(2y + 3)$ ters orantılı ise $(x + 2) \cdot (2y + 3) = k$ olur.

$x = 2$ iken $y = 3$ ise

$$(2 + 2) \cdot (2 \cdot 3 + 3) = k$$
$$4 \cdot 9 = k$$
$$k = 36 \text{ bulunur (orantı sabiti).}$$

O hâlde $(x + 2) \cdot (2y + 3) = 36$ olup $x = 1$ iken

$$(1 + 2) \cdot (2y + 3) = 36$$
$$3 \cdot (2y + 3) = 36$$
$$6y + 9 = 36$$
$$6y + \cancel{9} - \cancel{9} = 36 - 9$$
$$\frac{\cancel{6}y}{\cancel{6}} = \frac{27}{6}$$
$$y = \frac{9}{2} \text{ bulunur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Saatteki hızı 60 km/sa. olan bir kamyon, gideceği yere 10 saatte giderse bu kamyonun aynı yolu 75 km/sa. hızla kaç saatte gidebileceğini ve orantı sabitini bulunuz.

2. $(x - 4)$ ile $(y + 3)$ ters orantılıdır. $x = 6$ iken $y = 2$ ise $x = 5$ iken y'nin alabileceği değeri ve orantı sabitini bulunuz.

3. Bir evin duvarları boyanacaktır. 1 işçi, bu evi yalnız başına 12 günde boyayabiliyor. Aynı hızda çalışan işçilerin sayısına göre bu evi kaç günde bitireceklerine ait tablo yanda verilmiştir. Buna göre;

   a. Tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz.

   b. Orantı sabitini bulunuz.

Tablo: İşçi sayısına göre bir duvarı boyama süresi

İşçi sayısı	1	2	3	4
Gün sayısı	12			

4. Aşağıdaki ifadeleri inceleyiniz. Doğru olan ifadelerin önündeki kutucuğa "D", yanlış olan ifadelerin önündeki kutucuğa ise "Y" yazınız.

a. ☐ "Aynı güçte 2 işçi bir işi 6 günde yaparsa aynı işçilerden 4 işçi aynı işi 3 günde yapar." ifadesi ters orantıya örnektir.

b. ☐ "8 kg zeytinden 1 litre zeytinyağı elde edilirse 56 kg zeytinden 7 litre zeytinyağı elde edilir." ifadesi ters orantıya örnektir.

c. ☐ "Aynı kapasitede su akıtan 10 musluk, havuzu 14 saatte doldurursa 6 musluk aynı havuzu 20 saatte doldurur." ifadesi ters orantıya örnektir.

ç. ☐ "10 litre sütten 1 kg tereyağı elde edilirse 25 litre sütten 2,5 kg tereyağı elde edilir." ifadesi doğru orantıya örnektir.

d. ☐ "Bir yarışmacı 150 km'lik yolu 30 saatte koşarsa bu yarışmacı 100 km yolu 25 saatte koşar." ifadesi ters orantıya örnektir.

5. Aşağıdaki cümleleri uygun sözcük ya da sayılarla tamamlayınız.

a. Eşit miktarda su akıtan 5 musluk, boş havuzu 10 saatte doldurursa 2 musluk boş havuzu ______________ saatte doldurur.

b. Eşit hızda çalışan 8 işçi bir işi 9 günde yaparsa 12 işçi aynı işi ______________ saatte yapar.

c. Aynı güçteki 10 traktör, bir tarlayı 6 saatte sürerse ______________ traktör aynı tarlayı 20 saatte sürer.

ç. 70 kişiye ______________ gün yetecek gıda maddesi, 14 kişiye 140 gün yeter.

6. Yandaki tabloda verilenlere göre;

a. Orantı sabitini bulunuz.

b. $n = 7$ için m değerini bulunuz.

c. $m = 108$ için n değerini bulunuz.

m	48	60	72	...	...
n	4	5	6	...	...

7. Aşağıda verilen çokluklardan hangisi ters orantılı çokluklardır?

A) Usta sayısı – Yapılan işin süresi

B) Yolun uzunluğu – Tüketilen benzin miktarı

C) İşçi sayısı – Yapılan yol

D) Kullanılan su miktarı – Su faturası

7. Doğru ve Ters Orantıyla İlgili Problemler

1. Örnek

Problem

Aynı güç ve kapasitede çalışan kepçe ve kamyonlardan;

a. 3 kepçe, bir günde 48 kamyon kum yüklerse 5 kepçe kaç kamyon kum yükler?

b. 3 kepçe, belirli bir kum yığınını 15 günde yükleyip bitirirse 5 kepçe aynı kum yığınını kaç günde yükleyip bitirir? Bulalım.

Çözüm

a.

• Problemi Anlayalım

3 kepçenin bir günde 48 kamyon kum yüklediği veriliyor. Bizden 5 kepçenin 1 günde kaç kamyonu yükleyeceğini bulmamız isteniyor.

• Plan Yapalım

Orantı kurarak 5 kepçenin 1 günde kaç kamyonu yükleyeceğini bulmamız gerekir.

• Planı Uygulayalım

Kepçe sayısı arttıkça yüklenen kamyon sayısı da aynı oranda artacağından kuracağımız orantı doğru orantıdır.

5 kepçe x kamyon yüklemiş olsun.

3 kepçe ⟷ 48 kamyon yüklerse
5 kepçe ⟷ x kamyon yükler.

D. O. $3 \cdot x = 5 \cdot 48$

$$\frac{\cancel{3}x}{\cancel{3}} = \frac{5 \cdot \overset{16}{\cancel{48}}}{\underset{1}{\cancel{3}}} = \frac{5 \cdot 16}{1}$$

$x = 80$ olur.

5 kepçe 1 günde 80 kamyon kum yükler.

• Kontrol Edelim

Kepçe sayısı (adet)	1	2	3	4	5
Kamyon sayısı (adet)	16	32	48	64	80

3 kepçe 48 kamyonu,
5 kepçe 80 kamyonu yükler.

b.

• Problemi Anlayalım

3 kepçenin belirli bir kum yığınını 15 günde yükleyip bitirdiği veriliyor. Bizden aynı kum yığınını 5 kepçenin kaç günde yükleyip bitireceğini bulmamız isteniyor.

• Plan Yapalım

Orantı kurarak 5 kepçenin kum yığınını kaç günde yükleyeceğini bulmamız gerekir.

• Planı Uygulayalım

Kepçe sayısı arttıkça yükleme süresi aynı oranda kısalacağından kuracağımız orantı ters orantıdır.

5 kepçe, kum yığınını x günde yüklemiş olsun.

3 kepçe, kum yığınını ⟷ 15 günde yükleyip bitirirse

5 kepçe, kum yığınını ⟷ x günde yükleyip bitirir.

T. O. $5 \cdot x = 3 \cdot 15$

$$\frac{\cancel{5}x}{\cancel{5}} = \frac{3 \cdot \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{5}}} = \frac{3 \cdot 3}{1}$$

$x = 9$ bulunur.

• Kontrol Edelim

Kepçe sayısı (adet)	1	2	3	4	5
Kamyon sayısı (adet)	45	22,5	15	11,25	9

Kum yığınını

3 kepçe 15 günde,

5 kepçe 9 günde yükler.

2. Örnek

Bir sınıftaki erkek ve kız öğrencilerin sayıları sırası ile 3,6 ve 4,5 sayıları ile doğru orantılıdır. Buna göre sınıf mevcudu **en az** kaçtır? Bulalım.

Çözüm

$$\frac{\text{Erkeklerin sayısı}}{\text{Kızların sayısı}} = \frac{3,6}{4,5} = \frac{\overset{4}{\cancel{36}}}{\underset{5}{\cancel{45}}} = \frac{4}{5} \text{ olur.}$$

Erkeklerin sayısı 4k, kızların sayısı 5k'dir. Sınıf mevcudunun **en az** olması için orantı sabiti $k = 1$ alınır. Sınıf mevcudu **en az** $4 + 5 = 9$ bulunur.

3. Örnek

Bir mağaza sattığı takım elbise fiyatında %20 indirim yapıyor. İndirimli fiyatı 600 TL olan takım elbisenin indirim yapılmadan önceki fiyatını bulalım.

Çözüm

%20 indirim demek 100 TL'lik bir ürünü

$100 - 20 = 80$ TL'ye satmak anlamına gelir.

$\frac{80}{100}$'ü 600 TL

$\frac{100}{100}$'ü x TL'dir.

D. O. $\frac{80}{100} \cdot x = \frac{100}{100} \cdot 600$ ise $x = 750$ bulunur.

Buradan takım elbisenin indirimden önceki fiyatı 750 TL'dir.

4. Örnek

Aynı güç ve nitelikteki 9 usta, bir duvarı 24 günde örmektedirler. Aynı duvarı 18 günde bitirebilmeleri için aynı güç ve nitelikteki ustaların sayısının kaç artırılması gerektiğini bulalım.

Çözüm

18 günde x usta bu duvarı örmüş olsun.

9 usta bir duvarı ⟷ 24 günde örerse

x usta aynı duvarı ⟷ 18 günde örer.

T. O. $18 \cdot x = 9 \cdot 24$

$$\frac{18 \cdot x}{18} = \frac{9 \cdot 24}{18}$$

$x = 12$ olur.

Buradan usta sayısını $12 - 9 = 3$ artırmak gerekir.

5. Örnek

A ve B maddelerinden oluşmuş bir karışım $\frac{A}{B} = \frac{3}{4}$ oranında karıştırılarak elde ediliyor. 490 gram karışım elde etmek için A maddesinden kaç gram gerektiğini bulalım.

Çözüm

$\frac{A}{B} = \frac{3}{4}$ ise

A maddesi 3k, B maddesi 4k olur.

Karışım 490 gram olduğuna göre

$$A + B = 490$$
$$3k + 4k = 490$$
$$7k = 490$$
$$\frac{\cancel{7}k}{\cancel{7}} = \frac{490}{7}$$

$k = 70$ olur.

Buradan A maddesi, $A = 3k$ olduğundan

$A = 3 \cdot 70$

$A = 210$ gram bulunur.

6. Örnek

8 ve 12 yaşlarındaki iki kardeş, satın aldıkları 320 gram Antep fıstığını yaşları ile ters orantılı olacak şekilde paylaşıyorlar. Her birinin payına düşen Antep fıstığı miktarını bulalım.

Çözüm

Küçük kardeşin payına düşen Antep fıstığı miktarı a, büyük kardeşin payına düşen Antep fıstığı miktarı b olsun.

Bu durumda 8 ile a ve 12 ile b ters orantılı olur.

Ters orantıyı $8 \cdot a = 12 \cdot b = k$ şeklinde yazabiliriz.

Buradan $a = \frac{k}{8}$ ve $b = \frac{k}{12}$ bulunur. Bulduğumuz bu eşitlikleri toplam Antep fıstığı miktarına eşitlersek

$$a + b = \frac{k}{8} + \frac{k}{12} = 320$$

$$\underset{(3)}{\frac{k}{8}} + \underset{(2)}{\frac{k}{12}} = 320$$

$$\frac{3k}{24} + \frac{2k}{24} = 320$$

$$\frac{5k}{24} = 320$$

$$\frac{\cancel{5}k}{\cancel{5}} = \frac{\overset{64}{\cancel{320}} \cdot 24}{\underset{1}{\cancel{5}}}$$

$$k = 64 \cdot 24$$

$k = 1536$ bulunur.

Küçük kardeşe düşen pay $= a = \frac{k}{8} = \frac{1536}{8} = 192$ gram olur.

Büyük kardeşe düşen pay $= b = \frac{k}{12} = \frac{1536}{12} = 128$ gram olur.

Sıra Sizde

3 işçi, 5 gün ve 9 işçi verilerini kullanarak orantı ile ilgili bir problem kurup çözünüz.

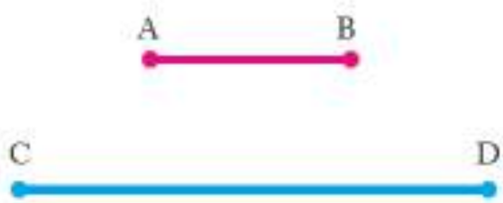
7. Örnek

Uzunlukları toplamı 210 cm olan AB ve CD doğru parçalarının uzunlukları, sırasıyla 3 ve 7 ile doğru orantılıdır. Buna göre bu doğru parçaları kaçar cm'dir? Bulalım.

Çözüm

Verilenlere göre $|AB|$ ile 3 ve $|CD|$ ile 7 doğru orantılı olduğundan orantıyı

$\frac{|AB|}{3} = \frac{|CD|}{7} = k$ biçiminde yazabiliriz.



Buradan $|AB| = 3k$ ve $|CD| = 7k$ olur.

$$|AB| + |CD| = 3k + 7k = 210$$

$$10k = 210$$

$$\frac{\cancel{10}k}{\cancel{10}} = \frac{210}{10}$$

$k = 21$'dir.

$|AB| = 3k = 3 \cdot 21$ $\qquad$ $|CD| = 7k = 7 \cdot 21$

$|AB| = 63$ cm $\qquad$ $|CD| = 147$ cm bulunur.

Bir yerin, bir arazinin veya bölgenin belli bir oranda küçültülerek kâğıt üzerine çizilmiş şekline **plan** denir.

Plan; ev, sınıf, hastane, okul, şehir vb. yerlerin düzenlenişini veya bir bütünün bölümlerinin kuş bakışı görünüşlerini şemayla gösteren çizimdir. Burada kuş bakışı, bir konuma ya da bir coğrafi alana dikey olarak gökyüzünden veya yüksek bir yerden bakmaktır. Bir planda gerçek uzunlukları küçültme oranına **ölçek** denir.

Plan, $\frac{1}{1000}$ ile $\frac{1}{20\,000}$ arasındaki ölçekli haritaları ifade eder.

8. Örnek

$\frac{1}{60\,000}$ ölçekli bir haritada 12 cm olarak gösterilen bir uzunluğun gerçekte kaç km olduğunu bulalım.

Çözüm

Gerçekte 60 000 cm olan bir uzunluk, $\frac{1}{60\,000}$ ölçekli bir haritada 1 cm olarak çizilir.

1 cm —— 60 000 cm ise
12 cm —— x cm'dir.

D. O. $1 \cdot x = 12 \cdot 60\,000$
$x = 720\,000$ cm olur.

720 000 cm = 7,2 km

Haritada 12 cm olarak gösterilen bu uzunluk gerçekte 7,2 km'dir.

9. Örnek

Gerçekte 30 km olan bir uzunluğun $\frac{1}{20\,000}$ ölçekli planda kaç cm olarak çizilebileceğini bulalım.

Çözüm

30 km = 30 000 m = 3 000 000 cm'dir.

Gerçekte 20 000 cm olan bir uzunluk, $\frac{1}{20\,000}$ ölçekli planda 1 cm olarak çizilir.

20 000 cm olan bir uzunluk —— 1 cm olarak çizilirse
3 000 000 cm olan bir uzunluk —— x cm olarak çizilir.

D. O. $20\,000 \cdot x = 1 \cdot 3\,000\,000$

$$\frac{\cancel{20\,000}x}{\cancel{20\,000}} = \frac{3\,000\,000}{20\,000} = \frac{\overset{150}{\cancel{300}} \cdot \cancel{10\,000}}{\underset{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{10\,000}} \text{ ise } x = 150 \text{ cm olur.}$$

Gerçekte 30 km = 3 000 000 cm'lik bir uzunluk, $\frac{1}{20\,000}$ ölçekli planda 150 cm olarak çizilir.

10. Örnek

Bir A şehrinde hastane ile postane arası gerçekte 1800 m'dir. Yapılan şehir planlama maketinde bu mesafe 9 cm olarak gösterilmiştir. Bu maketin ölçeğini bulalım.

Çözüm

1800 m = 180 000 cm

I. Yol: $\text{Ölçek} = \dfrac{\text{Plandaki mesafe}}{\text{Gerçek mesafe}}$

$$\text{Ölçek} = \frac{9}{180\,000}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\underset{2}{\cancel{18}} \cdot 10\,000}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 10\,000}$$

$$= \frac{1}{20\,000}\text{'dir.}$$

II. Yol: 180 000 cm — 9 cm ise
1 cm — x cm'dir.

D. O. $180\,000 \cdot x = 9 \cdot 1$

$$x = \frac{9}{180\,000}$$

$$x = \frac{\overset{1}{\cancel{9}}}{\cancel{9} \cdot 20\,000}$$

$$x = \frac{1}{20\,000} \text{ bulunur.}$$

11. Örnek

$\dfrac{1}{40\,000}$ ölçekli bir haritada 8 cm olarak gösterilen bir uzunluğun gerçekte kaç metre olduğunu bulalım.

Çözüm

Gerçekte 40 000 cm olan bir uzunluk, $\dfrac{1}{40\,000}$ ölçekli bir haritada 1 cm olarak çizilir.

Haritada 1 cm'lik bir uzunluk gerçekte — 40 000 cm ise
8 cm'lik bir uzunluk gerçekte — x cm'dir.

D. O. $1 \cdot x = 8 \cdot 40\,000$

$x = 320\,000$ cm

100 cm = 1 m ise

$x = 320\,000 : 100$

$x = 3200$ m

$\dfrac{1}{40\,000}$ ölçekli bir haritada 8 cm'lik uzunluk gerçekte 3200 m bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. 42 m kumaştan 15 pantolon dikilmektedir. Buna göre aynı ölçülerde 20 pantolon kaç metre kumaştan dikilir?

2. Aynı güç ve nitelikteki 20 usta, bir duvarı 6 günde örerse aynı ustalardan 5 tanesi bu duvarı kaç günde örer?

3. 18 kg vişne ile 7 kg şeker karıştırılarak reçel yapılıyor. Buna göre 100 kg reçel yapabilmek için kaç kg şekere ihtiyaç vardır?

4. x ve y maddelerinden oluşmuş bir karışım, $\frac{x}{y} = \frac{5}{7}$ oranında karıştırılarak elde ediliyor. 720 gram karışım elde etmek için kaç gram y maddesine gerek vardır?

5. 10 ve 20 yaşlarında iki arkadaş topladıkları 330 tane kestaneyi yaşları ile doğru orantılı olacak şekilde paylaşıyorlar. Her birinin payına düşen kestane sayısını bulunuz.

6. Bir esnafın 500 TL'ye mal ettiği bir x malını;

a. $\frac{1}{4}$ oranında kârla (artışla) kaç TL'ye sattığını bulunuz.

b. $\frac{1}{5}$ oranında zararla (indirimle) kaç TL'ye sattığını bulunuz.

7. Bir mağaza sahibi, maliyeti 200 TL olan bir malı önce $\frac{1}{4}$ oranında kârla satma kararı almış, sonra kararını değiştirerek bu malı kârlı satış fiyatı üzerinden $\frac{1}{4}$ oranında zararla satmıştır. Son durumda mağaza sahibinin kâr - zarar durumunu bulunuz.

8. Gerçekte 15 km olan bir uzunluğun $\frac{1}{60\,000}$ ölçekli bir haritada kaç cm olarak çizilebileceğini bulunuz.

9. $\frac{1}{10\,000}$ ölçekli bir planda 4 cm olarak gösterilen bir uzaklığın gerçekte kaç metre olduğunu bulunuz.

10. A noktası ile B noktası arası gerçekte 2800 m'dir. Bu mesafe bir krokide 7 cm olarak gösterilmiştir. Bu krokinin ölçeğini bulunuz.

11. Bir haritada 4 cm ile gösterilen uzunluk gerçekte 24 km'dir. Aynı haritada 1,6 cm ile gösterilen uzunluk gerçekte kaç km'dir?

12. 108 km'lik uzunluğun 18 cm olarak gösterildiği bir haritanın ölçeğini bulunuz.

B. YÜZDELER

Hazırlık

• $\frac{27}{100}$ rasyonel sayısını paydasından başlayarak okuyunuz ve ondalık olarak yazınız.

• 0, 258 ondalık sayısını yüzde birler basamağına göre yuvarlayınız.

• $\frac{2}{5}$ rasyonel sayısını ondalık olarak yazınız. Bu rasyonel sayıyı sayının paydası 100 olacak şekilde genişletiniz.

• 10 TL ye aldığınız bir kaleme %50 indirim uygulandığında bu kalemi kaç TL'ye alırsınız?

1. Bir Çokluğun Yüzdesini ve Yüzdesi Verilen Çokluğu Bulma

Bir çokluğun belirtilen yüzdesine karşılık gelen miktarını hesaplamak için önce çokluğun yüzde 1'i bulunur. Sonra bulunan miktar, çokluğun belirtilen yüzdesi ile çarpılarak çokluğun belirtilen yüzdesine karşılık gelen miktar bulunur.

Bir çokluğun belirtilen yüzdesi, verilen sayı ile yüzde oranının çarpımına eşittir.

Bir A sayısının %x'i, $A \cdot \frac{x}{100}$ formülü ile hesaplanır $\left(\%x = \frac{x}{100}\right)$.

1. Örnek

500 sayısının %4'ünü bulalım.

Çözüm

I. Yol: 500'ün %4'ü $\overset{5}{\cancel{500}} \cdot \frac{4}{\underset{1}{\cancel{100}}} = \frac{5 \cdot 4}{1} = 20$'dir.

II. Yol: 100'de ⟶ 4 ise
500'de ⟶ x'tir.

D. O. $100 \cdot x = 500 \cdot 4$

$$x = \overset{5}{\cancel{500}} \cdot \frac{4}{\underset{1}{\cancel{100}}} = \frac{5 \cdot 4}{1} = 20$$

x = 20 bulunur.

III. Yol: Önce %1'ini bulalım.

%100 → 500

%1 → 500 : 100 = 5 olur.

%4 → 5 · 4 = 20'dir.

500 sayısının %4'ü 20'dir.

2. Örnek

72 sayısının %25'ini bulalım.

Çözüm

I. Yol: $\%25 = \frac{25}{100}$'dür.

72'nin %25'i $72 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{100}}} = \frac{72 \cdot 1}{4} = 18$'dir.

II. Yol: Önce %1'ini bulalım.

$\%100 \rightarrow 72$

$\%1 \rightarrow 72 : 100 = 0{,}72$'dir.

$\%25 \rightarrow 25 \cdot 0{,}72 = \overset{1}{\cancel{25}} \cdot \frac{\overset{18}{\cancel{72}}}{\underset{\cancel{4}\ 1}{\cancel{100}}}$

$= 18$ bulunur.

3. Örnek

8 sayısının;

a. %110'unu bulalım. **b.** %0,4'ünü bulalım.

Çözüm

a. I. Yol: 8 sayısının %110'u

$8 \cdot \frac{110}{100} = 8 \cdot 1{,}1$

$= 8{,}8$'dir (8 sayısının 1,1 katıdır. 8'den büyüktür.).

II. Yol: Önce %1'ini bulalım.

$\%100 \rightarrow 8$

$\%1 \rightarrow 8 : 100 = 0{,}08$

$\%110 \rightarrow 0{,}08 \cdot 110 = \frac{8}{100} \cdot 110$

$= 8{,}8$'dir.

b. I. Yol: 8 sayısının %0,4'ü

$8 \cdot \frac{0{,}4}{100} = 8 \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{1}{100} = 8 \cdot \frac{4}{1000}$

$= 0{,}032$'dir (8 sayısının 0,004 katıdır ve 8'den küçüktür.).

II. Yol: Önce %1'ini bulalım.

$\%100 \rightarrow 8$

$\%1 \rightarrow \frac{8}{100} = 0{,}08$

$\%0{,}4 = 0{,}4 \cdot 0{,}08 = \frac{4}{10} \cdot \frac{8}{100}$

$= \frac{32}{1000}$

$= 0{,}032$'dir.

4. Örnek

500 sayısının;

a. %120'sini bulalım.

b. %0,5'ini bulalım.

Çözüm

a. I. Yol: $500 \cdot \frac{120}{100} = \overset{5}{\cancel{500}} \cdot \frac{120}{\underset{1}{\cancel{100}}} = 5 \cdot 120 = 600$

Burada görüldüğü gibi 500'ün %120'si 500'den büyüktür ve 500'ün 1,2 katıdır.

Buradan $500 \cdot 1{,}2 = 600$ olur.

II. Yol: Önce %1'ini bulalım.

%100 $\rightarrow$ 500

%1 $\rightarrow \overset{5}{\cancel{500}} \cdot \frac{1}{\cancel{100}} = 5$

%120 $\rightarrow 5 \cdot 120 = 600$ olur.

b. I. Yol: $500 \cdot \frac{0{,}5}{100} = \overset{5}{\cancel{500}} \cdot \frac{0{,}5}{\cancel{100}} = 5 \cdot 0{,}5 = 5 \cdot \frac{5}{10} = \frac{25}{10} = 2{,}5$

Burada görüldüğü gibi 500'ün %0,5'i 500'den küçük çıkmıştır ve 500'ün 0,005 katıdır.

Buradan $500 \cdot \frac{5}{1000} = \cancel{500} \cdot \frac{5}{\underset{2}{\cancel{1000}}} = \frac{5}{2}$

$= 2{,}5$'tir.

II. Yol: Önce %1'ini bulalım.

%100 $\rightarrow$ 500

%1 $\rightarrow \frac{500}{100} = 5$

%0,5 $\rightarrow 5 \cdot 0{,}5 = 5 \cdot \frac{5}{10}$

$= \frac{25}{10} = 2{,}5$'tir.

5. Örnek

120 kg'lık kütlenin %22'sinin kaç kg olduğunu tahmin edelim.

Çözüm

%22'yi %20 ve %25 olarak alalım.

120 kg'ın %20'si $120 \cdot \frac{20}{100} = 120 \cdot \frac{1}{5} = 24$ kg'dır.

120 kg'ın %25'i $120 \cdot \frac{25}{100} = \frac{120}{4} = 30$ kg'dır.

O hâlde 120'nin %22'sini 27'ye yakın bir değer olarak tahmin edebiliriz.

Gerçek değer ise $120 \cdot \frac{22}{100} = 120 \cdot \frac{11}{50} = 26{,}4$ kg'dır.

Yukarıda yaptığımız tahmin sonuçları gerçek değere yakındır.

6. Örnek

%21'i 84 olan sayının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

I. Yol: %21 = $\frac{21}{100}$'dür.

100'de → 21 ise
x'te → 84'tür.

D.O. $21 \cdot x = 100 \cdot 84$

$$\frac{\cancel{21}x}{\cancel{21}} = \frac{100 \cdot \overset{4}{\cancel{84}}}{\underset{1}{\cancel{21}}}$$

$$= \frac{100 \cdot 4}{1}$$

x = 400'dür (sayının tamamı).

II. Yol: Sayı x olsun.

$$x \cdot \frac{21}{100} = 84$$

$$21 \cdot x = 84 \cdot 100$$

$$\frac{\overset{1}{\cancel{21}}x}{\underset{1}{\cancel{21}}} = \frac{\overset{4}{\cancel{84}} \cdot 100}{\underset{1}{\cancel{21}}}$$

x = 400 olur.

7. Örnek

%1'i 7 olan sayının tamamının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

100'de → 1 ise
x'te → 7'dir.

D.O. $1 \cdot x = 100 \cdot 7$

x = 700 bulunur.

8. Örnek

%14'ü 56 olan sayının %72'sinin kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

Sayı x olsun.

$$x \cdot \frac{14}{100} = 56$$

$$\frac{\cancel{14}x}{\cancel{14}} = \frac{\overset{4}{\cancel{56}} \cdot 100}{\underset{1}{\cancel{14}}}$$

$x = 4 \cdot 100$

x = 400'dür.

400 sayısının %72'si $400 \cdot \frac{72}{100} = \frac{4 \cdot \overset{1}{\cancel{100}} \cdot 72}{\underset{1}{\cancel{100}}} = \frac{4 \cdot 72}{1}$

= 288 bulunur.

ALIŞTIRMALAR

1. 420 sayısının %20'sini bulunuz.
2. 60 sayısının %40'ını bulunuz.
3. %14'ü 42 olan sayı kaçtır?
4. %16'sı 144 olan sayı kaçtır?
5. 500 sayısının %150'sini ve %0,15'ini bulunuz.
6. 74 km'lik mesafenin %25'i kaç km'dir?
7. %40'ı 300 olan sayının %12'si kaçtır?
8. Bir sayının %19'u ile %14'ü arasındaki fark 45 olduğuna göre bu sayının %7'si kaçtır?
9. 184 km'lik yolun %5'ini tahmin ediniz. Gerçek değer ile tahmini değeri karşılaştırınız.
10. 116 sayısının %37'sini tahmin ediniz. Tahmininizle gerçek değeri karşılaştırınız.

2. Bir Çokluğu Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak Hesaplama

Hazırlık

Aşağıda 100 TL, 50 TL, 20 TL ve 10 TL görselleri verilmiştir.

- 100 TL'nin %50'sinin kaç TL olduğunu bulalım.
- Yukarıdaki hesaplamadan faydalanarak 10 TL'nin 20 TL'nin yüzde kaçı olduğunu bulunuz.

1. Örnek

600 sayısı, 800 sayısının % kaçıdır? Bulalım.

Çözüm

I. Yol: $\frac{600}{800} = \frac{60}{80} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} =$ %75'tir.

II. Yol:

$$\begin{array}{lcl} 800\text{'de} & & 600 \text{ ise} \\ 100\text{'de} & & x\text{'tir.} \end{array}$$

D. O. $800 \cdot x = 100 \cdot 600$

$$\frac{\cancel{800}x}{\cancel{800}} = \frac{\cancel{100} \cdot 600}{8 \cdot \cancel{100}}$$

$$x = \frac{6 \cdot 100}{8} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot \overset{25}{\cancel{100}}}{\cancel{2} \cdot \underset{1}{\cancel{4}}} = \frac{3 \cdot 25}{1}$$

$x = 75$ bulunur.

Buradan 600 sayısı, 800 sayısının %75'i olur.

2. Örnek

160 sayısı 64 sayısının % kaçıdır? Bulalım.

Çözüm

I. Yol: 64'te — 100 ise
160'ta — x'tir.

D.O. $64 \cdot x = 160 \cdot 100$

$$\frac{\cancel{64}x}{\cancel{64}} = \frac{100 \cdot 160}{64} = \frac{\overset{}{\cancel{16}} \cdot 10 \cdot \overset{25}{\cancel{100}}}{\underset{1}{\cancel{16}} \cdot \underset{1}{\cancel{4}}}$$

x = 250'dir.

veya

64'te — 160 ise
100'de — x'tir.

D.O. $64 \cdot x = 100 \cdot 160$

$$x = \frac{\overset{1}{\cancel{16}} \cdot 1000}{\underset{4}{\cancel{64}}} = \frac{1000}{4}$$

x = 250'dir.

II. Yol: $\frac{160}{64} = \frac{40}{16} = \frac{10}{4} = \frac{10 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{250}{100} = \%250$

Buradan 160 sayısı 64 sayısının %250'si olur.

3. Örnek

450 sayısı 750'nin % kaçıdır? Bulalım.

Çözüm

$\frac{450}{750} = \frac{45}{75} = \frac{15}{25} = \frac{15 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{60}{100} = \%60$'tır.

Dolayısıyla 450 sayısı 750 sayısının %60'ı olur.

4. Örnek

80 sayısının yüzde kaçı 24'tür? Bulalım.

Çözüm

Yüzde oranımız $\frac{x}{100}$ olsun.

$80 \cdot \frac{x}{100} = 24$ ise $80x = 24 \cdot 100$

$$\frac{\cancel{80}x}{\cancel{80}} = \frac{2400}{80}$$

$$x = \frac{\overset{3}{\cancel{24}} \cdot \overset{10}{\cancel{100}}}{\underset{1}{\cancel{8}} \cdot \underset{1}{\cancel{10}}}$$

$$x = \frac{3 \cdot 10}{1 \cdot 1}$$

x = 30'dur.

Buradan 80 sayısının %30'u 24 olur.

5. Örnek

x sayısının %36'sı y sayısının %45'ine eşittir. Buna göre y sayısı, x sayısının yüzde kaçıdır?

Çözüm

$x \cdot \frac{36}{100} = y \cdot \frac{45}{100}$

$\cancel{100} \cdot \frac{x \cdot 36}{\cancel{100}} = \frac{y \cdot 45}{\cancel{100}} \cdot \cancel{100}$ (Eşitliğin her iki tarafını 100 ile çarpalım.)

$36 \cdot x = 45y$

$\frac{36 \cdot x}{45} = \frac{\cancel{45}\,y}{\cancel{45}}$ (Eşitliğin her iki tarafını 45'e bölelim.)

$y = \frac{\overset{4}{\cancel{36}}}{\underset{5}{\cancel{45}}}x$

$y = \frac{4}{5}x$'tir.

$y = \frac{4 \cdot 20}{5 \cdot 20} \cdot x$ (Paydanın 100 olması için pay ve paydayı 20 ile çarpalım.)

$y = \frac{80}{100}x$

Sonuç olarak y sayısı, x sayısının %80'i olur.

ALIŞTIRMALAR

1. 90 sayısı, 360'ın % kaçıdır?
2. 150 sayısı, 30 sayısının % kaçıdır?
3. 180 sayısının yüzde kaçı 135'tir?
4. 72 sayısının yüzde kaçı 108'dir?
5. 48 sayısı, 120'nin yüzde kaçıdır?
6. 100'ün yüzde kaçı 106'dır?
7. Bir K sayısının %21'i L sayısının %84'üne eşittir. L sayısı, K sayısının yüzde kaçıdır?

3. Bir Çokluğu Belirli Bir Yüzde ile Arttırma veya Azaltma

Etkinlik

Bir okul, illerinde oynayan tiyatro oyununa 130 kişilik rezervasyon yaptırmıştır. Öğrenci tiyatro bileti 8 TL'dir. 30 kişilik ve üstü grup bilet alımlarında bilet fiyatına %20 indirim uygulanmaktadır. Tiyatro biletleri için toplam kaç TL ödendiğini bulmak için;

- 8 TL'nin %20'sini 8 TL'den çıkarıp 130 ile çarpınız.
- 8 TL'yi önce 0,8 ile sonra da 130 ile çarpınız.
- Bulduğunuz sonuçları karşılaştırınız ve yorumlayınız.

1. Örnek

130'un %20 eksiğini bulalım.

Çözüm

I. Yol: $130 - 130 \cdot \frac{20}{100} = 130 - \frac{13 \cdot 2 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 130 - 26 = 104$ olur.

II. Yol: 130'un %20 eksiği, 130'u 0,8 ile çarpmak veya 130'u %20 azaltmak demektir.

$$130 \cdot 0{,}8 = 130 \cdot \frac{8}{10} = 13 \cdot \cancel{10} \cdot \frac{8}{\cancel{10}} = 13 \cdot 8$$

$$= 104 \text{ bulunur.}$$

! Bir sayıyı 1,05 ile çarpmak o sayıyı %5 arttırır. Bir sayıyı 0,95 ile çarpmak ise o sayıyı %5 azaltır.

2. Örnek

$900 \cdot 0{,}79$ işleminin sonucu ile 900'ün %21 eksiğini karşılaştıralım.

Çözüm

0,79 ondalık gösterimini rasyonel sayıya çevirelim.

$0{,}79 = \frac{79}{100}$'dür.

$900 \cdot 0{,}79 = 900 \cdot \frac{79}{100} = 9 \cdot \cancel{100} \cdot \frac{79}{\cancel{100}} = 9 \cdot 79 = 711$ olur.

%21 ifadesini rasyonel sayıya çevirelim.

$\%21 = \frac{21}{100}$'dür.

900'ün %21 eksiği $\rightarrow$ $900 - 900 \cdot \frac{21}{100} = 900 - 9 \cdot \cancel{100} \cdot \frac{21}{\cancel{100}}$

$= 900 - 189$

$= 711$ olur.

Sonuç olarak 900 sayısını 0,79 ile çarpmak, 900 sayısını %21 azaltmaktır.

Bayrak, bir milletin bağımsızlığının ve devlet olmasının sembolüdür. Türkiye Cumhuriyeti Bakanlar Kurulu kararıyla 25 Ocak 1985 tarih ve 85/9034 no'lu "Türk Bayrağı Tüzüğü" nün 4. maddesinde Türk bayrağının boyutları net olarak belirlenmiştir.

Türk bayrağının boyunun uzunluğu, eninin uzunluğunun %50 fazlasıdır. Örneğin, eninin uzunluğu, 60 cm olan Türk bayrağının boyunun uzunluğu 90 cm'dir.

3. Örnek

90 sayısının %50 fazlasının %20 eksiğini bulalım.

Çözüm

I. Yol: 90 sayısının %50 fazlası $90 + 90 \cdot \frac{50}{100} = 90 + \frac{45 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 90 + 45$

$= 135$ olur.

135 sayısının %20 eksiği $135 - 135 \cdot \frac{20}{100} = 135 - \frac{27 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 135 - 27$

$= 108$ olur.

II. Yol: Bir sayının %50 fazlası, o sayıyı $1{,}5 = \frac{150}{100}$ ile çarpmaktır. Buradan

$$90 \cdot \frac{150}{100} = \frac{9 \cdot 15 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 9 \cdot 15 = 135 \text{ olur.}$$

Bir sayının %20 eksiği, o sayıyı $0{,}8 = \frac{80}{100}$ ile çarpmaktır. Buradan

$$135 \cdot \frac{80}{100} = \frac{135 \cdot 8 \cdot \cancel{10}}{10 \cdot \cancel{10}} = \frac{1080}{10}$$

$$= \frac{108 \cdot \cancel{10}}{\cancel{10}}$$

$= 108$ bulunur.

Dolayısıyla 90 sayısının %50 fazlasının %20 eksiği, 90 sayısını önce 1,5 ile sonra bulunan değeri 0,8 ile çarpmak demektir.

ALIŞTIRMALAR

1. 160 sayısının %20 fazlasını bulunuz.

2. 420 sayısının %30 eksiğini bulunuz.

3. 120 sayısının;

a. %15 fazlasını bulunuz.

b. 1,15 ile çarpımını bulunuz.

c. %15 eksiğini bulunuz.

ç. 0,85 ile çarpımını bulunuz.

Yukarıdaki işlemleri yaptıktan sonra;

d. a ile b şıklarındaki bulduğunuz değerleri karşılaştırınız.

e. c ile ç şıklarındaki bulduğunuz değerleri karşılaştırınız.

4. 1200 sayısının %30 fazlasının %50 eksiğini bulunuz.

5. 10 sayısının %70 eksiğinin %700 fazlasını bulunuz.

6. Aşağıdaki cümleleri uygun ifadeler kullanarak tamamlayınız.

a. Bir sayıyı 1,03 ile çarpmak bu sayıyı .... arttırmaktır.

b. Bir sayıyı 0,61 ile çarpmak bu sayıyı .... azaltmaktır.

c. Bir sayıyı .... ile çarpmak bu sayıyı %24 arttırmaktır.

ç. Bir sayıyı .... ile çarpmak bu sayıyı %17 azaltmaktır.

7. Aşağıdaki tabloda bazı ürünlerin indirimsiz satış fiyatları ve indirim oranları verilmiştir. Ürünlerin indirimli satış fiyatlarını tabloda noktalı yerlere yazınız.

Tablo: Bazı ürünlerin indirimsiz ve indirimli satış fiyatları

Ürün adı	Buzdolabı	Çamaşır makinesi	Ayakkabı	Takım elbise	Bilgisayar
İndirimsiz satış fiyatı (TL)	₺1280	₺780	₺180	₺300	₺1200
İndirim (%)	%25	%15	%40	%60	%35
İndirimli satış fiyatı (TL)	....	....	....	....	....

8. Gülçin Hanım, haziran ayında aldığı otomobili eylül ayında %10 kârla 52 800 TL'ye satıyor. Buna göre Gülçin Hanım'ın otomobilini kaç liraya aldığını bulunuz.

4. Yüzde ile İlgili Problemler

1. Örnek

Bir beyaz eşya mağazasında fiyatı 800 TL olan bir bulaşık makinesiyle ilgili kampanya düzenleniyor. Kampanyaya göre bulaşık makinesinin fiyatına peşin ödemelerde %25, taksitli ödemelerde %10 indirim yapılmaktadır. Bu kampanyada bulaşık makinesini peşin alanların taksitli alanlardan ne kadar az para ödeyeceklerini bulalım.

Çözüm

• Problemi Anlayalım

• Bulaşık makinesinin satış fiyatı 800 TL'dir.

• Peşin ödemelerde %25 indirim yapılıyor.

• Taksitli satışlarda %10 indirim yapılıyor.

• Bulaşık makinesini peşin alanların taksitli alanlardan ne kadar az para ödeyeceklerini bulmamız isteniyor.

• Plan Yapalım

• 800 TL'nin %25'ini bularak peşin satıştaki indirim miktarını belirleyelim.

• Bulduğumuz indirim miktarını 800'den çıkararak peşin satıştaki indirimli fiyatı bulalım.

• 800 TL'nin %10'unu bularak taksitli satıştaki indirim miktarını belirleyelim.

• Bulduğumuz indirim miktarını 800'den çıkararak taksitli satıştaki indirim fiyatını bulalım.

• Peşin satıştaki indirimli fiyattan taksitli satıştaki indirimli fiyatı çıkararak bulaşık makinesini peşin alanların taksitli alanlardan kaç TL daha az ödeyeceğini bulalım.

• Planı Uygulayalım

800'ün %25'i → $800 \cdot \frac{25}{100} = \frac{8 \cdot 25 \cancel{100}}{\cancel{100}} = 8 \cdot 25 = 200$ TL'dir.

Peşin satıştaki indirimli fiyat → $800 - 200 = 600$ TL olur.

800'ün %10'u → $800 \cdot \frac{10}{100} = \frac{80 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 80$ TL'dir.

Taksitli satıştaki indirimli fiyat → $800 - 80 = 720$ TL olur.

Peşin alanlar, taksitli alanlardan $720 - 600 = 120$ TL daha az öderler.

• Kontrol Edelim

Bulaşık makinesinde yapılan indirimleri orantı kullanarak bulalım.

$\frac{25}{100} = \frac{a}{800}$ (içler dışlar çarpımı)

$100a = 25 \cdot 800$

$a = \frac{25 \cdot 800}{100} = \frac{200 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}}$

$a = 200$

$800 - 200 = 600$

Peşin satıştaki indirimli fiyat 600 TL'dir.

$\frac{10}{100} = \frac{b}{800}$ (içler dışlar çarpımı)

$100b = 10 \cdot 800$

$b = \frac{80 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}}$

$b = 80$

$800 - 80 = 720$

Taksitli satıştaki indirimli fiyat 720 TL'dir.

Peşin alanlar, taksitli alanlardan 720 – 600 = 120 TL daha az öderler.

Sonuçlar aynı çıktığından yapılan çözüm doğrudur.

2. Örnek

400 sayısının %45'i ile %70'inin toplamı kendisinden kaç fazladır? Bulalım.

Çözüm

400'ün %45'i, $400 \cdot \frac{45}{100} = \frac{4 \cdot 45 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 180$'dir.

400'ün %70'i, $400 \cdot \frac{70}{100} = \frac{4 \cdot 70 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 280$'dir.

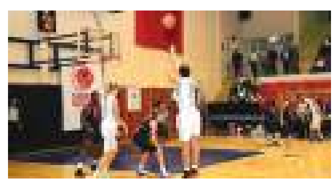
$180 + 280 = 460$

$460 - 400 = 60$ olur.

400 sayısının %45'i ile %70'inin toplamı kendisinden 60 fazladır.

3. Örnek

Bir okuldaki öğrencilerin %20'si basketbol, %40'ı futbol oynuyor. Okul mevcudu 600 olduğuna göre futbol oynayanlar, basketbol oynayanlardan kaç fazladır? Bulalım.



Çözüm

Basketbol oynayanların sayısı = $600 \cdot \frac{20}{100} = \frac{6 \cdot 20 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 120$'dir.

Futbol oynayanların sayısı = $600 \cdot \frac{40}{100} = \frac{6 \cdot 40 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 240$'tır.

Futbol oynayanların sayısı – Basketbol oynayanların sayısı = 240 – 120

= 120'dir.

Futbol oynayanlar, basketbol oynayanlardan 120 kişi fazladır.

4. Örnek

Bir apartmanda oturan herkes gazete okumaktadır. Bu kişilerin %20'si A gazetesini, %40'ı B gazetesini okuyor. Geriye kalan 8 kişi ise C gazetesini okuyor. Buna göre bu apartmanda A gazetesini okuyan kaç kişi vardır? Bulalım.

Çözüm

Apartmanda oturanların sayısı x olsun.

A gazetesini okuyanların sayısı, $x \cdot \frac{20}{100}$ olur.

B gazetesini okuyanların sayısı, $x \cdot \frac{40}{100}$ olur.

C gazetesini okuyanların sayısı 8'dir.

Apartmanda gazete okuyanların toplam sayısı $\frac{2}{10}x + \frac{4}{10}x + \frac{8}{\underset{(10)}{1}} = x$

$$2x + 4x + 80 = 10x$$

$$10x - 6x = 80$$

$$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{80}{4}$$

$$x = 20\text{'dir.}$$

Apartmanda toplam 20 kişi oturmaktadır.

A gazetesini okuyanların sayısı $= \frac{20 \cdot 20}{100} = \frac{4 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 4$ olur.

Bu apartmanda 4 kişi A gazetesini okumaktadır.

5. Örnek

Bir mağazada takım elbise %40 kârla satılıyor. Sezon sonunda satış fiyatı üzerinden %30 indirim yapılıyor.

Buna göre takım elbise için kâr veya zarar durumunu belirleyelim.

Çözüm

Takım elbisenin satış fiyatı 100 TL olsun.

100 TL'ye alınan takım elbise, %40 kârla $100 \cdot 1{,}40 = 140$ TL'ye satılır.

140 TL'ye satılan takım elbise, %30 indirimle $140 \cdot 0{,}70 = 98$ TL'ye satılır.

100 TL'ye alınan takım elbise, en son 98 TL'ye satıldığından bu satıştan yapılan zarar $100 - 98 = 2$ TL'dir.

Sonuç olarak mağaza, sezon sonunda takım elbise satışından 2 TL, yani %2 zarar etmiştir.

6. Örnek

250 kişinin çalıştığı bir fabrikada, işçilerin 165 tanesi erkek, geriye kalanı ise kadındır.

Buna göre fabrikadaki işçilerin yüzde kaçının kadın olduğunu bulalım.

Çözüm

Kadınların sayısı = 250 – 165 = 85'tir.

Fabrikadaki kadın işçilerin tüm işçilere oranı = $\frac{85}{250} = \frac{17}{50} = \frac{17 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{34}{100}$ olur.

Fabrikadaki 250 kişinin %34'ü kadındır.

7. Örnek

75 TL'ye satılan bir pantolonun fiyatı %20 indirilmiştir. Satışların az olduğu görülünce indirimli fiyat üzerinden %25 daha indirim yapılmıştır. Son durumda pantolonun satış fiyatı kaç TL olmuştur? Bulalım.

Çözüm

Satış fiyatı 75 TL'dir.

75'in %20'si = $75 \cdot \frac{20}{100} = \frac{15 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 15$'tir.

%20 indirimli satış fiyatı = 75 – 15 = 60 TL olur.

60'ın %25'i = $60 \cdot \frac{25}{100} = \frac{15 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 15$'tir.

Son satış fiyatı = 60 – 15 = 45 TL olur.

Pantolonun indirimlerden sonraki satış fiyatı 45 TL'dir.

8. Örnek

%32'si tuz olan bir karışımdaki tuz miktarı 24 gram olduğuna göre bu karışımın tamamı kaç gramdır? Bulalım.

Çözüm

Karışımın tamamı x olsun.

$x \cdot \frac{32}{100} = 24$ gram

$$\frac{\cancel{32}x}{\cancel{32}} = \frac{\overset{3}{\cancel{24}} \cdot \overset{25}{\cancel{100}}}{\underset{\cancel{4}\ 1}{\cancel{32}}} = \frac{3 \cdot 25}{1} = 75$$

x = 75 olur.

Karışımın tamamı 75 gramdır.

9. Örnek

%20 kârla 2400 TL'ye satılan bir televizyonun alış fiyatının (maliyetinin) kaç TL olduğunu bulalım.

Çözüm

Televizyonun alış fiyatı x TL olsun. %20 kârlı satış fiyatı 2400 TL olduğuna göre x'in %20 fazlası, 2400 TL'ye eşit olmalıdır.

$$x + x \cdot \frac{20}{100} = 2400$$

$$x + \frac{20x}{100} = 2400$$

$$\frac{120x}{100} = 2400$$

$$120x = 2400 \cdot 100$$

$$\frac{\cancel{120}x}{\cancel{120}} = \frac{\overset{20}{\cancel{2400}} \cdot 100}{\underset{1}{\cancel{120}}} = \frac{20 \cdot 100}{1}$$

$$x = 2000$$

Bu televizyonun alış fiyatı (maliyeti) 2000 TL'dir.

10. Örnek

250 TL'ye mal edilen bir ceket, %20 kârla satılırken sezon sonu yaklaştığından satış fiyatı üzerinden %15 indirim yapılmıştır. Ceketin son satış fiyatını bulalım.

Çözüm

Maliyeti 250 TL olan ceketin %20 kârlı satış fiyatı

$$250 + 250 \cdot \frac{20}{100} = 250 + \frac{50 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}}$$

$$= 250 + 50$$

$$= 300 \text{ TL olur.}$$

300 TL satış fiyatı olan ceketin %15 indirimli fiyatı

$$300 - 300 \cdot \frac{15}{100} = 300 - \frac{45 \cdot \cancel{100}}{\cancel{100}} = 300 - 45$$

$$= 255 \text{ TL olur.}$$

Ceketin son satış fiyatı 255 TL'dir.

ALIŞTIRMALAR

1. Alış fiyatı 20 TL olan bir gömleğin %30 kârlı satış fiyatı kaç TL'dir?

2. Turistik bir oteldeki 700 turistin %25'i Fransız, %35'i İngiliz, %10'u da İtalyan olduğuna göre oteldeki Fransız, İtalyan ve İngiliz turistlerin toplam sayısını bulunuz.

3. Bir buzdolabı, alış fiyatı üzerinden %40 kârla 2240 TL'ye satıldığına göre buzdolabının alış fiyatını bulunuz.

4. 220 TL'ye mal edilen bir bisiklet, sezon başında %40 kârla satılmıştır. Sezon sonuna doğru bisikletin satış fiyatı üzerinden %25 indirim yapılarak satışına devam edilmiştir. Bisikletin son satış fiyatı kaç TL'dir?

5. Bir otomobilin deposu 50 litre benzin almaktadır. Benzinin litre fiyatı 5 TL'dir. Benzinin litresine %2 zam gelirse otomobilin deposu kaç TL'ye dolar?

6. 1200 TL'ye alınan bir ürün 1800 TL'ye satılırsa kâr oranı yüzde kaç olur?

7. %72'si su olan şekerli su karışımındaki su miktarı 288 gram olduğuna göre;

a. Karışımdaki şekerin kaç gram olduğunu bulunuz.

b. Karışımın tamamının kaç gram olduğunu bulunuz.

8. 36 litre ayran ile 24 litre sudan oluşan karışımdaki;

a. Ayran oranının yüzdesini bulunuz.

b. Su oranının yüzdesini bulunuz.

9. Bir mesleki ve teknik anadolu lisesinde 600 öğrenciden 150 tanesi kız öğrencidir. Buna göre;

a. Okuldaki öğrencilerin yüzde kaçı kız öğrencidir?

b. Okuldaki erkek öğrencilerin yüzdelik oranı kaçtır?

10. Bir ürün, 600 TL'ye alınıp 690 TL'ye satılırsa bu ürünün kâr oranı yüzde kaç olur?

11. Bir ürün, 400 TL'ye alınıp 340 TL'ye satılırsa bu üründe zarar oranı yüzde kaç olur?

12. Bir çamaşır makinesi, 2100 TL'ye alınıp %45 kârla satılırsa bu çamaşır makinesinin satış fiyatı kaç TL olur?

13. %20 kâr ile 5580 TL'ye satılan bir ürünün alış fiyatı kaç TL'dir?

14. Bir iş yeri sahibi, her ay kazancının %8'ini düzenli şekilde devlete katma değer vergisi (KDV) olarak ödemektedir. Bu iş yeri sahibi, bu ay 1600 TL KDV ödemiştir. Buna göre bu işyeri sahibinin bu ayki kazancını bulunuz.

4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Bir yolcu gemisinde mürettebatla birlikte 57 kadın, 95 erkek olmak üzere toplam 152 kişi vardır. Bu gemideki kadınların tüm yolculara oranı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) $\frac{2}{8}$ B) $\frac{3}{8}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{5}{8}$

2. Bir spor kafilesindeki sporculardan atletizm yapanların satranç oynayanlara oranı $\frac{7}{3}$'tür. Satranç oynayanların sayısı 24 olduğuna göre bu kafilede atletizm yapanların sayısı aşağıdakilerden hangisine eşittir?

A) 35 B) 40 C) 49 D) 56

3. Bir yumurtacı, içerisinde 30 yumurta bulunan viyollerin 5 tanesini 45 TL'ye satmıştır. Buna göre bu yumurtacıda yumurtanın tanesi kaç kuruştur?

A) 45 B) 35 C) 30 D) 27

4. Aşağıdaki orantıları, kutucuklarda verilen x değerleriyle uygun biçimde eşleştiriniz.

a. $\frac{x}{4} = \frac{63}{9}$ **b.** $\frac{7}{x} = \frac{3}{42}$ **c.** $\frac{11}{132} = \frac{x}{60}$ **ç.** $\frac{2}{13} = \frac{8}{x}$

I. x = 5	II. x = 52	III. x = 28	IV. x = 98

5. 18 kg'ı 270 TL olan somon balığının 1 kg'ı kaç TL'dir?

A) 11 B) 15 C) 21 D) 27

6. Bir işin $\frac{4}{11}$'ini 12 günde yapan bir işçi, işin tamamını kaç günde yapar?

A) 33 B) 28 C) 24 D) 22

7. m ve n doğru orantılı çokluklardır.
m = 0,7 iken n = 84 olduğuna göre n = 360 iken m kaçtır?

A) 42 B) 36 C) 3 D) 0,84

8. Eşit miktarda su akıtan musluklardan 7 tanesi aynı anda açıldığında bir su deposunu 9 saatte doldurabilmektedir. Bu musluklardan 3 tanesinin aynı su deposunu kaç saatte dolduracağını bulunuz.

9. Aynı hızda çalışan 10 işçi, bir işi 25 günde bitirirse aynı hızda çalışan 50 işçi, aynı işi kaç günde bitirir?

A) 5 B) 10 C) 25 D) 50

10. x ve y maddelerinden oluşmuş bir karışım, $\frac{x}{y} = \frac{1}{3}$ oranında karıştırılarak elde ediliyor. 124 gram karışım elde etmek için kaç gram y maddesinden gereklidir?

A) 31 B) 62 C) 93 D) 124

11. Aynı hızda çalışan 4 usta, bir günde 140 m^2 duvarı boyarsa aynı hızda çalışan 12 usta, bir günde kaç m^2 duvarı boyar?

A) 180 B) 280 C) 360 D) 420

12. Aynı hızda çalışan 6 usta, bir duvarı 20 günde örerse aynı hızda çalışan 15 usta, aynı duvarı kaç günde örer?

A) 6 B) 8

C) 15 D) 30

13. Gerçekte 200 km olan bir uzunluk, $\frac{1}{400\,000}$ ölçekli bir haritada kaç cm olarak çizilebilir?

A) 50 B) 40 C) 30 D) 20

14. $\frac{1}{200\,000}$ ölçekli bir haritada 12 cm olarak gösterilen bir uzunluk gerçekte kaç km'dir?

A) 12 B) 15 C) 18 D) 24

15. Aşağıdaki matematiksel ifadelerden doğru olanların önündeki kutucuğa "D", yanlış olanların önündeki kutucuğa ise "Y" yazınız.

a. ☐ %20'si 14 olan sayının tamamı 70'tir.

b. ☐ %16'sı 32 olan sayının %25'i 75'tir.

c. ☐ 80'in %80'i 64'tür.

ç. ☐ 300'ün %120'si o sayının 1,2 katıdır.

d. ☐ 200 sayısı 300 sayısının %150'sidir.

16. Aşağıdaki cümleleri uygun ifadelerle tamamlayınız.

a. 45 sayısının 2 katının %10'u __________'dur.

b. 100 sayısının %__________ fazlası 114'tür.

c. __________ sayısının %50 eksiği 25'tir.

ç. Bir sayının %22 fazlası, o sayının __________ ile çarpımına eşittir.

17. Bir sayıyı 0,64 ile çarparak % kaç azaltmış oluruz?

A) 14 B) 34 C) 36 D) 64

18. Bir otomobil galerisinde bir otomobil, 90 000 TL maliyet fiyatı üzerinden %30 kârla satılıyor. Otomobil, satışların yavaşladığı bir dönemde zamlı satış fiyatı üzerinden %20 indirim yapılarak tekrar satışa sunuluyor. Otomobilin indirimli satış fiyatı kaç TL'dir?

A) 93 600 B) 91 800

C) 87 750 D) 72 000

19. %4'ü 180 TL olan paranın tamamı kaç TL'dir?

A) 3500 B) 4500 C) 5500 D) 6500

20. 20 000 TL'nin %1,2'si kaç TL'dir?

A) 210 B) 230 C) 240 D) 260

21. 30 000 TL'nin %11 fazlası kaç TL'dir?

A) 33 100 B) 33 150 C) 33 250 D) 33 300

22. %20 kâr oranı ile 7200 TL'ye satılan bir malın alış fiyatı kaç TL'dir?

A) 6000 B) 6600 C) 7800 D) 8400

5. ÜNİTE

A. DOĞRULAR VE AÇILAR

1. Bir Açının Açıortayı
2. İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar

B. ÇOKGENLER

1. Çokgenlerin Köşegenleri, İç ve Dış Açıları
2. Düzgün Çokgenler
3. Dörtgenler
4. Eşkenar Dörtgenin ve Yamuğun Alanı
5. Alan ile İlgili Problemler

C. ÇEMBER VE DAİRE

1. Çemberde Merkez Açı
2. Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu
3. Dairenin ve Daire Diliminin Alanı

Terimler: ters açılar, iç ters açılar, dış ters açılar, yöndeş açılar, iç açı, dış açı, çember, daire, merkez açı, yay, çember parçası, daire dilimi.

PROJE

Projenin Adı: Evinizin Krokisi

Projenin Amacı: Evinizin krokisini çizerek her bir bölmenin çevrelerinin ve alanlarının hesaplanması.

İlgili Olduğu Konular: Çokgenler, çokgenlerin çevre ve alanının hesaplanması, yüzdeler, problem kurma ve çözme.

PROJENİN AŞAMALARI

Hazırlık

1. Çalışma takvimi oluşturunuz.

2. Evinizin krokisini çizmek için gereken malzemeleri temin ediniz.

Uygulama

1. Evinizin krokisini çiziniz.

2. Çizdiğiniz şekillerin kenar uzunluklarını ölçüp bunların çevre ve alanlarını hesaplayınız.

3. Her bölgenin toplam alanın yüzde kaçı olduğunu hesaplayınız (İşlem sonucu tam çıkmazsa yaklaşık değer bulabilirsiniz.).

4. Tüm çalışmalarınızı raporlaştırınız.

Sunum

Çalışmanızın adımlarını anlatan bir sunum hazırlayıp sınıfta arkadaşlarınıza sununuz.

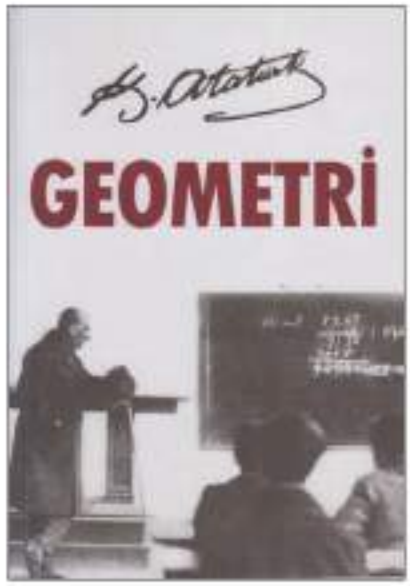
PROJENİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Değerlendirme Ölçütleri	Tam Puan	Aldığı Puan
Çalışma planı yapma	10	
Projeyi plana göre gerçekleştirme	10	
Farklı kaynaklardan bilgi toplama	10	
Toplanan bilgilerin düzenlenmesi	10	
Araştırmanın nitelikli olması	30	
Tasarım	5	
Zamanı iyi kullanma	5	
Raporun temizlik ve düzeni, görünüşü	5	
Raporda yaptıklarını anlatabilme ve Türkçe yazım kurallarına uyma	5	
Sunum	10	
TOPLAM	**100**	

A. DOĞRULAR VE AÇILAR

Okuma Metni

Atatürk'ün Geometri Kitabı



Atatürk, ölümünden bir buçuk yıl kadar önce üçüncü Türk Dil Kurultayı'ndan hemen sonra 1936 - 1937 yılı kış aylarında kendi eliyle "Geometri" isimli bir kitap yazmıştır. Bu 44 sayfalık yapıttaki boyut, uzay, yüzey, düzey, çap, yarıçap, kesit, çember, teğet, açı, açıortay, iç ters açı, dış ters açı, taban, eğik, kırık, yatay, düşey, yöndeş, konum, üçgen, dörtgen, beşgen, köşegen, eşkenar, ikizkenar, paralelkenar, yanal, yamuk, artı, eksi, çarpı, bölü, toplam, oran, orantı, türev, alan, varsayım, gerekçe gibi terimler Atatürk tarafından türetilmiştir.

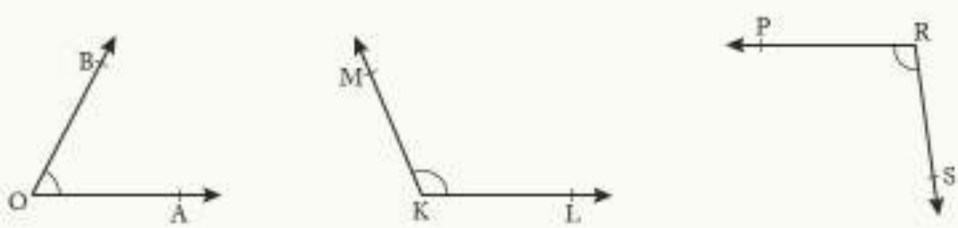
Bu konu ile ilgili Ömer L. Örnekol'un anısı aşağıda verilmiştir.

Atatürk, lise müdürü matematik öğretmeni Ömer Beygo ve müdür başyardımcısı felsefe öğretmeni Faik Dranaz ve öteki ilgililerle birlikte, doğrudan doğruya liseye geldiler. Burada ilkin, 4 Eylül 1919'da tarihi kongrenin toplandığı kongre salonunu ve özel odaları gezdiler ve duygulandılar. Sonra topluluk hâlinde lisenin 9/A sınıfının geometri (o zamanki adıyla hendese) dersine girdiler. Bu derste bir kız öğrenciyi tahtaya kaldırdılar. Öğrenci, tahtada çizdiği koşut iki çizginin başka iki koşut çizgiyle kesiştiğini, kesişmesinden oluşan açıların adlarını söylemekte zorluk çekiyor ve yanlışlıklar yapıyordu. Bu durumdan etkilenen Atatürk, tepkisini "Bu anlaşılmaz terimlerle öğrencilere bilgi verilemez. Dersler, Türkçe yeni terimlerle anlatılmalıdır." diyerek belirtti ve tebeşiri eline alıp tahtada çizimlerle "zaviye"nin karşılığı olarak "açı", "dılı"nın karşılığı olarak "kenar", "müsellesin" karşılığı olarak "üçgen" gibi Türkçe yeni terimleri kullanarak birtakım geometri konularını ve bu arada Pisagor teoremini anlattılar.

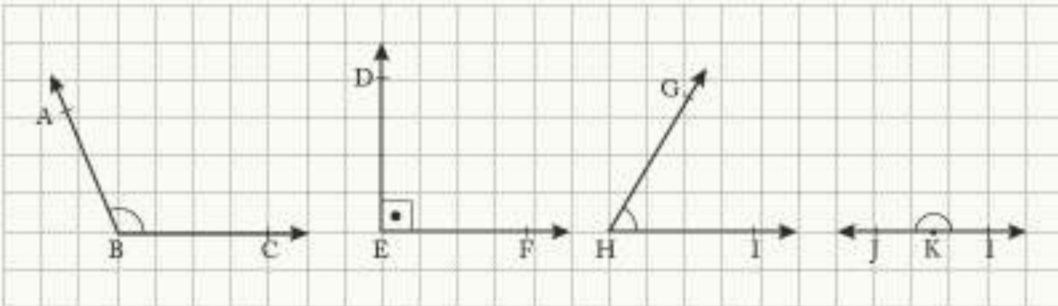
http://www.atam.gov.tr/dergi/sayi-63/ataturkun-hazirladigi-geometri-terimleri-kitabi

Hazırlık

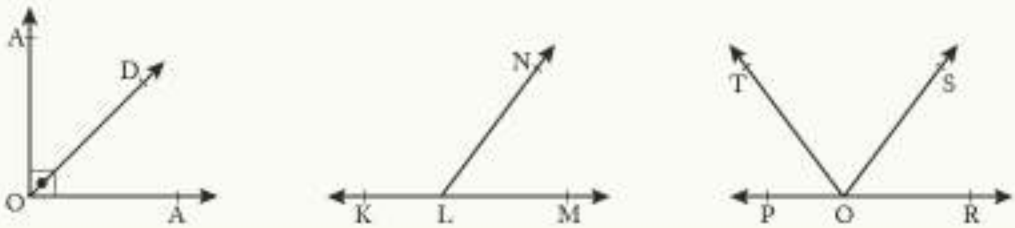
• Aşağıda verilen açıları adlandırınız. Açıölçer kullanarak açıların ölçülerini bulunuz.



• Aşağıdaki açıların çeşitlerini ölçülerine göre belirtiniz.



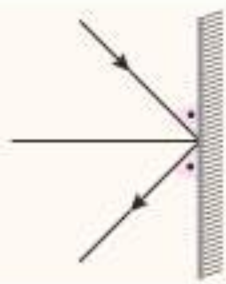
• Aşağıdaki komşu veya komşu tümler açıları belirtiniz.



Motivasyon

Bir ışık kaynağından bir düz aynaya gelen ve yansıyan ışığın görüntüsü yanda verilmiştir.

Aynaya gelen ve aynadan yansıyan ışığın ayna ile yaptığı açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki olduğunu tartışınız.



Açı ölçüleri eşit olan açılara **eş açılar** denir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B})$ ise $\widehat{A} \cong \widehat{B}$ olur.

Burada "≅" işareti eşlik sembolüdür ve "A açısı eştir B açısı" diye okunur.

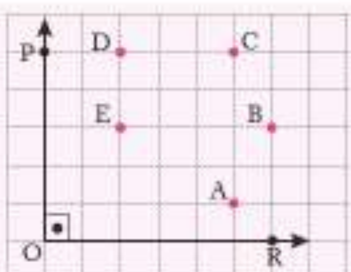
1. Bir Açının Açıortayı

Etkinlik

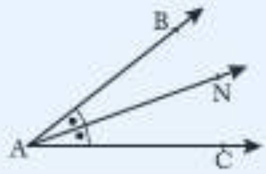
• Yandaki $m(\widehat{POR}) = 90°$ verilmiştir.

• Başlangıç noktası O olan ışın, hangi noktadan geçerse $\widehat{POR}$'ın iki eş parçaya ayırır?

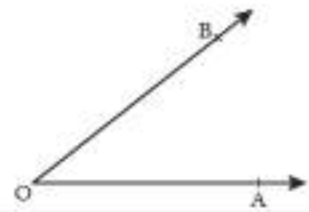
• Işını çizerek ayrılan açıların ölçülerini bulunuz.



Bir açıyı iki eş parçaya ayıran ışına bu açının açıortayı denir. $\widehat{BAN} \cong \widehat{NAC}$ olmak üzere AN ışınına, BAC açısının **açıortayı** denir.



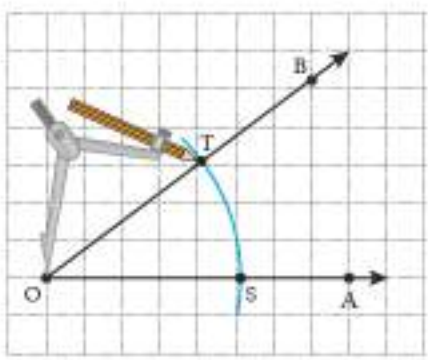
1. Örnek



Yanda verilen AOB açısının açıortayını çizelim.

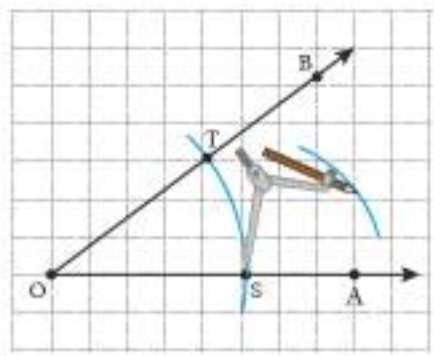
Çözüm

1. adım



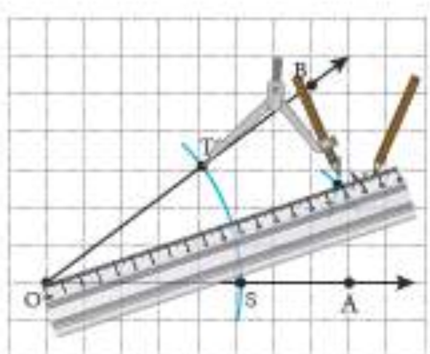
Pergelin sivri ucunu O noktasına koyarak açının kollarını T ve S noktalarından kesen bir yay çizelim.

2. adım



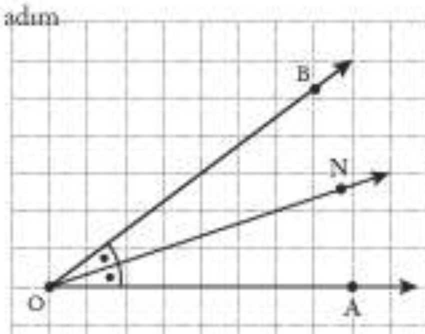
Pergeli |TS|'nın yarısından fazla olacak şekilde açıp merkezi S olan bir yay çizelim.

3. adım



Pergelin açıklığını bozmadan merkezi T olan ve bir önceki yayı kesen farklı bir yay çizelim. Yayların kesim noktasını N olarak adlandıralım. A ile N noktalarını cetvelle birleştirelim.

4. adım

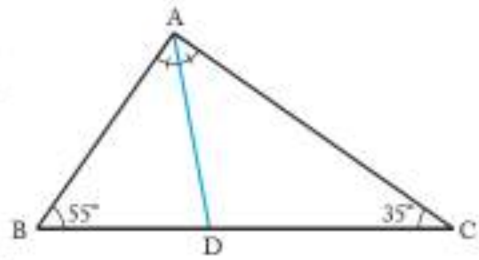


Burada $\widehat{BON} \cong \widehat{NOA}$ çizilmiş olur.

AOB açısının açıortayı olan ON ışını çizilmiş olur.

2. Örnek

Yandaki ABC üçgeninde AD doğru parçası, BAC açısının açıortayı olduğuna göre BAD ve DAC açılarının ölçülerini bulalım.



Çözüm

Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğundan

$$55^\circ + 35^\circ + m(\widehat{BAC}) = 180^\circ$$

$$90^\circ + m(\widehat{BAC}) = 180^\circ$$

$$m(\widehat{BAC}) = 180^\circ - 90^\circ$$

$$= 90^\circ \text{ olur.}$$

[AD] açıortay olduğundan $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$ olur.

$$m(\widehat{BAD}) = \frac{m(\widehat{BAC})}{2}$$

$$m(\widehat{BAD}) = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

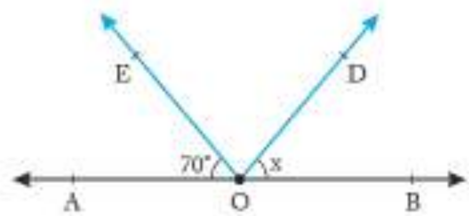
$m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$ olduğundan $m(\widehat{DAC}) = 45^\circ$ bulunur.

3. Örnek

Yandaki şekilde [OD, EOB açısının açıortayı ve

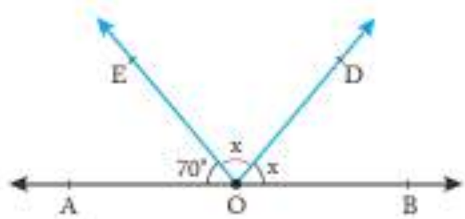
$m(\widehat{AOE}) = 70^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{DOB}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

[OD açıortay olduğundan $m(\widehat{DOB}) = m(\widehat{DOE}) = x$ olur.



$$m(\widehat{AOE}) + m(\widehat{EOD}) + m(\widehat{DOB}) = 180^\circ$$

$$70^\circ + x + x = 180^\circ$$

$$2x = 180^\circ - 70^\circ$$

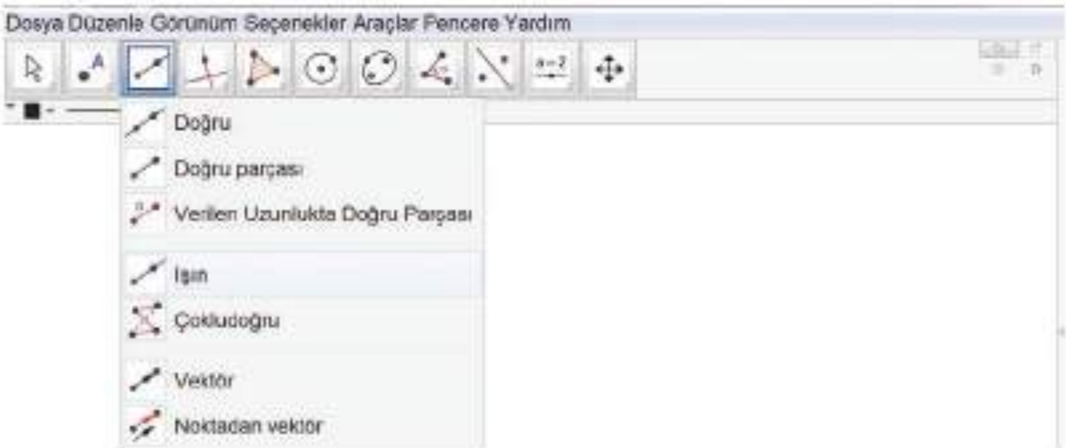
$$\frac{2x}{2} = \frac{110^\circ}{2}$$

$$x = 55^\circ$$

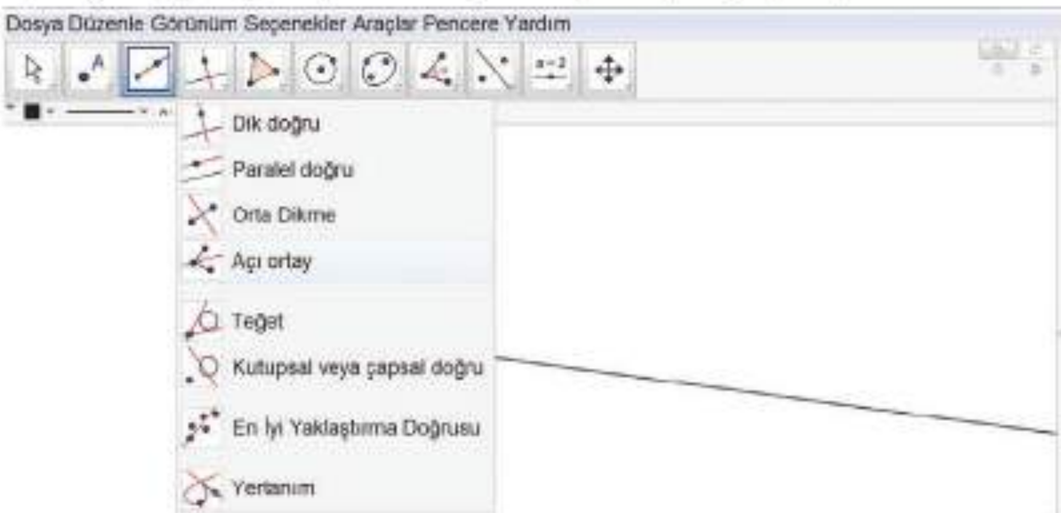
Buradan $m(\widehat{DOB}) = x = 55^\circ$ bulunur.

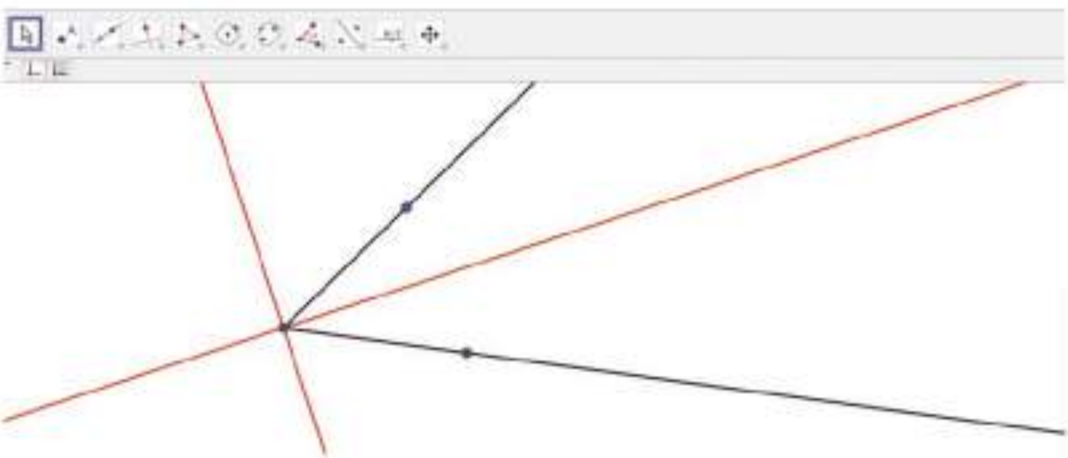
Bir bilgisayar yazılım programında bir açının açıortayını çizelim.

Açılan pencerede **Geometri**'yi seçelim. **Işın**'ı seçip farklı iki nokta işaretleyerek kesişen iki ışın çizelim.



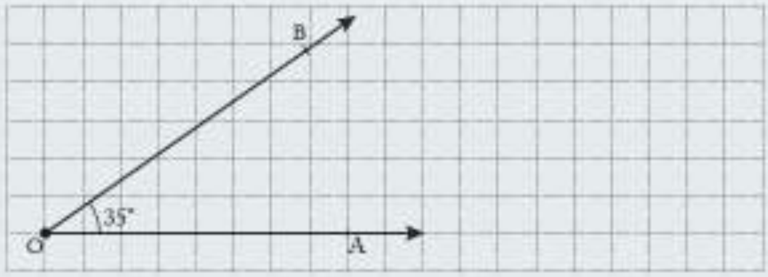
Açıortay'ı seçip çizdiğimiz ışınlara tıkladığımızda açının açıortayını çizmiş oluruz.



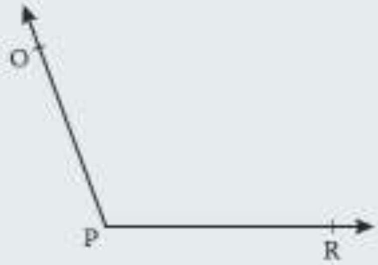


ALIŞTIRMALAR

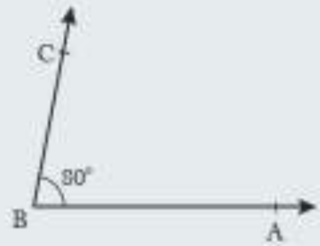
1. Yandaki kareli kâğıda AOB açısı çizilmiştir AOB açısına eş bir açı çiziniz.



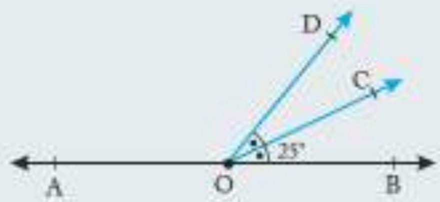
2. Yanda verilen OPR açısının açıortayını pergel ve cetvel yardımıyla çiziniz.



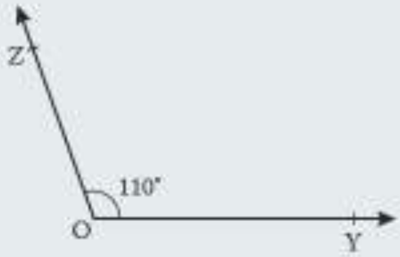
3. Yandaki şekilde $m(\widehat{ABC}) = 80°$ olduğuna göre bu açının açıortayını açıölçer kullanarak çiziniz.



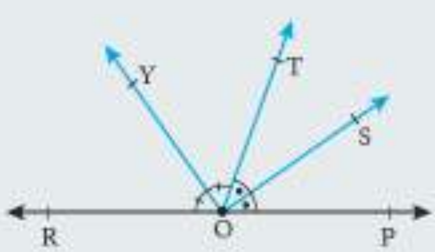
4. Yandaki şekilde A, O ve B noktaları doğrusal, [OC, $\widehat{BOD}$'nın açıortay ve $m(\widehat{BOC}) = 25°$ olduğuna göre AOD açısının ölçüsünü bulunuz.



5. Yandaki YOZ açısının [OT açıortayını çizerek $\widehat{YOT} \cong \widehat{TOZ}$ olduğunu gösteriniz.



6. Yandaki şekilde P, O, R doğrusal noktalar, [OS, $\widehat{POT}$'nın açıortayı, [OY, $\widehat{TOR}$'nın açıortayı olduğuna göre $m(\widehat{SOY})$ kaç derecedir?



2. İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar

Motivasyon

Aynı Düzlemde Üç Doğru

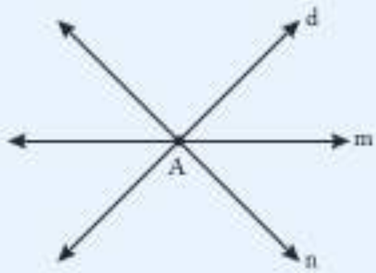
Yandaki resimde birbirine paralel olan iki yol ile bu yolları kesen üçüncü bir yol bulunmaktadır.

Bu yolların kesişmesiyle oluşan açıları belirleyerek bu açılar arasında nasıl bir ilişki olduğunu tartışınız.

Aynı düzlemde olan üç doğru birbirine göre beş farklı durumda olabilir.

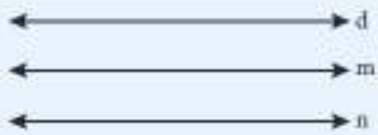
1. Yandaki düzlemde d, m ve n doğruları bir noktada kesişmektedir.

Aynı noktadan geçen doğrulara **noktadaş doğrular** denir.



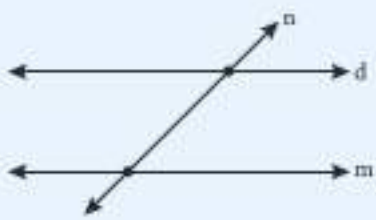
2. Yandaki düzlemde verilen d, m ve n doğruları birbirini kesmediğinden paralel doğrulardır.

d // m // n' dir.

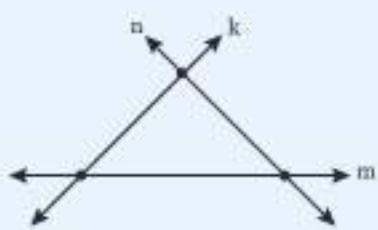


3. Yandaki düzlemde verilen üç doğrudan ikisi paraleldir. Diğeri bu paralel doğruları kesendir.

d ve m doğruları birbirine paraleldir. n doğrusu ise bu doğruların her birini farklı birer noktada kesmektedir.

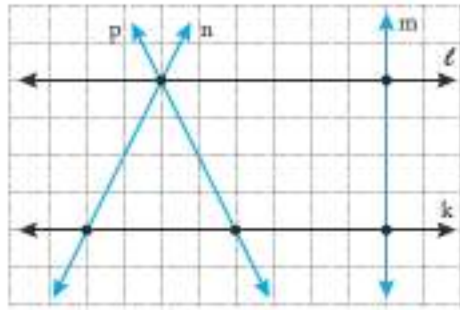


4. Yandaki düzlemde verilen k, m ve n doğruları ikişer ikişer kesişerek bir üçgen oluşturmuştur.



5. Aynı düzlemde olan üç doğrunun en az iki noktası ortak ise bu doğrulara **çakışık doğrular** denir.

1. Örnek



Yandaki şekilde çizilen doğruların birbirine göre durumlarını belirleyelim.

Çözüm

I. k ve ℓ doğruları, paralel doğrulardır.

II. m doğrusu, birbirine paralel k ve ℓ doğrularının kesenidir.

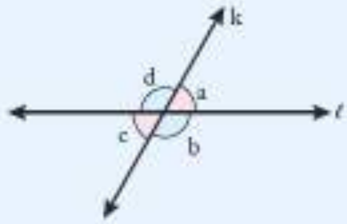
III. k, n ve p doğruları, ikişer ikişer kesişerek üçgen oluşturan doğrulardır.

IV. ℓ, n ve p doğruları, bir noktada kesişen noktadaş doğrulardır.

1. İki doğrunun kesişmesiyle oluşan zıt yönlü açılara **ters açılar** denir. Ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

k ve ℓ kesiştiğinde oluşan

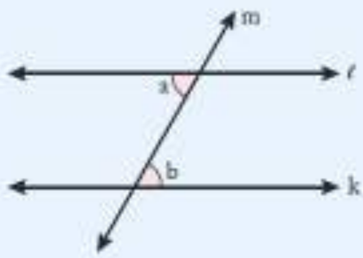
a ile c ve b ile d açıları ters açılardır.



2. Paralel iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğrular arasında kalan, kesenin farklı tarafındaki komşu olmayan açılara **iç ters açılar** denir. İç ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

k // ℓ ve m kesen olmak üzere

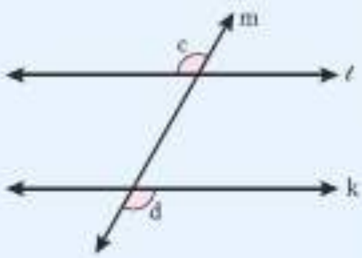
a ile b açıları iç ters açılardır.



3. Paralel iki doğruyu üçüncü bir doğru kestiğinde bu doğruların arasında kalmayan, kesenin farklı tarafındaki komşu olmayan açılara **dış ters açılar** denir. Dış ters açıların ölçüleri birbirine eşittir.

k // ℓ ve m kesen olmak üzere

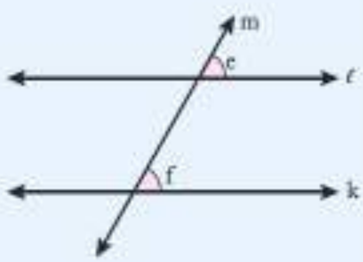
c ile d açıları dış ters açılardır.



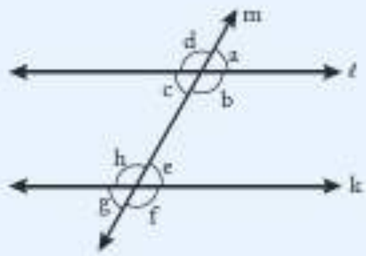
4. Paralel iki doğrunun bir kesen ile yaptığı açılardan, açıyı oluşturan doğrulardan **en az** biri ortak, diğeri paralel ve aynı yönlü olan açılara **yöndeş açılar** denir. Yöndeş açıların ölçüleri birbirine eşittir.

k // ℓ ve m kesen olmak üzere

e ile f açıları yöndeş açılardır.



5. Ölçüleri toplamı 180° olan iki açıya **bütünler açılar** denir. Başlangıç noktaları aynı ve birer kolları ortak olan açılara **komşu açılar** denir. Bütünler açılar aynı zamanda komşu açılar ise **komşu bütünler açılar** olarak adlandırılır.

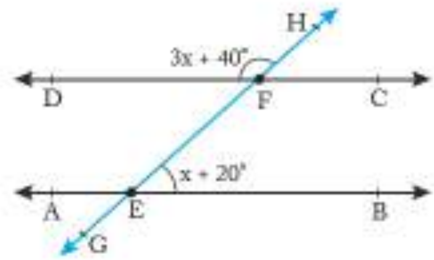


$a + d = 180°$, $d + c = 180°$, $c + b = 180°$ ve $b + a = 180°$ olduğundan a ile d, d ile c, c ile b ve b ile a açıları komşu bütünler açılardır.

$e + h = 180°$, $h + g = 180°$, $g + f = 180°$ ve $f + e = 180°$ olduğundan e ile h, h ile g, g ile f ve f ile e komşu bütünler açılardır.

2. Örnek

Yandaki şekilde AB // CD ve HG doğrusu kesen olmak üzere $m(\widehat{HFD}) = 3x + 40°$ ve $m(\widehat{BEF}) = x + 20°$ olduğuna göre x'in kaç derece olduğunu bulalım.

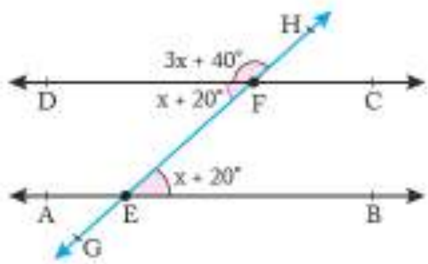


Çözüm

$\widehat{DFE}$ ile $\widehat{BEF}$ iç ters açılar olduğundan

$m(\widehat{BEF}) = m(\widehat{DFE}) = x + 20°$ dir.

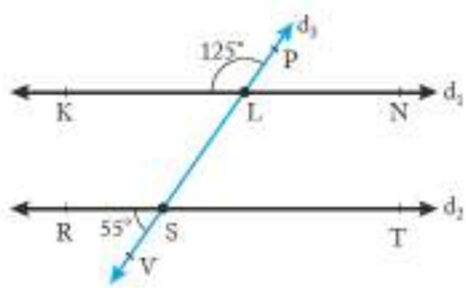
$\widehat{HFD}$ ile $\widehat{DFE}$ komşu bütünler açılar olduğundan



$$m(\widehat{HFD}) + m(\widehat{DFE}) = 180°$$
$$3x + 40° + x + 20° = 180°$$
$$4x + 60° = 180°$$
$$4x = 180° - 60°$$
$$\frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}} = \frac{120°}{4}$$
$$x = 30° \text{ bulunur.}$$

3. Örnek

Yandaki şekilde $m(\widehat{PLK}) = 125°$, $m(\widehat{VSR}) = 55°$ olduğuna göre d_1 ile d_2 doğrularının paralel olup olmadığını bulalım.



Çözüm

$m(\widehat{PLK}) = 125°$ dir.

$m(\widehat{NLS}) = m(\widehat{PLK}) = 125°$ dir (ters açılar).

$m(\widehat{PLK}) + m(\widehat{NLP}) = 180°$ (komşu bütünler açılar)

$m(\widehat{NLP}) = 180° - 125°$

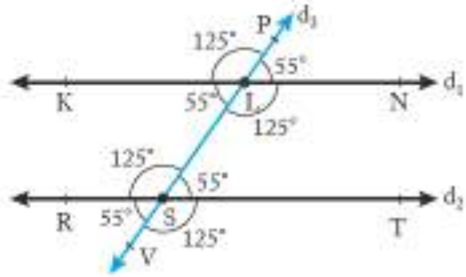
$m(\widehat{NLP}) = 55°$ dir.

$m(\widehat{NLP}) = m(\widehat{KLS}) = 55°$ dir (ters açılar).

$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{KLS}) = m(\widehat{TSL}) = 55° \\ m(\widehat{NLS}) = m(\widehat{LSR}) = 125° \end{array}\right\}$ (iç ters açılar)

$\left.\begin{array}{l} m(\widehat{PLK}) = m(\widehat{LSR}) = 125° \\ m(\widehat{NLP}) = m(\widehat{TSL}) = 55° \end{array}\right\}$ (yöndeş açılar)

olduğundan $d_1 // d_2$ olur.

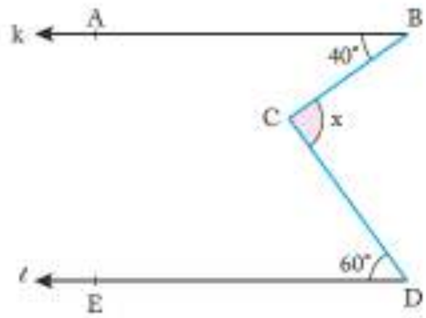


4. Örnek

Yandaki şekilde $k // \ell$ $m(\widehat{ABC}) = 40°$ ve

$m(\widehat{CDE}) = 60°$ olduğuna göre

$m(\widehat{DCB}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

C noktasından geçecek şekilde ve x açısını bölen, k ve ℓ doğrularına paralel bir m doğrusu çizelim.

Sonradan çizdiğimiz m doğrusu, k ve ℓ doğrularına paralel olduğundan $\widehat{GCD}$ ile $\widehat{EDC}$ ve $\widehat{ABC}$ ile $\widehat{GCB}$ iç ters açılardır.

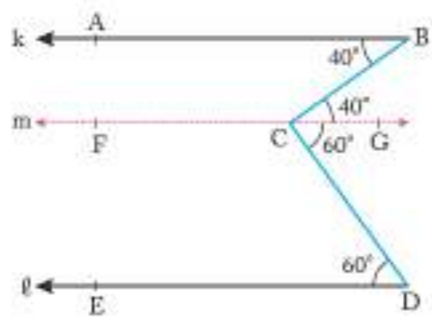
$m(\widehat{GCD}) = m(\widehat{EDC}) = 60°$ olur (iç ters açılar).

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{GCB}) = 40°$ olur (iç ters açılar). Buradan

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{GCB}) + m(\widehat{GCD})$

$x = 40° + 60°$

$x = m(\widehat{BCD}) = 100°$ olur.

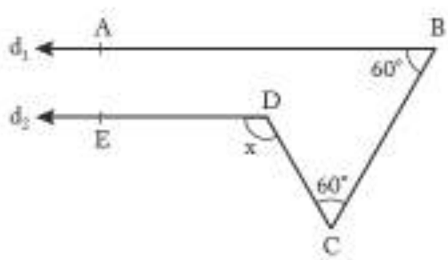


5. Örnek

Yandaki şekilde $d_1 // d_2$, $m(\widehat{ABC}) = 60°$ ve

$m(\widehat{BCD}) = 60°$ olduğuna göre

$m(\widehat{EDC}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.

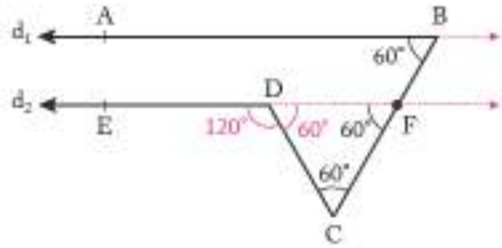


Çözüm

d_1 ve d_2 doğrularını paralel olarak uzatalım. Bu durumda paralel iki doğru ile bu iki doğruyu kesen bir doğru parçası elde etmiş oluruz. d_2'nin uzantısını kesen [BC]'nın kestiği noktaya F diyelim.

$\widehat{CDF}$'nde $m(\widehat{CDF})$'nü bulalım.

$m(\widehat{CDF}) + m(\widehat{DCF}) + m(\widehat{CFD}) = 180°$ (CDF üçgeninin iç açıları toplamı)



$$m(\widehat{CDF}) + 60° + 60° = 180°$$
$$m(\widehat{CDF}) + 120° = 180°$$
$$m(\widehat{CDF}) = 180° - 120°$$
$$m(\widehat{CDF}) = 60° \text{ dir.}$$

$\widehat{CDF}$ ile $\widehat{EDC}$ bütünler açı olduğundan

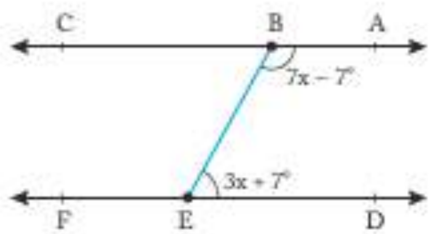
$$m(\widehat{CDF}) + m(\widehat{EDC}) = 180°$$
$$60° + x = 180°$$
$$x = 180° - 60°$$
$$x = 120° \text{ olur.}$$
$$m(\widehat{EDC}) = x = 120° \text{ bulunur.}$$

6. Örnek

Yandaki şekilde AC // DF ve [BE] kesen olmak üzere

$m(\widehat{EBA}) = 7x - 7°$ ve $m(\widehat{DEB}) = 3x + 7°$ ise

x'in kaç derece olduğunu bulalım.



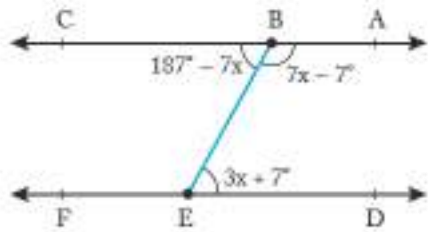
Çözüm

AC // DF ve [BE] kesen olmak üzere

$m(\widehat{EBA}) = 7x - 7°$ ise

$m(\widehat{EBC}) + m(\widehat{EBA}) = 180°$ dir (komşu bütünler açılar). Buradan

$$m(\widehat{EBC}) + 7x - 7° = 180°$$
$$m(\widehat{EBC}) = 180° - (7x - 7°)$$
$$m(\widehat{EBC}) = 180° - 7x + 7°$$
$$m(\widehat{EBC}) = 187° - 7x \text{ olur.}$$

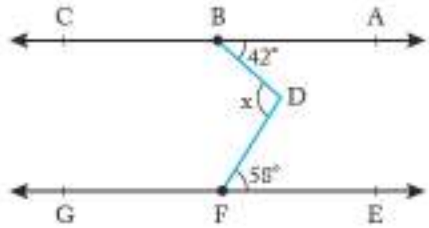


$\widehat{DEB}$ ile $\widehat{EBC}$ iç ters açılar olduğundan

$$m(\widehat{DEB}) = m(\widehat{EBC})$$
$$3x + 7° = 187° - 7x$$
$$3x + 7x = 187° - 7°$$
$$\frac{\cancel{10}x}{\cancel{10}} = \frac{180°}{10}$$
$$x = 18° \text{ bulunur.}$$

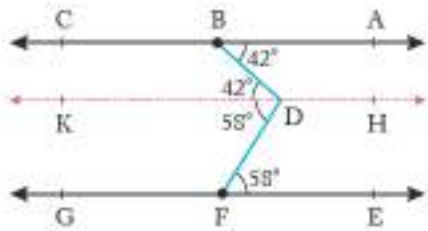
7. Örnek

Yandaki şekilde AC // EG, $m(\widehat{ABD}) = 42^\circ$ ve $m(\widehat{EFD}) = 58^\circ$ ise $m(\widehat{BDF}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.



Çözüm

Yanda AC // EG // HK olacak şekilde iki doğruya paralel ve D noktasından geçen HK doğrusunu çizelim.



$\widehat{ABD}$ ile $\widehat{KDB}$ ve $\widehat{EFD}$ ile $\widehat{FDK}$

iç ters açılar eşit olduğundan

$m(\widehat{ABD}) = m(\widehat{KDB}) = 42^\circ$ ve

$m(\widehat{EFD}) = m(\widehat{FDK}) = 58^\circ$ dir.

Sonuç olarak $m(\widehat{BDF}) = m(\widehat{KDB}) + m(\widehat{FDK})$

$= 42^\circ + 58^\circ$

$m(\widehat{BDF}) = 100^\circ$

$m(\widehat{BDF}) = x = 100^\circ$ bulunur.

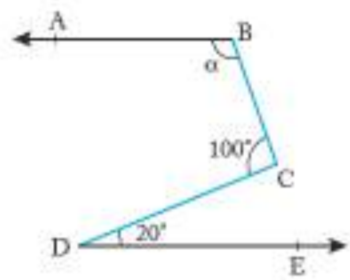
8. Örnek

Yandaki şekilde [BA // [DE,

$m(\widehat{EDC}) = 20^\circ$ ve $m(\widehat{BCD}) = 100^\circ$

olduğuna göre $m(\widehat{ABC}) = \alpha$

kaç derecedir? Bulalım.



Çözüm

Yandaki şekilde CF // [BA // [DE çizilirse

$m(\widehat{D}) = m(\widehat{FCD}) = 20^\circ$ olur (iç ters açı). Buradan

$m(\widehat{BCF}) = 100^\circ - 20^\circ$

$m(\widehat{BCF}) = 80^\circ$ olur.

$m(\widehat{ABC}) = m(\widehat{BCG}) = \alpha$ olur (iç ters açılar).

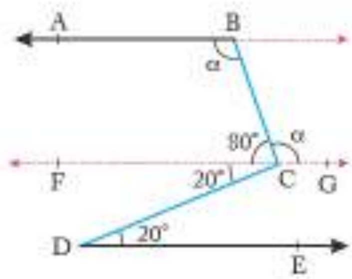
F, C ve G noktaları doğrusal olduğundan

$\alpha + 80^\circ = 180^\circ$

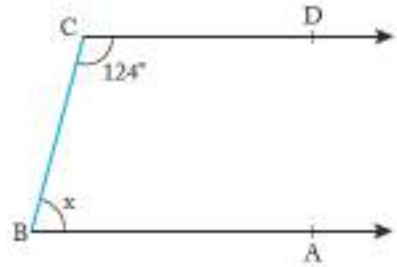
$\alpha = 180^\circ - 80^\circ$

$\alpha = 100^\circ$

$m(\widehat{ABC}) = \alpha = 100^\circ$ bulunur.

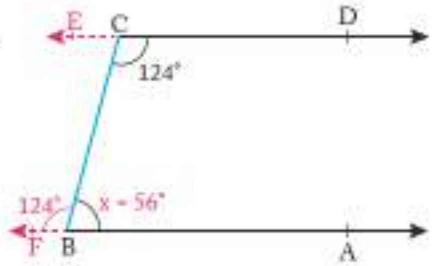


9. Örnek



Yandaki şekilde [CD // [BA, $m(\widehat{BCD}) = 124°$ ise $m(\widehat{ABC}) = x$ kaç derecedir? Bulalım.

Çözüm



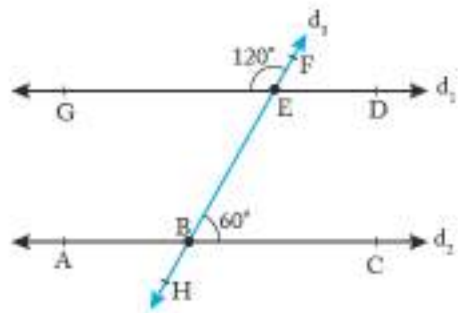
[CD ve [BA ışınlarını aynı doğrultuda sola doğru uzatalım. $m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{FBC}) = 124°$ olur. (iç ters açılar)

$x + 124° = 180°$

$= 180° - 124°$

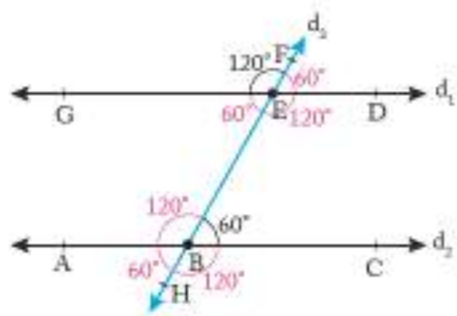
$x = 56°$ bulunur.

10. Örnek



Yandaki şekilde $m(\widehat{CBF}) = 60°$, $m(\widehat{GEF}) = 120°$ olarak veriliyor. d_1, d_2 ve d_3 doğrularını inceleyelim.

Çözüm



$m(\widehat{GEF}) = m(\widehat{BED}) = 120°$ (ters açılar)

$m(\widehat{GEF}) + m(\widehat{DEF}) = 180°$ (bütünler açılar)

$120° + m(\widehat{DEF}) = 180°$

$m(\widehat{DEF}) = 180° - 120° = 60°$

$m(\widehat{DEF}) = m(\widehat{BEG}) = 60°$ (ters açılar)

$m(\widehat{CBE}) + m(\widehat{ABF}) = 180°$ (bütünler açılar)

$60 + m(\widehat{ABF}) = 180°$

$m(\widehat{ABF}) = 180° - 60° = 120°$

$m(\widehat{ABF}) = m(\widehat{HBC}) = 120°$ (ters açılar)

Burada

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{BED}) = 120°$ (iç ters açılar),

$m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{BEG}) = 60°$ (iç ters açılar),

$m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{GEF}) = 120°$ (yöndeş açılar),

$m(\widehat{CBE}) = m(\widehat{DEF}) = 60°$ (yöndeş açılar) olur.

Ölçüleri eşit olan yöndeş ve dış ters açıları da siz yazınız.

Buradan $d_1 // d_2$ ve d_3 de bu paralel doğruları kesen olur.

ALIŞTIRMALAR

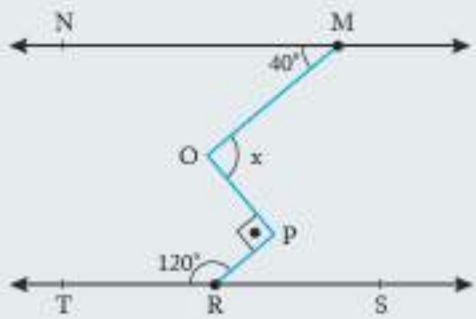
1. Aşağıdaki kareli kâğıda üç doğrunun birbirine göre durumlarını çiziniz.

2. Yandaki şekilde MN // TS,

   [PR] ⊥ [OP], $m(\widehat{NMO}) = 40°$,

   $m(\widehat{OPR}) = 90°$ ve $m(\widehat{PRT}) = 120°$ ise

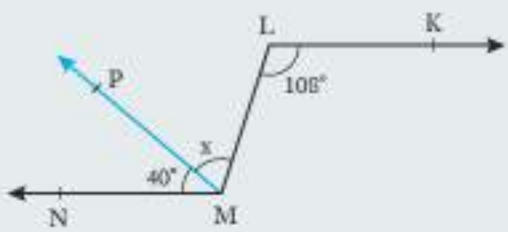
   $m(\widehat{POM}) = x$ kaç derecedir?



3. Yandaki şekilde [LK // [MN,

   $m(\widehat{MLK}) = 108°$ ve $m(\widehat{PMN}) = 40°$ ise

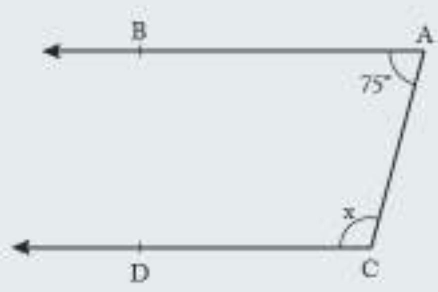
   $m(\widehat{LMP}) = x$ kaç derecedir?



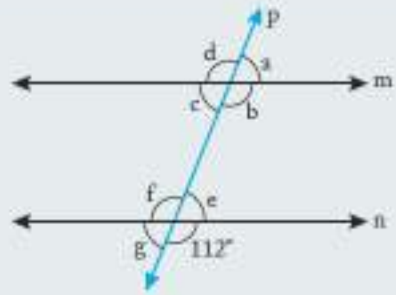
4. Yandaki şekilde [AB // [CD,

   $m(\widehat{BAC}) = 75°$ ise $m(\widehat{ACD}) = x$

   kaç derecedir?



5. Yandaki şekilde m // n ve p kesen doğru olmak üzere harflerle gösterilen açıların değerlerini bularak aşağıdaki noktalı yerlere yazınız.

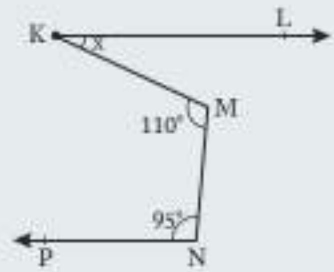


a = ... b = ... c = ...

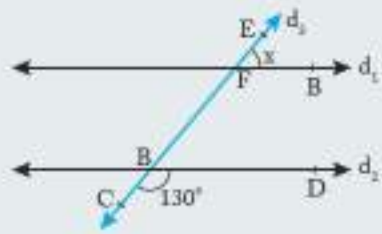
d = ... e = ... f = ...

g = ...

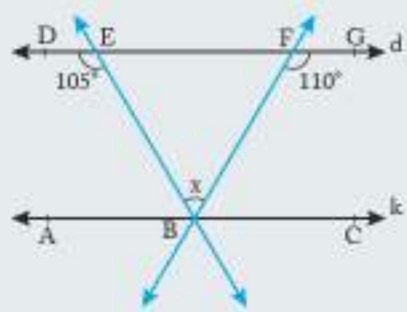
6. Yandaki şekilde [KL // [NP, $m(\widehat{KMN}) = 110°$ ve $m(\widehat{MNP}) = 95°$ ise $m(\widehat{MKL}) = x$ kaç derecedir?



7. Yandaki şekilde $d_1 // d_2$ ve $m(\widehat{CBD}) = 130°$ olduğuna göre $m(\widehat{EFB}) = x$ kaç derecedir?

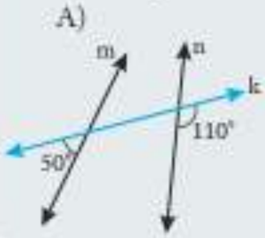


8. Yandaki şekilde d // k, $m(\widehat{DEB}) = 105°$ ve $m(\widehat{BFG}) = 110°$ olduğuna göre $m(\widehat{EBF}) = x$ kaç derecedir?

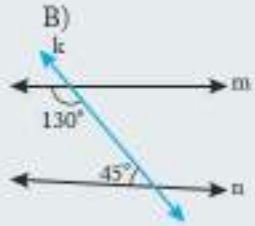


9. Aşağıdaki şekillerde ölçüleri eşit olan açıları bulunuz. Buna göre hangi seçenekte m ile n doğruları birbirine paraleldir?

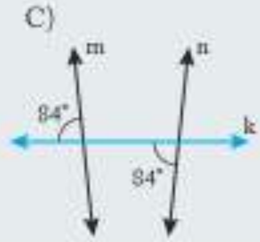
A)



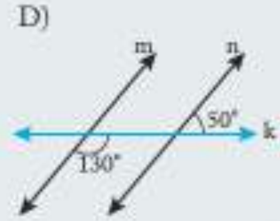
B)



C)



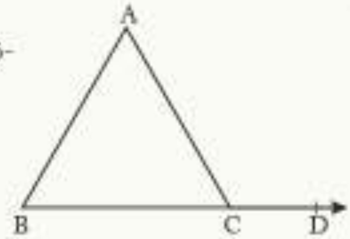
D)



B. ÇOKGENLER

Hazırlık

• Yanda verilen ABC üçgeninin iç açılarını belirtiniz. Üçgenin C köşesine ait dış açıyı belirtiniz. Açıları, açı sembolü ile yazınız.



• Aşağıdaki kareli kâğıda bir dikdörtgen ve bir kare çiziniz. Çizdiğiniz dikdörtgen ve karenin alanlarını hesaplayınız.

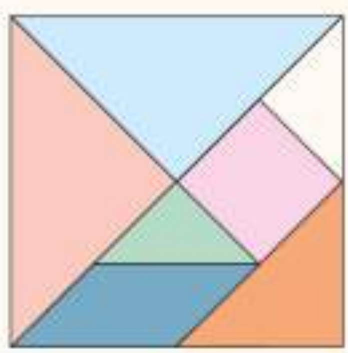
1. Çokgenlerin Köşegenleri, İç ve Dış Açıları

Motivasyon

Yelkenli gemi ve tekneler, çok eski yıllardan beri kullanılmaktadır. Bu tür gemi ve tekneler, hızlarını yelkenler yardımıyla artırır. Bu gemilerde yer alan dörtgen şeklindeki yelkenler hız artırmada üçgen şeklindeki yelkenler ise yön tayininde kullanılır. Siz de dörtgenlerin kullanıldığı yerleri araştırınız.

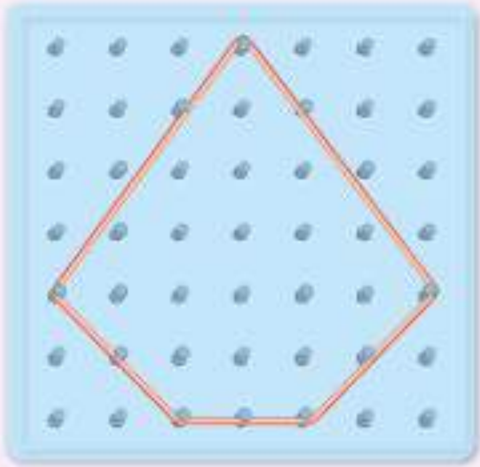
Eskiden, Çin'de Tan adlı zengin bir adam yaşarmış. Tan'ın çok güzel bir tabağı varmış. Bir gün kralın kasabaya geleceğini duyan Tan, bu değerli tabağı krala hediye etmek istemiş. Parlatırken yere düşen tabak yedi parçaya ayrılmış. Tan, parçaları bir araya getirerek kare şeklinde porselen elde etmeye çalışmış. Bu işlemi yaparken 7000'den fazla değişik şekil elde edebileceğini fark etmiş. Beş tane üçgen, bir kare ve bir paralelkenardan oluşan tangram bulmacası böylece ortaya çıkmış.

Tangramı oluşturan çokgensel bölgelerin adlarını söyleyiniz.



Etkinlik

Araç ve Gereçler: geometri tahtası, paket lastiği, noktalı (veya izometrik) kâğıt, cetvel.



• Geometri tahtası üzerinde paket lastiği ile çokgen modeli oluşturunuz.

• Oluşturduğunuz çokgen modelini noktalı (veya izometrik) kâğıda çiziniz.

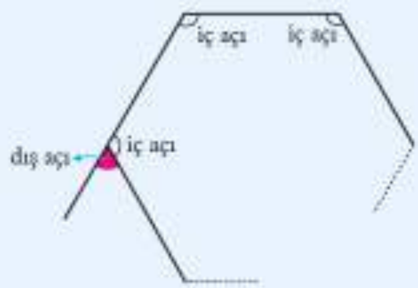
• Çokgenin iç bölgesindeki açıları işaretleyiniz.

• İşaretlenen açıların bütünler açılarını şekil üzerinde gösteriniz.

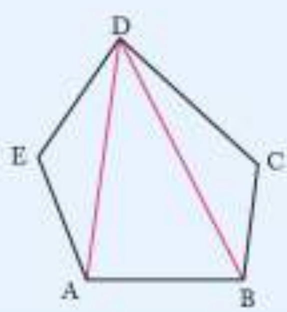
• Çokgenin her bir köşesinden ardışığı olmayan diğer köşelere doğru parçaları çiziniz. Bu doğru parçalarına ne ad verilebileceğini tartışınız.

Çokgenlerin İç ve Dış Açıları

Çokgenlerde iki kenarın kesişimi sonucu iç bölgede oluşan açılara **iç açılar** denir. Bir kenarın uzantısıyla komşu kenarın dış bölgede oluşturduğu açıya **dış açı** denir.

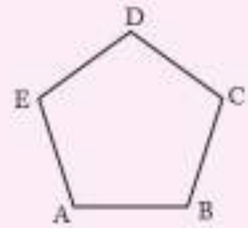


Bir çokgenin ardışık olmayan iki köşesini birleştiren doğru parçasına **köşegen** denir. Yandaki çokgende [DA] ve [DB] köşegendir.



Etkinlik

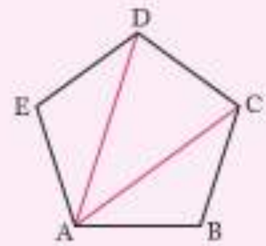
Beşgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulabilmek için aşağıdaki adımları uygulayınız.



- Defterinize yandaki gibi bir ABCDE beşgeni çiziniz.

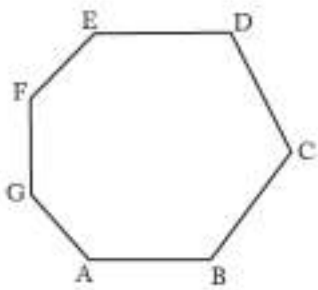
- Beşgenin A köşesinden geçen köşegenleri çiziniz.

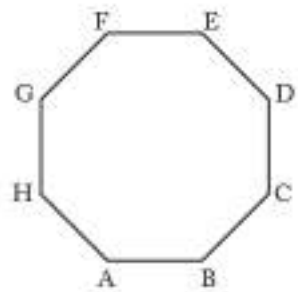
- ABCDE beşgeninde oluşan üçgenlerin sayısından ve üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından yararlanarak ABCDE beşgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.



1. Örnek

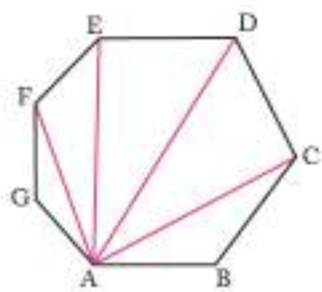
Yandaki ABCDEFG yedigeni ile ABCDEFGH sekizgeninin iç açılarının ölçüleri toplamını, bir köşeden geçen köşegenlerin oluşturduğu üçgenlerin sayısından ve üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından yararlanarak bulalım.





Çözüm

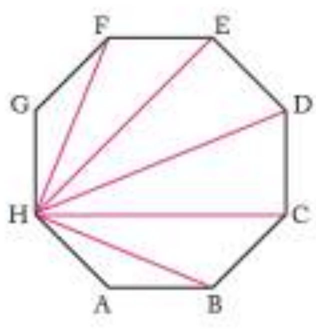
ABCDEFG yedigeninin A köşesinden geçen köşegenleri çizelim. Bu durumda AFG, AEF, ADE, ACD ve ABC üçgenleri oluşur.



ABCDEFG yedigeninin içinde beş üçgen oluşur. Her üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° olduğuna göre ABCDEFG yedigeninin iç açılarının ölçüleri toplamı $5 \cdot 180° = 900°$ bulunur.

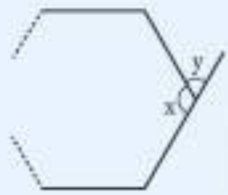
ABCDEFGH sekizgeninin H köşesinden geçen köşegenleri çizelim. Sekizgen içerisinde FGH, EFH, DEH, CDH, BCH ve ABH üçgenleri olmak üzere altı üçgen oluşur.

Bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 180° dir. ABCDEFGH sekizgeni altı üçgenden oluştuğundan ABCDEFGH sekizgeninin iç açılarının ölçüleri toplamı $6 \cdot 180° = 1080°$ bulunur.



- n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden $(n - 3)$ tane köşegen çizilebilir.
- n kenarlı bir çokgenin bir köşesinden köşegenler çizerek $(n - 2)$ tane üçgen elde edilebilir.
- n kenarlı bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $(n - 2) \cdot 180°$ dir.
- Bütün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.
- Bir çokgenin aynı köşesine ait iç açısı ile dış açısı bütünlerdir.

$x + y = 180°$ dir.



2. Örnek

Bir ongenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısını bulalım.

Çözüm

Ongenin kenar sayısı $n = 10$'dur.

$$\begin{aligned} \text{Ongenin bir köşesinden çizilen köşegen sayısı} &= n - 3 \\ &= 10 - 3 \\ &= 7 \text{ olur.} \end{aligned}$$

3. Örnek

Bir ongenin bir köşesinden çizilen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısını bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{Ongenin bir köşesinden geçen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısı} &= n - 2 \\ &= 10 - 2 \\ &= 8 \text{ olur.} \end{aligned}$$

4. Örnek

Dokuzgenin iç açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

Çözüm

Dokuzgende kenar sayısı $n = 9$'dur.

$$\begin{aligned} \text{İç açıların ölçüleri toplamı} &= (n - 2) \cdot 180° \\ &= (9 - 2) \cdot 180° \\ &= 7 \cdot 180° \\ &= 1260° \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

5. Örnek

Herhangi bir çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı 1800° ise bu çokgenin kenar sayısının kaç olduğunu bulalım.

Çözüm

$$\begin{aligned} \text{Çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamı } (n - 2) \cdot 180° &= 1800° \\ 180°n - 360° &= 1800° \\ 180°n &= 1800° + 360° \\ \frac{\cancel{180°} \cdot n}{\cancel{180°}} &= \frac{2160°}{180°} \\ n &= 12 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

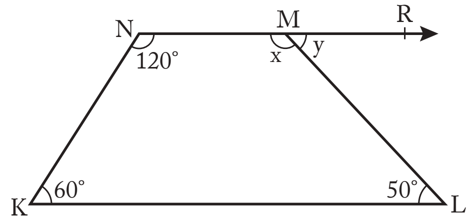
6. Örnek

Bir yedigenin dış açılarının ölçüleri toplamını bulalım.

Çözüm

Bütün çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan yedigenin de dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olur.

7. Örnek



Yandaki şekilde $m(\widehat{NKL}) = 60°$,

$m(\widehat{KLM}) = 50°$ ve $m(\widehat{KNM}) = 120°$

olduğuna göre $m(\widehat{LMN})$ ve $m(\widehat{LMR})$'nün kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

Dörtgenin iç açılarının ölçüleri toplamı $= (4 - 2) \cdot 180°$

$= 2 \cdot 180°$

$= 360°$ olur.

Bu nedenle KLMN dörtgeninde iç açıların ölçüleri toplamı

$$m(\widehat{NKL}) + m(\widehat{KLM}) + m(\widehat{LMN}) + m(\widehat{MNK}) = 360°$$

$$60° + 50° + x + 120° = 360°$$

$$230° + x = 360°$$

$$x = 360° - 230°$$

$$m(\widehat{LMN}) = x = 130° \text{ olur.}$$

Aynı köşedeki iç açı ile dış açının ölçüleri toplamı 180° olduğundan

$$m(\widehat{LMN}) + m(\widehat{LMR}) = 180°$$

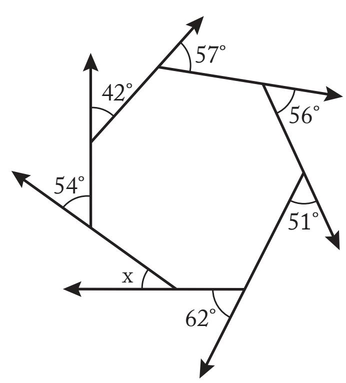
$$130° + y = 180°$$

$$y = 180° - 130°$$

$$y = 50° \text{ bulunur.}$$

8. Örnek

Yandaki çokgende ölçüsü verilmeyen dış açının ölçüsünü bulalım.



Çözüm

Çokgenlerin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° olduğundan

$$x + 54° + 42° + 57° + 56° + 51° + 62° = 360°$$

$$x + 322° = 360°$$

$$x = 360° - 322°$$

$$x = 38° \text{ bulunur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Kenar sayısı 11 olan bir çokgenin;

a. Bir köşesinden geçen köşegen sayısını bulunuz.

b. Bir köşesinden geçen köşegenlerin oluşturduğu üçgen sayısını bulunuz.

c. İç açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.

ç. Dış açılarının ölçüleri toplamını bulunuz.

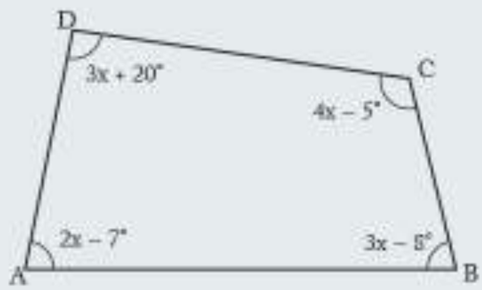
2. Bir köşesinden geçen köşegen sayısı 17 olan çokgenin kenar sayısını bulunuz.

3. Çokgenin bir köşesinden geçen köşegenlerin ayırdığı üçgen sayısı 14 ise bu çokgenin kenar sayısını bulunuz.

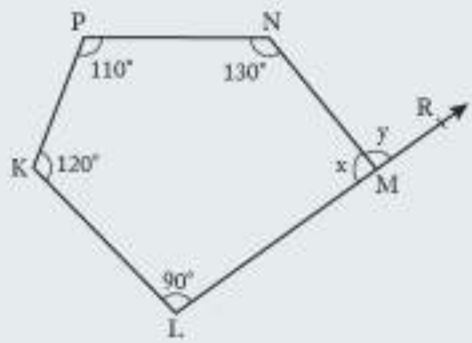
4. Yandaki ABCD dörtgeninin iç açılarının ölçüleri verilmiştir. Bu verilere göre x kaç derecedir?

A) 30° B) 40°

C) 50° D) 60°



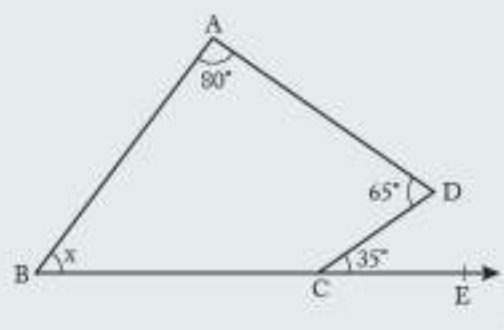
5. Yandaki KLMNP beşgeninde verilenlere göre x ve y açılarının kaç derece olduğunu bulunuz.



6. Yandaki şekilde $m(\widehat{ECD}) = 35°$, $m(\widehat{CDA}) = 65°$ ve $m(\widehat{BAD}) = 80°$ ise $m(\widehat{CBA}) = x$ kaç derecedir?

A) 50° B) 60°

C) 70° D) 80°



2. Düzgün Çokgenler

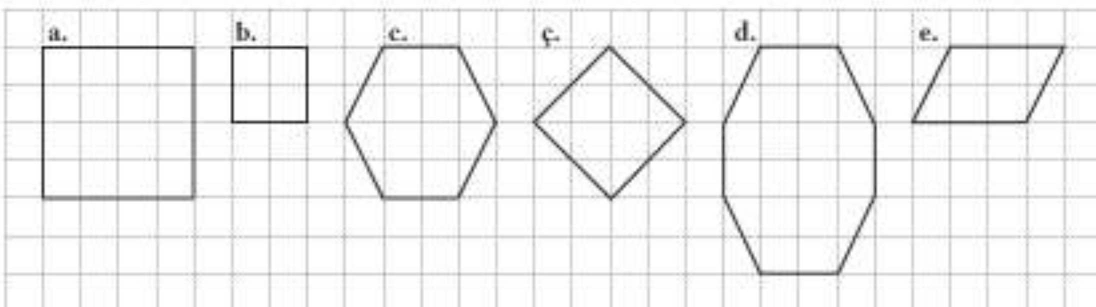
Arı peteğinin temel maddesi bal mumudur. Arılar, bal mumunu karınları altında yer alan salgı bezlerinden salgılar. Bal mumu üretimi arılar için çok fazla enerji gerektiren bir işlemdir. Arılar, çok enerji gerektiren bu işlemi en kolay ve en sağlam şekilde yapmak için en uygun petek şekli olan altıgeni kullanır. Bu şekil, peteğin dayanıklılığının en yükseğe çıkmasını sağlar. Ayrıca bu şekil en az malzemeyle en çok balın depolanması için idealdir.

Kaynak: Matematiğin Aydınlık Dünyası

Kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olan çokgenlere **düzgün çokgen** denir.

1. Örnek

Aşağıdaki çokgenlerin düzgün çokgen olup olmadığını belirtelim.



Çözüm

a, b ve ç seçeneklerindeki çokgenlerin kenar uzunlukları ve iç açılarının ölçüleri eşit olduğundan bu dörtgenler düzgün çokgendir.

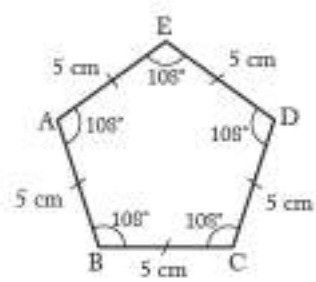
c, d ve e seçeneklerindeki çokgenlerin kenar uzunlukları farklı olduğundan bunlar düzgün çokgen değildir.

2. Örnek

Bir iç açısının ölçüsü 108° olan ve bir kenarının uzunluğu 5 cm olan düzgün çokgeni cetvel ve iletki (açıölçer) kullanarak çizelim.

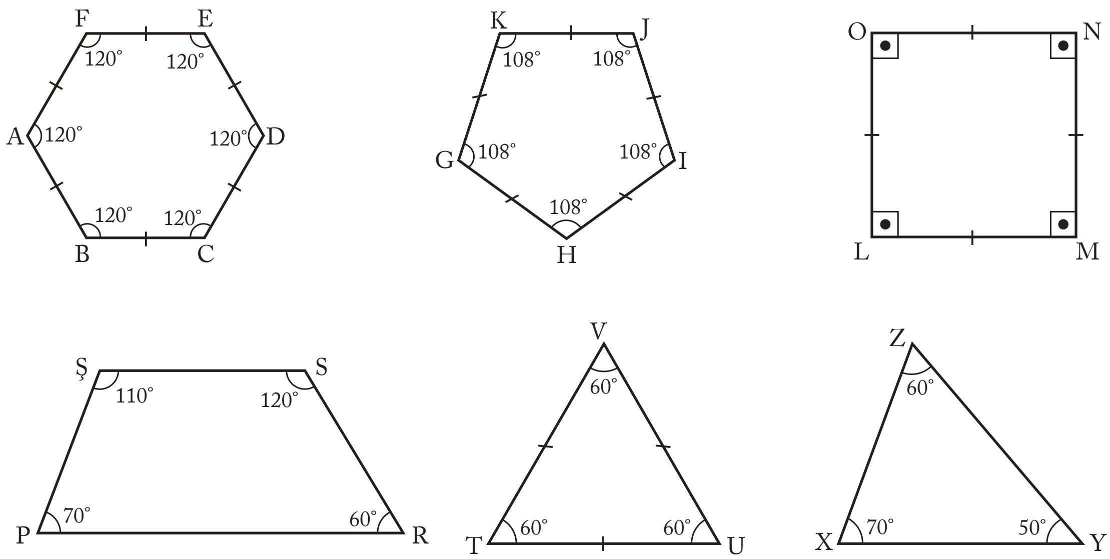
Çözüm

Cetvelimizle |AB| = 5 cm olan [AB]'nı çizelim. AB kenarının bitim noktasına açıölçerin işaretli noktasını koyup 108° lik açıyı işaretleyelim. Daha sonra |BC| = 5 cm olacak şekilde [BC]'nı çizelim. Bu şekilde devam ettiğimizde düzgün çokgenin son köşesi A noktasının bulunduğu köşe olacaktır.



3. Örnek

Aşağıdaki şekillerin açı ölçülerini ve kenar uzunluklarını inceleyelim.



Çözüm

Yukarıdaki ABCDEF, GHIJK, LMNO ve TUV çokgenlerinin her birinde bütün açı ölçüleri ve kenar uzunlukları birbirine eşittir.

ABCDEF düzgün altıgendir.

GHIJK düzgün beşgendir.

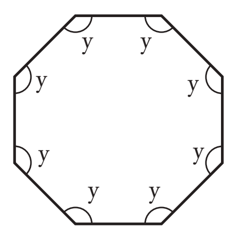
LMNO düzgün dörtgendir (kare).

TUV düzgün üçgendir (eşkenar üçgen).

Görüldüğü gibi kenar uzunlukları ve açı ölçüleri eşit olmadığından PRSŞ dörtgeni ile XYZ üçgeni düzgün çokgen değildir.

4. Örnek

Düzgün sekizgenin bir iç açısının ölçüsünü bulalım.



Çözüm

Sekizgenin iç açılarının ölçüleri toplamı

$$(n-2)\cdot 180^\circ = (8-2)\cdot 180^\circ$$
$$= 6\cdot 180^\circ$$
$$= 1080^\circ \text{ dir.}$$

Düzgün sekizgenin iç açılarının ölçüleri birbirine eşittir. Düzgün sekizgenin iç açılarının ölçülerinin her birini y olarak alalım. Bu durumda $y + y + y + y + y + y + y + y = 1080^\circ$

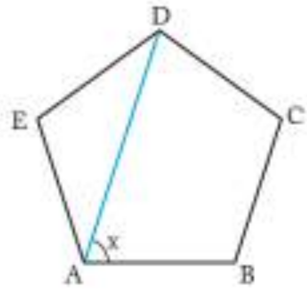
$$\frac{\cancel{8}y}{\cancel{8}} = \frac{\overset{135}{\cancel{1080}}}{\cancel{8}_{1}}$$

$y = 135^\circ$ bulunur.

n kenarlı bir düzgün çokgenin;

- n tane iç açısı olduğundan bir iç açısının ölçüsü $x = \frac{(n-2)\cdot 180°}{n}$ olur.
- n tane dış açısı olduğundan bir dış açısının ölçüsü $y = \frac{360°}{n}$ ile bulunur.

5. Örnek



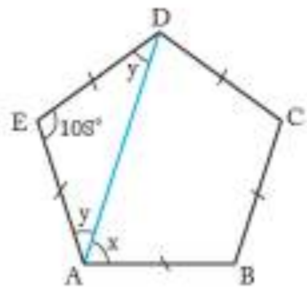
Yandaki ABCDE düzgün beşgeninde

$m(\widehat{BAD}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

Düzgün beşgenin bir iç açısının ölçüsü

$$\frac{(n-2)\cdot 180°}{5} = \frac{(5-2)\cdot 180°}{5} = \frac{3\cdot \cancel{180°}^{36}}{\cancel{5}_1} = 108° \text{ olur.}$$



$m(\widehat{AED}) = m(\widehat{EAB}) = 108°$ olur.

$\widehat{AED}$ ikizkenar üçgendir.

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{ADE}) = y$ olsun.

AED üçgeninin iç açıları toplamı 180° olduğundan

$m(\widehat{AED}) + m(\widehat{DAE}) + m(\widehat{ADE}) = 180°$

$$108° + y + y = 180°$$
$$2y = 180° - 108°$$
$$\frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}} = \frac{72°}{2}$$
$$y = 36° \text{ dir.}$$

$$m(\widehat{EAB}) = x + y$$
$$108° = x + 36°$$
$$x = 108° - 36°$$
$$x = 72° \text{ bulunur.}$$

6. Örnek

Bal peteğinin gözeneklerinden birinin bir iç açısının ölçüsünü bulalım.

Çözüm

Bal peteğinin gözenekleri düzgün altıgenlerden oluşmuştur. Peteği oluşturan düzgün altıgenlerin her birinin kenar uzunlukları birbirine eşittir. Ayrıca kenar sayısı 6'dır.

Düzgün altıgenin bir iç açısının ölçüsü $\frac{(n-2)\cdot 180°}{n} = \frac{(6-2)\cdot 180°}{6}$

$$= \frac{4\cdot \cancel{180°}^{30}}{\cancel{6}_1} = 120° \text{ olur.}$$

Bir bal peteğinin gözeneklerinden birinin bir iç açısının ölçüsü 120° bulunur.

7. Örnek

Düzgün onikigenin bir dış açısının ölçüsünü bulalım.

Çözüm

Onikigenin kenar sayısı 12'dir.

Düzgün onikigenin bir dış açısının ölçüsü $y = \dfrac{360°}{n} = \dfrac{\overset{30°}{\cancel{360°}}}{\underset{1}{\cancel{12}}} = \dfrac{30°}{1} = 30°$ bulunur.

8. Örnek

Bir iç açısının ölçüsü, dış açısının ölçüsünün 2 katı olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulalım.

Çözüm

Düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsüne y dersek bu çokgenin bir iç açısının ölçüsü 2y olur.

Çokgenlerde iç açı ile dış açının ölçüleri toplamı 180° olduğundan $y + 2y = 180°$, $\dfrac{\cancel{3}y}{\cancel{3}} = \dfrac{180°}{3}$ $y = 60°$ dir.

Çokgenin bir dış açısının ölçüsü $y = \dfrac{360°}{n}$

$$\frac{60°}{1} = \frac{360°}{n}$$

$$\frac{\cancel{60°}\,n}{\cancel{60°}} = \frac{\overset{6}{\cancel{360°}}}{\underset{1}{\cancel{60°}}} \text{ ise } n = 6 \text{ bulunur.}$$

ALIŞTIRMALAR

1. Düzgün ongenin bir iç açısının ve bir dış açısının ölçüsünü bulunuz.
2. Bir iç açısının ölçüsü 150° olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.
3. 18 kenarı olan bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsünü bulunuz.
4. Düzgün onbeşgenin bir dış açısının ölçüsünü bulunuz.
5. 24 kenarı olan bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsünü bulunuz.
6. Bir dış açısının ölçüsü, bir iç açısının ölçüsünün 2 katı olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.
7. Bir iç açısının ölçüsü 160° olan bir düzgün çokgenin bir dış açısının ölçüsünü bulunuz.
8. Bir dış açısının ölçüsü 45° olan bir düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.
9. Bir iç açısının ölçüsü, bir dış açısının ölçüsünün 4 katı olan düzgün çokgenin kenar sayısını bulunuz.
10. Kenar sayısı 20 olan bir düzgün çokgenin bir iç açısının ölçüsünü bulunuz.

3. Dörtgenler

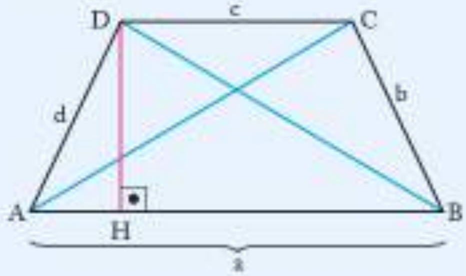
Özellik

Yandaki ev maketinin yüzeylerinde çeşitli geometrik şekillerin olduğu görülmektedir. Bu geometrik şekillerin ortak özelliklerinin neler olduğunu açıklayınız.

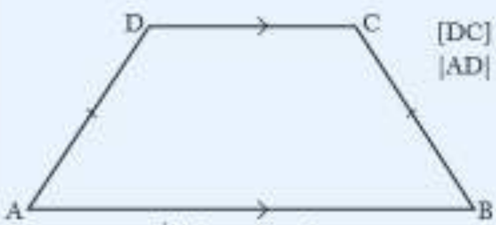
a. Yamuk

En az bir kenar çifti birbirine paralel olan dörtgene **yamuk** denir.

Yandaki ABCD dörtgeninde [AB] // [CD] olup bu dörtgen bir **yamuk**tur. Birbirine paralel olan bu kenarlardan [AB]'na **yamuğun alt tabanı,** [CD]'na **yamuğun üst tabanı,** [AC] ve [BD]'na ABCD **yamuğunun köşegenleri,** [AD] ve [BC]'na ise **yamuğun yan kenarları** denir.

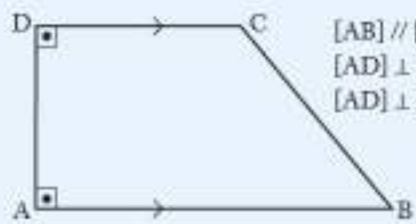


Paralel olmayan yan kenarlarının uzunlukları eşit olan yamuğa **ikizkenar yamuk,** paralel olmayan yan kenarlarından biri, alt ve üst taban kenarlarına dik olan yamuğa **dik yamuk** denir.



[DC] // [AB]
|AD| = |CB|

İkizkenar yamuk



[AB] // [CD]
[AD] ⊥ [AB]
[AD] ⊥ [DC]

Dik yamuk

Özellik

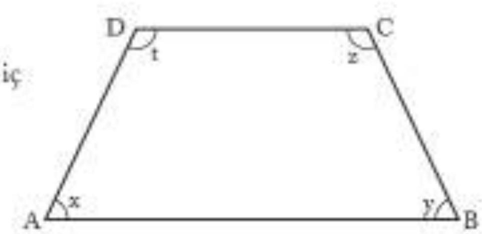
• Yamuğun alt tabanı üst tabanına paraleldir.

[AB] // [CD]

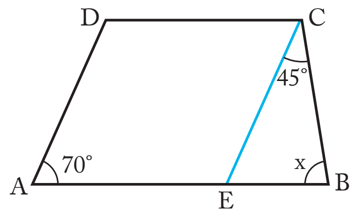
Bir yamukta bir yan kenarla tabanların oluşturduğu iç açı ölçülerinin toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{A}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$$
$$x + t = 180^\circ$$

$$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$$
$$y + z = 180^\circ$$



1. Örnek



ABCD yamuğunda

[AB] // [DC], [AD] // [EC],

$m(\widehat{DAE}) = 70°$, $m(\widehat{ECB}) = 45°$ olduğuna göre

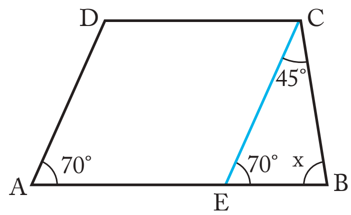
$m(\widehat{EBC}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

[AD] // [EC] olduğundan

$m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{CEB}) = 70°$ dir (yöndeş açılar).

CEB üçgeninde iç açıların ölçüleri toplamı 180° olur.



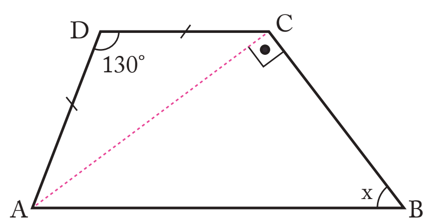
$$m(\widehat{ECB}) + m(\widehat{CEB}) + m(\widehat{EBC}) = 180°$$

$$45° + 70° + x = 180°$$

$$x = 180° - 115°$$

$x = 65°$ bulunur.

2. Örnek



Yandaki ABCD yamuğunda [AB] // [CD], [AC] ⊥ [BC],

$|AD| = |DC|$ ve $m(\widehat{ADC}) = 130°$ olduğuna göre

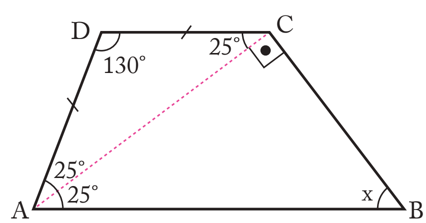
$m(\widehat{ABC}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

$|AD| = |DC|$ olduğundan ADC ikizkenar üçgendir.

$m(\widehat{DAC}) = m(\widehat{DCA}) = y$ diyelim.

ADC üçgeninde iç açıların ölçüleri toplamı 180° dir.



$$m(\widehat{DAC}) + m(\widehat{DCA}) + m(\widehat{ADC}) = 180°$$

$$y + y + 130° = 180°$$

$$2y = 180° - 130°$$

$$2y = 50°$$

$y = 25°$ olur.

[AB] // [CD] olduğundan $m(\widehat{DCA}) = m(\widehat{CAB}) = 25°$dir (iç ters açılar).

ABC dik üçgeninde iç açıların ölçüleri toplamı 180° dir.

$$m(\widehat{CAB}) + m(\widehat{ACB}) + m(\widehat{ABC}) = 180^\circ$$
$$25^\circ + 90^\circ + x = 180^\circ$$
$$115^\circ + x = 180^\circ$$
$$x = 180^\circ - 115^\circ$$
$$x = 65^\circ \text{ bulunur.}$$

b. Paralelkenar

Karşılıklı kenarları birbirine paralel ve eş olan dörtgenlere **paralelkenar** denir.

Bir yamuk, karşılıklı kenarları paralel olacak şekilde oluşturulduğunda bir paralelkenar elde edilir.

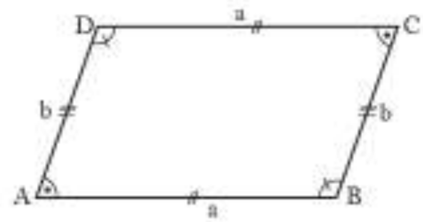
Paralelkenarın da yamuk gibi kenar çiftlerinden en az biri paraleldir.

O hâlde paralelkenar özel bir yamuktur.

Özellik

- Paralelkenarın karşılıklı kenarları paraleldir.
  [AB] // [DC] ve [AD] // [BC]

- Paralelkenarın karşılıklı kenarlarının uzunlukları eşittir.
  |AB| = |DC| ve |AD| = |BC|

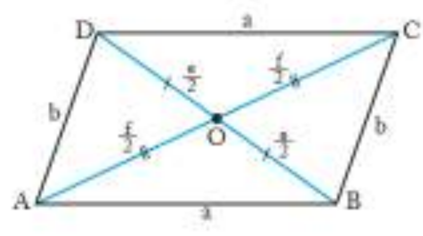


- Paralelkenarın karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir.
  $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$

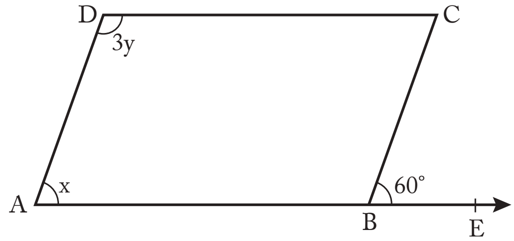
- Paralelkenarda ardışık iki açının ölçüleri toplamı 180° dir.

$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180^\circ$
$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180^\circ$
$m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180^\circ$
$m(\widehat{D}) + m(\widehat{A}) = 180^\circ$

- Paralelkenarda köşegenler birbirini ortalar.
  $|OA| = |OC| = \frac{f}{2}$, $|OB| = |OD| = \frac{e}{2}$



3. Örnek



Yandaki ABCD paralelkenarında

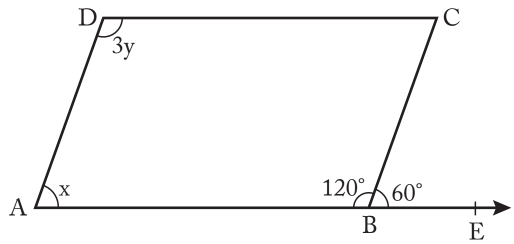
$m(\widehat{EBC}) = 60°$, $m(\widehat{BAD}) = x$ ve $m(\widehat{ADC}) = 3y$ ise

$x + y$ toplamının kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

ABCD paralelkenar olduğundan x ile 60° lik dış açı, yöndeş açılar olduğundan $x = 60°$,

3y ile 120° lik açı, karşılıklı açılar olduğundan



$$3y = 120°$$

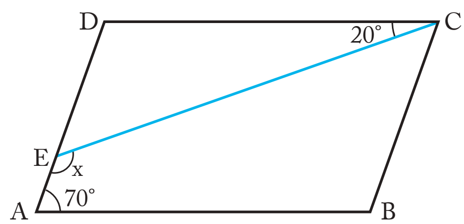
$$\frac{\cancel{3}y}{\cancel{3}} = \frac{120°}{3}$$

$y = 40°$ dir.

Buradan $x + y = 60° + 40°$

$= 100°$ bulunur.

4. Örnek



Yandaki ABCD paralelkenarında

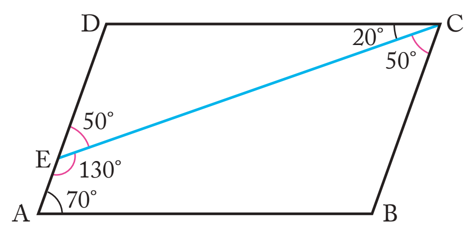
$m(\widehat{BAD}) = 70°$ ve $m(\widehat{DCE}) = 20°$ olduğuna göre

$m(\widehat{AEC}) = x$ kaç derecedir? Bulalım.

Çözüm

ABCD paralelkenar olduğundan

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{C}) = 70°$



$m(\widehat{DCE}) + m(\widehat{ECB}) = 70°$

$20° + m(\widehat{ECB}) = 70°$

$m(\widehat{ECB}) = 70° - 20°$

$m(\widehat{ECB}) = 50°$ olur.

[AD] // [BC] ve bu paralelleri kesen [EC] olduğundan $m(\widehat{DEC}) = m(\widehat{ECB}) = 50°$ olur (iç ters açılar).

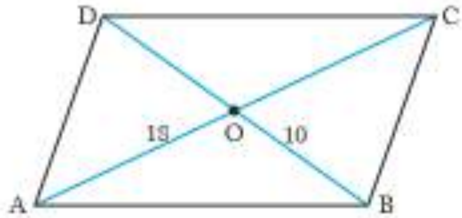
$m(\widehat{DEC}) + m(\widehat{AEC}) = 180°$

$50° + x = 180°$

$x = 180° - 50°$

$m(\widehat{AEC}) = x = 130°$ bulunur.

5. Örnek



Yandaki ABCD paralelkenarında [AC] ve [BD] köşegen,

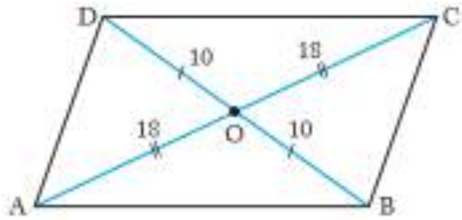
|OA| = 18 cm ve

|OB| = 10 cm ise

|AC| + |BD| değerini bulalım.

Çözüm

Paralelkenarda köşegenler birbirini ortaladığından



|AC| = |OA| + |OC| = 18 + 18

|AC| = 36 cm olur.

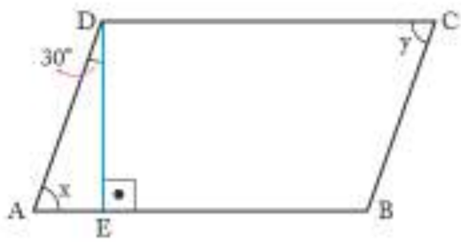
|BD| = |OB| + |OD| = 10 + 10

|BD| = 20 cm olur.

|AC| + |BD| = 36 + 20

= 56 cm bulunur.

6. Örnek



Yandaki ABCD paralelkenarında [DE] ⊥ [AB]

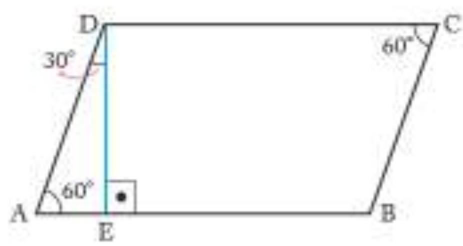
$m(\widehat{ADE}) = 30°$ ise

$m(\widehat{DAB}) = x$ ve $m(\widehat{DCB}) = y$'nin

kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

DAE dik üçgeninde



$$m(\widehat{ADE}) + m(\widehat{DAE}) + m(\widehat{AED}) = 180°$$

$$30° + m(\widehat{DAE}) + 90° = 180°$$

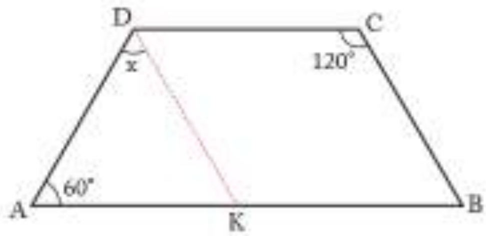
$$m(\widehat{DAE}) = 180° - 120°$$

$m(\widehat{DAE}) = x = 60°$ olur.

ABCD paralelkenar olduğundan $m(\widehat{DAE}) = m(\widehat{DCB})$

$m(\widehat{DCB}) = y = 60°$ bulunur.

7. Örnek



Yandaki ABCD yamuk ve KBCD paralelkenardır.

$m(\widehat{DCB}) = 120°$ ve $m(\widehat{DAK}) = 60°$ ise

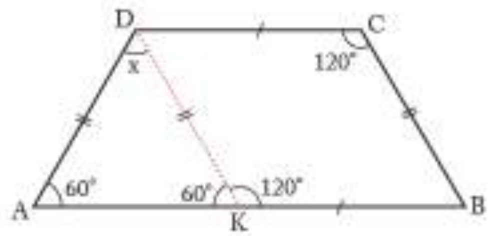
$m(\widehat{ADK}) = x$'in değerini bulalım.

Çözüm

KBCD paralelkenar olduğundan karşılıklı köşelerdeki açıların ölçüleri eşittir.

$m(\widehat{DCB}) = m(\widehat{BKD}) = 120°$ dir.

AKD açısı ile BKD açısı bütünler olduğundan



$$m(\widehat{AKD}) + m(\widehat{BKD}) = 180°$$
$$m(\widehat{AKD}) + 120° = 180°$$
$$m(\widehat{AKD}) = 180° - 120°$$
$$m(\widehat{AKD}) = 60° \text{ olur.}$$

AKD üçgeninde

$$m(\widehat{ADK}) + m(\widehat{AKD}) + m(\widehat{DAK}) = 180°$$
$$x + 60° + 60° = 180°$$
$$x + 120° = 180°$$
$$x = 60° \text{ dir.}$$
$$m(\widehat{ADK}) = x = 60° \text{ bulunur.}$$

AKD üçgeninin eşkenar üçgen olduğu görülür.

c. Dikdörtgen

İç açılarının her birinin ölçüsü 90° olan paralelkenara **dikdörtgen** denir.

Paralelkenar, bütün iç açıları dik açı olacak şekilde oluşturulduğunda bir dikdörtgen elde edilir.

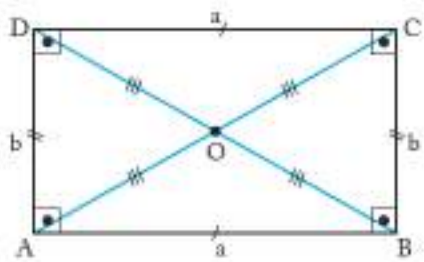
Dikdörtgenin de paralelkenar gibi karşılıklı kenarları paralel ve karşılıklı iç açıları eştir. Aynı zamanda köşegenleri de birbirini ortalar.

O hâlde dikdörtgen özel bir paralelkenardır. Her paralelkenar bir yamuk olduğundan dikdörtgen, aynı zamanda özel bir yamuktur.

Özellik

• Dikdörtgenin iç açılarının her birinin ölçüsü 90° dir.

$m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90°$



• Dikdörtgenin karşılıklı kenarları birbirine paraleldir.

$[AB] \parallel [CD]$ ve $[BC] \parallel [AD]$

• Dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları birbirine eşittir.

$|AB| = |CD| = a$ ve $|BC| = |AD| = b$

• Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşittir.

$|AC| = |BD|$

• Dikdörtgenin köşegenleri birbirini ortalar.

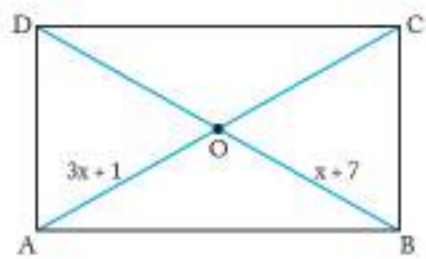
$|OA| = |OB| = |OC| = |OD|$

8. Örnek

Yandaki ABCD dikdörtgeninde [AC] ve [BD] köşegenler olmak üzere

$|AO| = (3x + 1)$ br,

$|OB| = (x + 7)$ br ise x değerini bulalım.



Çözüm

Dikdörtgende köşegen uzunlukları eşittir ve köşegenler birbirini ortalar.

$|AO| = |BO|$

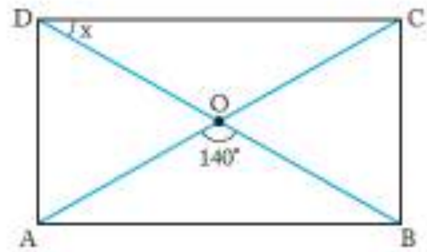
$3x + 1 = x + 7$

$3x - x = 7 - 1$

$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{6}{2}$

$x = 3$ bulunur.

9. Örnek

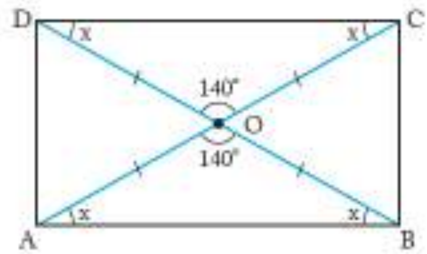


Yandaki ABCD dikdörtgeninde

$m(\widehat{AOB}) = 140°$ olduğuna göre

$m(\widehat{CDO}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm



$m(\widehat{AOB}) = m(\widehat{DOC}) = 140°$ dir (ters açılar).

$|CO| = |DO|$ olduğundan OCD ikizkenar üçgen olur.

OCD ikizkenar üçgeninde taban açıları eşittir.

$m(\widehat{CDO}) = x$ ise $m(\widehat{DCO}) = x$ olur.

$$m(\widehat{CDO}) + m(\widehat{DCO}) + m(\widehat{DOC}) = 180°$$

$$x + x + 140° = 180°$$

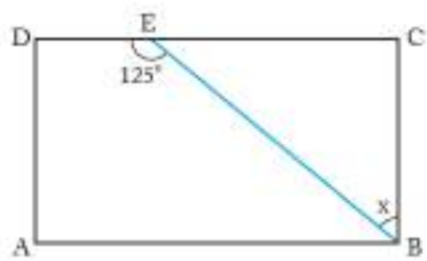
$$2x = 180° - 140°$$

$$\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}} = \frac{40°}{2}$$

$$x = 20°$$

$m(\widehat{CDO}) = x = 20°$ bulunur.

10. Örnek



Yandaki ABCD dikdörtgeninde

$m(\widehat{BED}) = 125°$ olduğuna göre

$m(\widehat{EBC}) = x$ kaç derecedir? Bulalım.

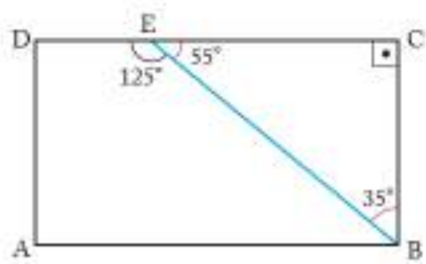
Çözüm

$$m(\widehat{DEB}) + m(\widehat{BEC}) = 180°$$

$$125° + m(\widehat{BEC}) = 180°$$

$$m(\widehat{BEC}) = 180° - 125°$$

$m(\widehat{BEC}) = 55°$ olur.



ABCD dikdörtgen olduğundan $m(\widehat{C}) = 90°$ dir.

ECB dik üçgeninde

$$m(\widehat{BEC}) + m(\widehat{C}) + m(\widehat{CBE}) = 180°$$

$$55° + 90° + x = 180°$$

$$145° + x = 180°$$

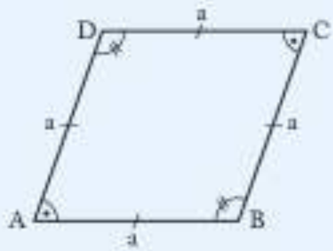
$$x = 180° - 145°$$

$x = 35°$ bulunur.

ç. Eşkenar Dörtgen

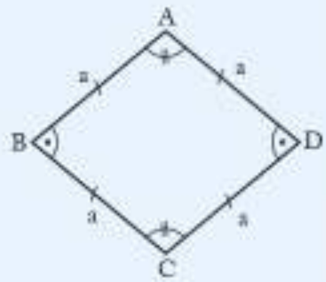
Kenar uzunlukları eşit olan paralelkenara **eşkenar dörtgen** denir.

$|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$'dır.



Bir paralelkenar, bütün kenar uzunlukları eşit olacak şekilde oluşturulduğunda bir eşkenar dörtgen elde edilir.

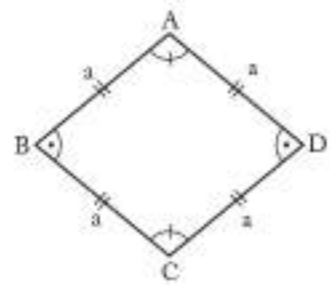
Eşkenar dörtgenin de paralelkenar gibi karşılıklı kenarları birbirine paraleldir ve karşılıklı iç açılarının ölçüleri eşittir. Ayrıca eşkenar dörtgenin köşegenleri birbirini dik ortalar.



O hâlde eşkenar dörtgen özel bir paralelkenardır. Her paralelkenar gibi eşkenar dörtgen de özel bir yamuktur.

Özellik

- Eşkenar dörtgen, paralelkenarın bütün özelliklerini taşır.
- Eşkenar dörtgende karşılıklı kenarlar paraleldir.
  $[AB] \parallel [CD]$ ve $[BC] \parallel [DA]$
- Eşkenar dörtgenin bütün kenar uzunlukları eşittir.
  $|AB| = |CD| = |BC| = |DA|$



- Eşkenar dörtgenin karşılıklı açılarının ölçüleri birbirine eşittir.
  $m(\widehat{A}) = m(\widehat{C})$ ve $m(\widehat{B}) = m(\widehat{D})$
- Paralelkenarda olduğu gibi eşkenar dörtgende de ardışık iki açının ölçüleri toplamı 180° dir.

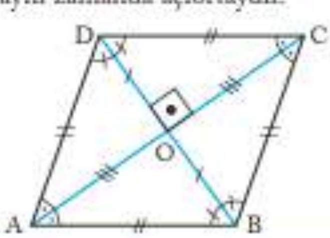
$m(\widehat{A}) + m(\widehat{B}) = 180°$

$m(\widehat{B}) + m(\widehat{C}) = 180°$

$m(\widehat{C}) + m(\widehat{D}) = 180°$

$m(\widehat{D}) + m(\widehat{A}) = 180°$

- Eşkenar dörtgenin köşegenleri O noktasında dik kesişir ve birbirlerini iki eşit parçaya ayırır. Bu köşegenler aynı zamanda açıortaydır.

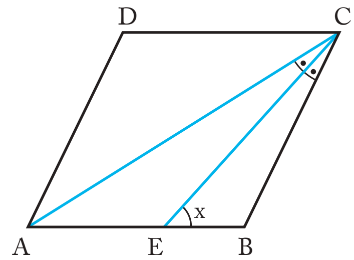


$[AC] \perp [BD]$

$|OA| = |OC|$

$|OB| = |OD|$

11. Örnek



ABCD bir eşkenar dörtgen, [AC] köşegen, [CE] açıortay,

$m(\widehat{BCE}) = 16°$ olduğuna göre $m(\widehat{BEC}) = x$ kaç derecedir? Bulalım.

Çözüm

$m(\widehat{BCE}) = 16°$ ise $m(\widehat{ECA}) = 16°$ olur.

Buradan $m(\widehat{BCA}) = 2 \cdot 16 = 32°$ dir.

Eşkenar dörgende köşegen açıortay olduğundan $m(\widehat{BCD}) = 2 \cdot 32° = 64°$ olur.

Eşkenar dörtgende ardışık iki iç açının ölçüsü toplamı 180° olduğundan

$m(\widehat{ABC}) + m(\widehat{BCD}) = 180°$

$m(\widehat{ABC}) + 64° = 180°$

$m(\widehat{ABC}) = 180° - 64°$

$m(\widehat{ABC}) = 116°$ olur.

EBC üçgeninde

$m(\widehat{BEC}) + m(\widehat{EBC}) + m(\widehat{BCE}) = 180°$

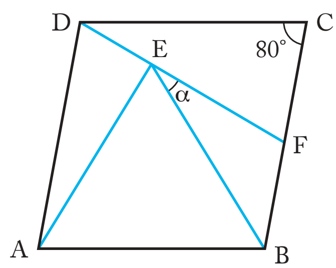
$x + 16° + 116° = 180°$

$x + 132° = 180°$

$x = 180° - 132°$

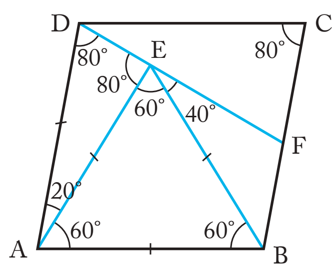
$x = 48°$ bulunur.

12. Örnek



Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde ABE bir eşkenar üçgen, D, E, F doğrusal noktalar ve $m(\widehat{BCD}) = 80°$ olduğuna göre $m(\widehat{FEB}) = \alpha$ kaç derecedir? Bulalım.

Çözüm



ABCD eşkenar dörtgeninde kenar uzunlukları birbirine eşittir.

$|AB| = |AE| = |BE| = |AD|$ olur.

Eşkenar dörtgende karşılıklı açılar eşittir.

$m(\widehat{BCD}) = m(\widehat{DAB}) = 80°$

ABE eşkenar üçgeninin iç açılarının her biri 60° olur.

O hâlde $m(\widehat{DAE}) = 20°$ dir. $|AD| = |AE|$ olduğundan ADE üçgeni, ikizkenar üçgen olur.

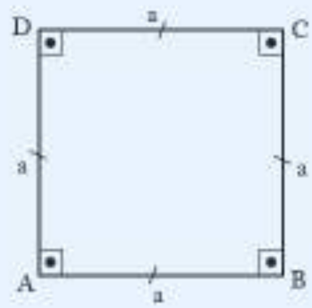
Buna göre $m(\widehat{ADE}) = m(\widehat{DEA}) = 80°$

D, E, F doğrusal noktalar olmak üzere

$$m(\widehat{DEA}) + m(\widehat{AEB}) + m(\widehat{BEF}) = 180°$$
$$80° + 60° + m(\widehat{BEF}) = 180°$$
$$m(\widehat{BEF}) = 180° - 140°$$
$$m(\widehat{BEF}) = 40° \text{ bulunur.}$$

d. Kare

Kenar uzunlukları eşit ve her bir iç açısı 90° olan dikdörtgene **kare** denir.



Dikdörtgen, bütün kenar uzunlukları eşit olacak şekilde oluşturulduğunda bir kare elde edilir. Karenin de dikdörtgen gibi karşılıklı kenarları paraleldir ve her bir açısı dik açıdır.

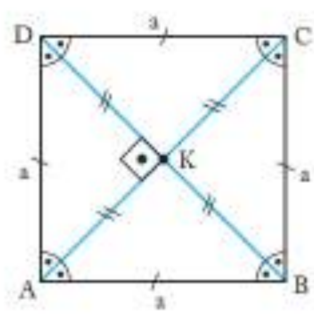
O hâlde kare özel bir dikdörtgendir.

Karenin de eşkenar dörtgen gibi her bir kenarının uzunluğu birbirine eşittir. Köşegenleri dik kesişir ve bu köşegenler birbirini ortalar.

O hâlde kare aynı zamanda özel bir eşkenar dörtgendir.

Özellik

- Karşılıklı kenarları paraleldir.
  [AB] // [CD] ve [BC] // [DA]



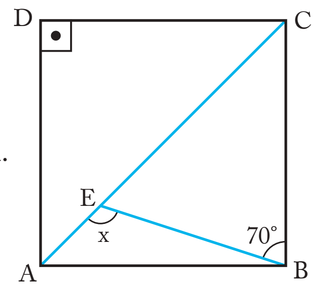
- Karenin bütün kenar uzunlukları birbirine eşittir.
  $|AB| = |BC| = |CD| = |DA| = a$

- Köşegenler birbirini dik keser ve birbirini ortalar. Ayrıca köşegenlerin uzunlukları birbirine eşittir.
  $[AC] \perp [BD]$ ve $|AK| = |KC| = |KD| = |KB|$

- Köşegenler aynı zamanda açıortaydır.

- Karenin her bir açısının ölçüsü 90° dir.
  $m(\widehat{A}) = m(\widehat{B}) = m(\widehat{C}) = m(\widehat{D}) = 90°$

13. Örnek



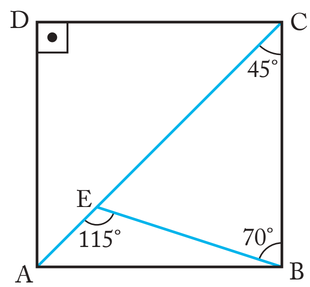
Yandaki ABCD karesinde [AC] köşegen ve

$m(\widehat{CBE}) = 70°$ ise $m(\widehat{AEB}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

ABCD kare olduğundan köşe açıları 90° olur.

[AC], köşegen ve açıortaydır. $m(\widehat{ECB}) = \dfrac{90°}{2} = 45°$ dir.



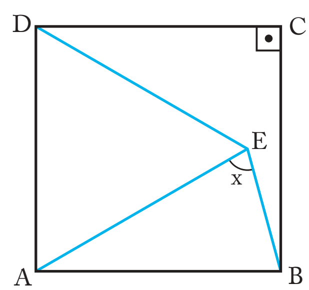
EBC üçgeninde

$$\begin{aligned} m(\widehat{CEB}) + m(\widehat{EBC}) + m(\widehat{BCE}) &= 180° \\ m(\widehat{CEB}) + 70° + 45° &= 180° \\ m(\widehat{CEB}) &= 180° - 115° \\ &= 65° \text{ olur.} \end{aligned}$$

Buradan $m(\widehat{AEB}) + m(\widehat{CEB}) = 180°$

$$\begin{aligned} m(\widehat{AEB}) &= 180° - 65° \\ &= 115° \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

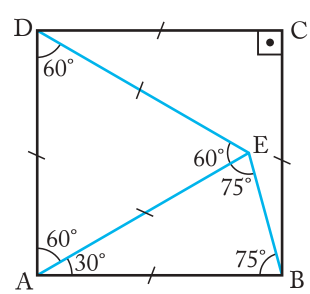
14. Örnek



Yandaki şekilde ABCD kare, ADE eşkenar üçgen olduğuna göre $m(\widehat{AEB}) = x$'in kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

Yandaki şekilde ADE eşkenar üçgen, ABE ikizkenar üçgendir. Bu üçgenlerin birer kenarları ortak olduğundan $|AD| = |AE| = |DE| = |AB|$ olur.



$m(\widehat{EAD}) = 60°$ ise

$m(\widehat{BAE}) = 90° - 60°$

$m(\widehat{BAE}) = 30°$ olur.

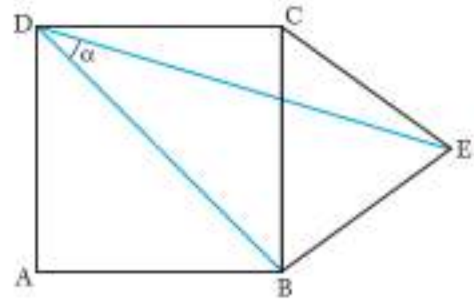
ABE üçgeni, tepe açısı 30° olan ikizkenar üçgen olduğundan

$$\begin{aligned} m(\widehat{AEB}) = m(\widehat{EBA}) &= \frac{180° - 30°}{2} \\ &= \frac{150°}{2} = 75° \text{ dir.} \end{aligned}$$

Buradan $m(\widehat{AEB}) = x = 75°$ bulunur.

15. Örnek

Yandaki şekilde ABCD kare, BEC bir eşkenar üçgen, [BD] köşegen olduğuna göre $m(\widehat{BDE}) = \alpha$ kaç derecedir? Bulalım.



Çözüm

Karede köşegen aynı zamanda açıortaydır.

Bu nedenle

$m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{CBD}) = 45°$ olur.

BEC bir eşkenar üçgendir. Bu nedenle BEC üçgeninin kenarları eş ve bütün açılarının ölçüleri 60° dir.

Buna göre $|BE| = |EC| = |CD|$ olur.

Bu durumda $\widehat{CDE}$ ikizkenar üçgendir.

Buradan $m(\widehat{ECD}) = 150°$,

$m(\widehat{CED}) = m(\widehat{EDC}) = 15°$ olur.

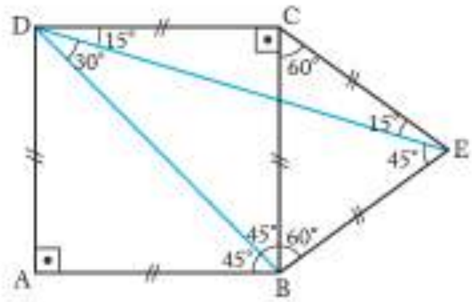
Bu durumda $m(\widehat{CDB}) = 45°$ olduğundan

$m(\widehat{CDB}) = m(\widehat{BDE}) + m(\widehat{EDC})$

$45° = \alpha + 15$

$45° - 15° = \alpha$

$\alpha = 30°$ bulunur.



ALIŞTIRMALAR

1. Yandaki ABCD paralelkenarında

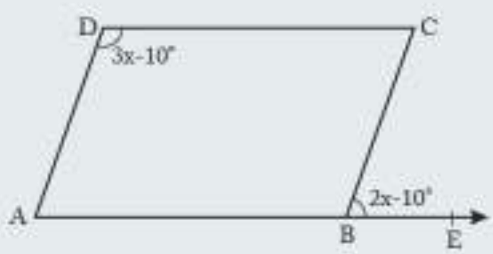
$m(\widehat{ADC}) = 3x - 10°$ ve

$m(\widehat{EBC}) = 2x - 10°$ olduğuna göre

x kaç derecedir?

A) 30° B) 40°

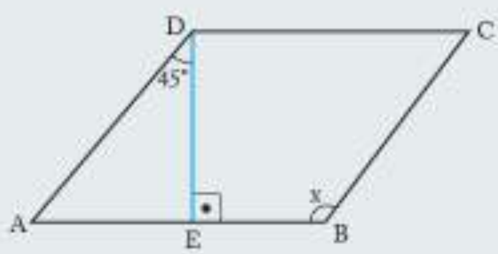
C) 50° D) 60°



2. Yandaki ABCD paralelkenarında

$m(\widehat{ADE}) = 45°$ ve $m(\widehat{BED}) = 90°$ olduğuna göre

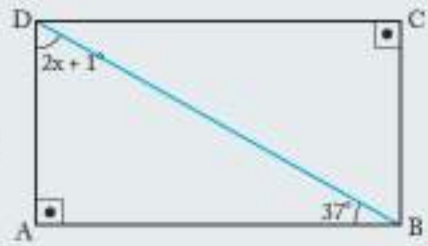
$m(\widehat{CBA}) = x$'in kaç derece olduğunu bulunuz.



3. Yandaki ABCD dikdörtgeninde

[BD] köşegen, $m(\widehat{DBA}) = 37°$ ve

$m(\widehat{ADB}) = 2x + 1°$ ise x'in kaç derece olduğunu bulunuz.



4. Yandaki ABCD dikdörtgeninde

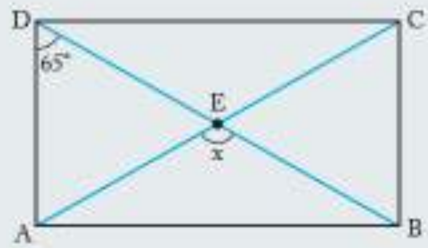
[AC] ve [BD] köşegen,

$m(\widehat{ADE}) = 65°$ ise

$m(\widehat{AEB}) = x$ kaç derecedir?

A) 105°   B) 100°

C) 120°   D) 130°



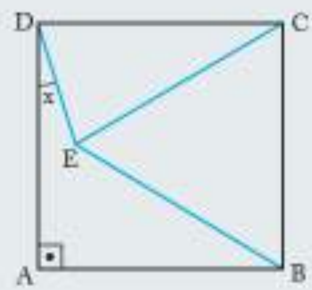
5. Yandaki şekilde ABCD kare ve

BCE eşkenar üçgen olduğuna göre

$m(\widehat{ADE}) = x$ kaç derecedir?

A) 5°   B) 10°

C) 15°   D) 20°



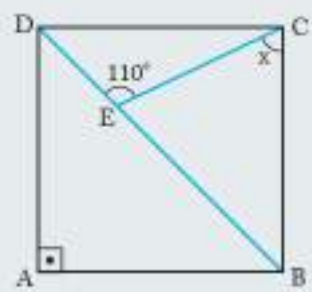
6. Yandaki ABCD karesinde

[BD] köşegen ve $m(\widehat{CED}) = 110°$ ise

$m(\widehat{ECB}) = x$ kaç derecedir?

A) 65°   B) 70°

C) 75°   D) 80°

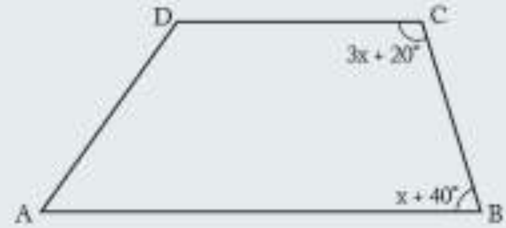


7. Yandaki ABCD yamuğunda

$m(\widehat{DCB}) = 3x + 20^\circ$ ve

$m(\widehat{CBA}) = x + 40^\circ$ olduğuna göre

x'in değerini bulunuz.



8. Yandaki ABCD yamuğunda

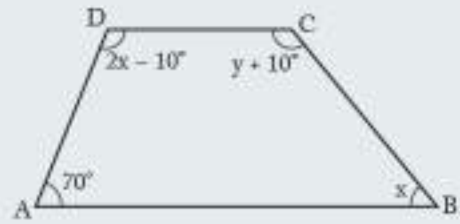
$m(\widehat{CDA}) = 2x - 10^\circ$, $m(\widehat{DAB}) = 70^\circ$,

$m(\widehat{DCB}) = y + 10^\circ$ ve $m(\widehat{CBA}) = x$ ise

y kaç derecedir?

A) 140° B) 130°

C) 120° D) 110°

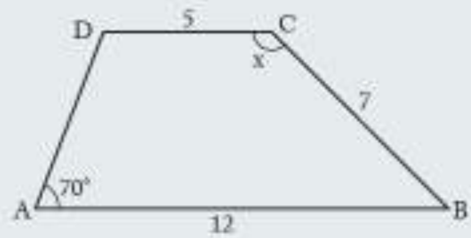


9. Yandaki ABCD yamuğunda $|AB| = 12$ cm,

$|BC| = 7$ cm, $|CD| = 5$ cm ve

$m(\widehat{BAD}) = 70^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{DCB}) = x$'in kaç derece olduğunu bulunuz.



10. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde [BD] köşegen,

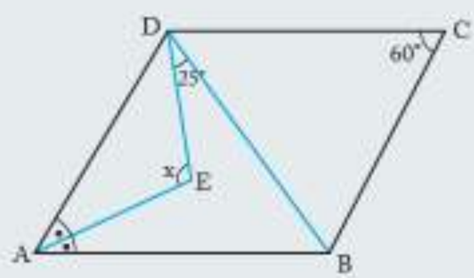
[AE] açıortay, $m(\widehat{BDE}) = 25^\circ$ ve

$m(\widehat{DCB}) = 60^\circ$ olduğuna göre

$m(\widehat{DEA}) = x$ kaç derecedir?

A) 105° B) 110°

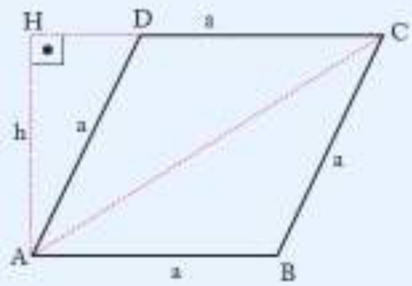
C) 115° D) 120°



4. Eşkenar Dörtgenin ve Yamuğun Alanı

a. Eşkenar Dörtgenin Alanı

Eşkenar dörtgenin alanı, taban kenarının uzunluğu ile yükseklik uzunluğunun çarpımına eşittir.



$$A(\widehat{ADC}) = \frac{|DC|\cdot|AH|}{2} = \frac{a\cdot h}{2}$$

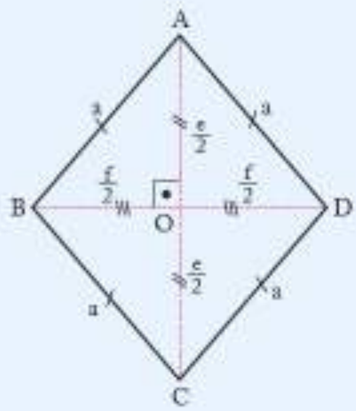
$$A(\widehat{ABC}) = \frac{|AB|\cdot|AH|}{2} = \frac{a\cdot h}{2}$$

$$A(ABCD) = A(\widehat{ADC}) + A(\widehat{ABC}) = \frac{a\cdot h}{2} + \frac{a\cdot h}{2} = \frac{\cancel{2}a\cdot h}{\cancel{2}}$$

$A(ABCD) = a\cdot h$ bulunur.

Eşkenar dörtgenin alanı, köşegenlerin uzunluklarının çarpımının yarısına da eşittir.

$|AC| = e,\ |BO| = \frac{f}{2},\ |OD| = \frac{f}{2}$ ise



$$A(\widehat{ABC}) = \frac{|AC|\cdot|BO|}{2} = \frac{e\cdot\frac{f}{2}}{2} = \frac{e\cdot f}{4}$$

$$A(\widehat{ADC}) = \frac{|AC|\cdot|DO|}{2} = \frac{e\cdot\frac{f}{2}}{2} = \frac{e\cdot f}{4}$$

$$A(ABCD) = A(\widehat{ABC}) + A(\widehat{ADC}) = \frac{e\cdot f}{4} + \frac{e\cdot f}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}}e\cdot f}{\underset{2}{\cancel{4}}}$$

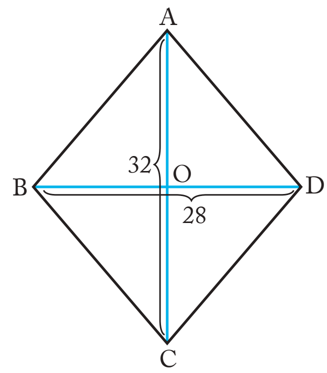
$A(ABCD) = \frac{e\cdot f}{2}$ bulunur.

1. Örnek

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde

|BD| = 28 cm ve |AC| = 32 cm olduğuna göre

ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.



Çözüm

$A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{\overset{16}{\cancel{32}} \cdot 28}{\cancel{2}}$

A(ABCD) = 448 cm^2 bulunur.

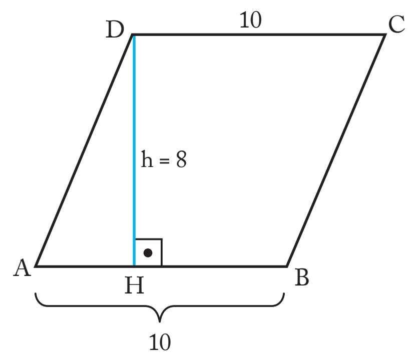
2. Örnek

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde

[DH] ⊥ [AB], |DH| = 8 cm

|DC| = 10 cm olduğuna göre

ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulalım.



Çözüm

ABCD dörtgeni bir eşkenar dörtgen olduğundan

|DC| = |AB| = 10 cm olur.

A(ABCD) = |AB| · |DH|

= 10 · 8

A(ABCD) = 80 cm^2 bulunur.

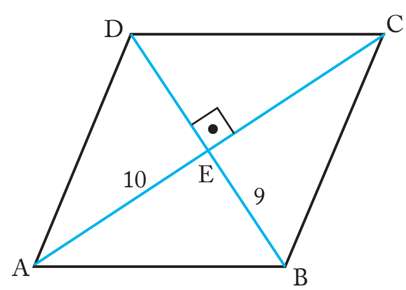
3. Örnek

Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde

[AC] ve [BD] köşegen,

|AE| = 10 cm ve |BE| = 9 cm ise

A(ABCD)'nın kaç cm^2 olduğunu bulalım.



Çözüm

Eşkenar dörtgenin alanı, köşegenlerin çarpımının yarısına eşittir. Köşegenler birbirini ortaladığından

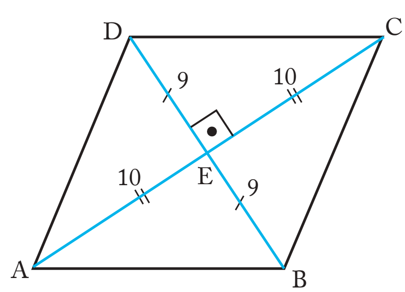
|AE| = |CE| ve |BE| = |DE| olur.

Bu durumda |AC| = |AE| + |CE| = 10 + 10

|AC| = 20 cm olur.

|BD| = |BE| + |DE| = 9 + 9

|BD| = 18 cm olur.

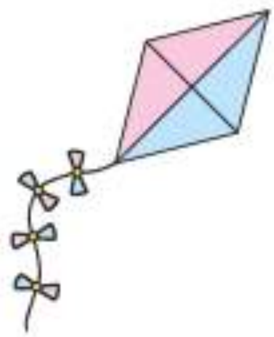


Sonuç olarak $A(ABCD) = \dfrac{|AC| \cdot |BD|}{2} = \dfrac{20 \cdot \overset{9}{\cancel{18}}}{\underset{1}{\cancel{2}}}$

A(ABCD) = 180 cm^2 bulunur.

4. Örnek

Yanda verilen eşkenar dörtgen şeklindeki uçurtmanın pembe boyalı kısmının alanı 180 cm^2 dir. Bu uçurtmanın alanını hesaplayalım.



Çözüm

Eşkenar dörtgenin köşegenleri dik kesiştiğinden ve birbirlerini ortaladıklarından oluşan üçgenlerin alanları birbirine eştir. Bu durumda uçurtmanın alanı, pembe ve mavi boyalı üçgenlerin alanlarının toplamına eşittir.

Uçurtmanın alanı = Pembe boyalı üçgenin alanı + mavi boyalı üçgenin alanı

= 180 + 180

= 360 cm^2 bulunur.

b. Yamuğun Alanı

Yandaki yamukta [AB] ⊥ [CH],

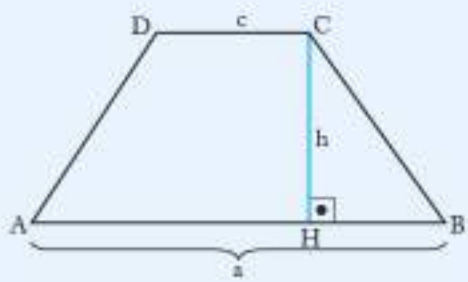
|AB| = a br,

|CD| = c br ve

|CH| = h br ise yamuğun alanı

$$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |CH|}{2}$$

$$A(ABCD) = \frac{(a + c) \cdot h}{2} \text{ olur.}$$



Yamuğun alanı, köşelerin birinden geçen bir köşegenle iki farklı üçgensel bölgeye ayrıldığında yamuğu oluşturan üçgenlerin alanlarının toplamına da eşittir.

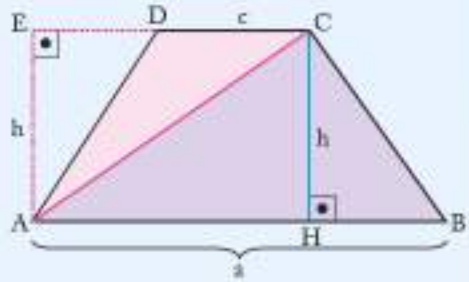
Yandaki ABCD yamuğunda [AB] ⊥ [CH],

|AB| = a, |CD| = c ve |CH| = h ise

$$A(ABCD) = A(\widehat{ABC}) + A(\widehat{CDA})$$

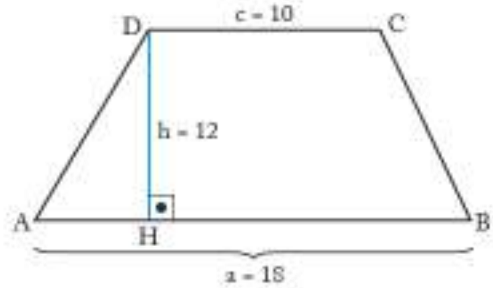
$$A(ABCD) = \frac{a \cdot h}{2} + \frac{c \cdot h}{2}$$

$$A(ABCD) = \frac{(a + c) \cdot h}{2} \text{ olur.}$$



5. Örnek

Yandaki ABCD yamuğunda
[DH] ⊥ [AB],
$|AB| = a = 18$ cm,
$|CD| = c = 10$ cm ve
$|DH| = h = 12$ cm olduğuna göre
A(ABCD)'nın kaç cm^2 olduğunu bulalım.



Çözüm

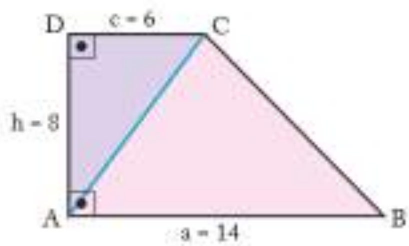
$$A(ABCD) = \frac{(|AB|+|CD|)\cdot|DH|}{2} = \frac{(a+c)\cdot h}{2}$$

$$= \frac{(18+10)\cdot 12}{2} = \frac{\overset{14}{\cancel{28}}\cdot 12}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{14\cdot 12}{1}$$

$A(ABCD) = 168\ cm^2$ bulunur.

6. Örnek

Yandaki ABCD dik yamuğunda
[AD] ⊥ [AB] ve [AD] ⊥ [DC],
$|DC| = c = 6$ cm,
$|AD| = h = 8$ cm ve
$|AB| = a = 14$ cm olduğuna göre



$A(\widehat{ACD})$, $A(\widehat{ABC})$ ve A(ABCD)'nın kaç cm^2 olduğunu bulalım.

Çözüm

Yukarıdaki şekilden

$$A(\widehat{ABC}) = \frac{a\cdot h}{2} = \frac{\overset{7}{\cancel{14}}\cdot 8}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{7\cdot 8}{1}$$

$A(\widehat{ABC}) = 56\ cm^2$,

$$A(\widehat{ACD}) = \frac{c\cdot h}{2} = \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\cdot 8}{\underset{1}{\cancel{2}}} = \frac{3\cdot 8}{1}$$

$A(\widehat{ACD}) = 24\ cm^2$,

$$A(ABCD) = A(\widehat{ABC}) + A(\widehat{ACD})$$

$$= 56 + 24$$

$A(ABCD) = 80\ cm^2$ bulunur.

ABCD yamuğunun alanı şöyle de bulunabilir:

$$A(ABCD) = \frac{(a+c)\cdot h}{2}$$

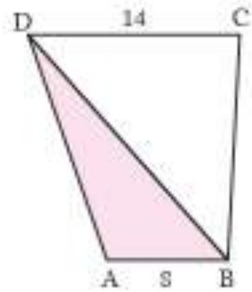
$$= \frac{(14+6)\cdot 8}{2}$$

$$= \frac{20\cdot 8}{2}$$

$A(ABCD) = 80\ cm^2$

7. Örnek

Yandaki ABCD yamuğunda $|AB| = 8$ cm, $|DC| = 14$ cm ve $A(\widehat{ABD}) = 24\ cm^2$ olduğuna göre A(ABCD)'nın kaç cm^2 olduğunu bulalım.



Çözüm

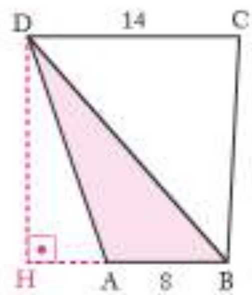
D noktasından $[AB] \perp [DH]$ olacak şekilde [DH]'nı çizelim.

ABD üçgeni geniş açılı üçgen olduğundan [AB] kenarına ait yükseklik [DH] olur. [DH], aynı zamanda ABCD yamuğunun da yüksekliğidir.

$$A(\widehat{ABD}) = \frac{|AB| \cdot |DH|}{2}$$

$$24 = \frac{8 \cdot |DH|}{2}$$

$48 = 8 \cdot |DH|$ ise $|DH| = 6$ cm olur.

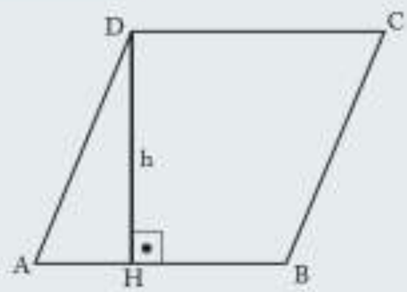


$$A(ABCD) = \frac{(|AB| + |DC|) \cdot |DH|}{2} = \frac{(8+14) \cdot \overset{3}{\cancel{6}}}{\cancel{2}} = 22 \cdot 3$$

$A(ABCD) = 66\ cm^2$ bulunur.

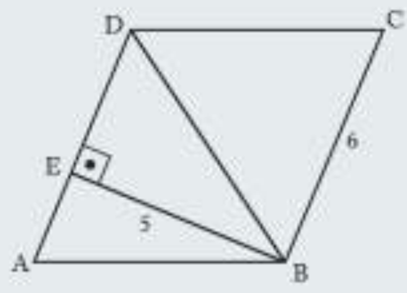
ALIŞTIRMALAR

1. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde
$[DH] \perp [AB]$,
$|DC| = 12$ cm,
$A(ABCD) = 36\ cm^2$ olduğuna göre
$|DH| = h$ değerini bulunuz.

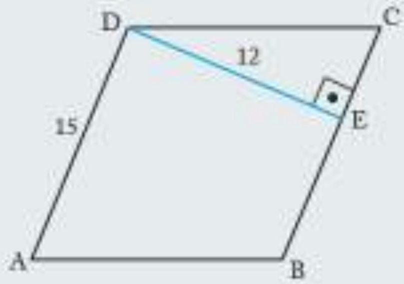


2. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde
$[EB] \perp [AD]$,
$|EB| = 5$ cm, $|BC| = 6$ cm

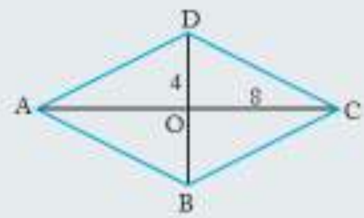
olduğuna göre DBC üçgeninin alanını bulunuz.



3. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde
[DE] ⊥ [BC], |DE| = 12 cm ve
|AB| = 15 cm olduğuna göre
ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulunuz.

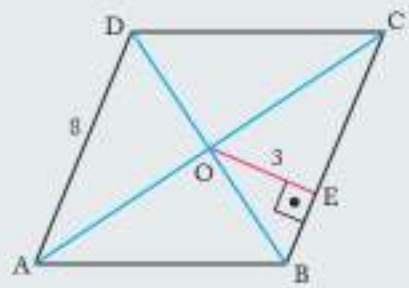


4. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde
|OA| = 4 cm, |OC| = 8 cm olduğuna göre
ABCD eşkenar dörtgeninin alanını bulunuz.



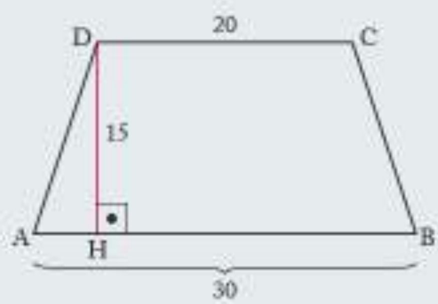
5. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde
[OE] ⊥ [BC],
|AD| = 8 cm,
|OE| = 3 cm olduğuna göre
A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 32
B) 136
C) 142
D) 48



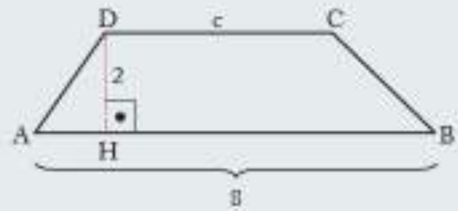
6. Yandaki ABCD yamuğunda
[DC] // [AB], [DH] ⊥ [AB],
|AB| = 30 cm,
|CD| = 20 cm ve |DH| = 15 cm olduğuna göre
A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 375
B) 345
C) 325
D) 305



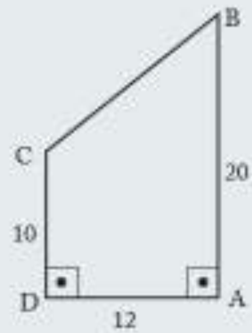
7. Yandaki ABCD yamuğunda [AB] // [DC],
[DH] ⊥ [AB], A(ABCD) = 14 cm^2,
|DH| = 2 cm, |AB| = 8 cm
olduğuna göre |DC| = c kaç cm'dir?

A) 4 B) 5
C) 6 D) 7



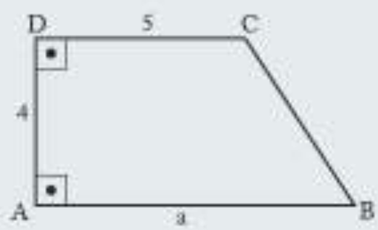
8. Yandaki ABCD dik yamuğunda
[AD] ⊥ [AB],
[AD] ⊥ [CD],
|AB| = 20 cm,
|CD| = 10 cm ve
|DA| = 12 cm ise
A(ABCD) kaç cm^2 dir?

A) 160 B) 180
C) 200 D) 220



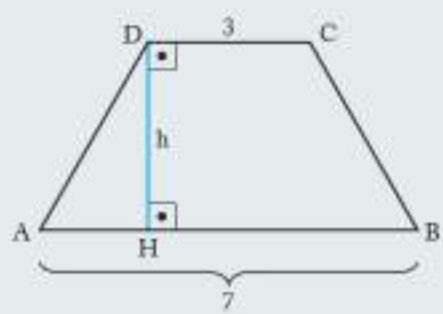
9. Yandaki ABCD dik yamuğunda
[DA] ⊥ [AB], [DA] ⊥ [DC], [AB] // [DC],
A(ABCD) = 26 cm^2, |DA| = 4 cm, |DC| = 5 cm
olduğuna göre AB = a kaç br'dir?

A) 10 B) 9
C) 8 D) 6



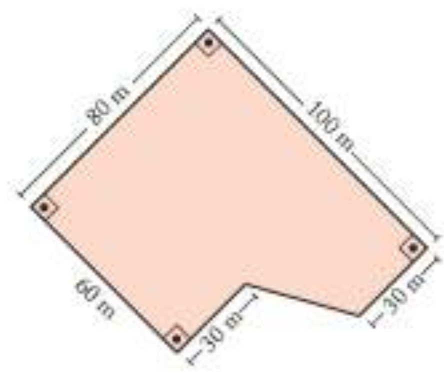
10. Yandaki ABCD yamuğunda
[DH] ⊥ [AB] ve [DH] ⊥ [DC],
|DC| = 3 cm,
|AB| = 7 cm ve
A(ABCD) = 30 cm^2 ise
|DH| = h kaç cm'dir?

A) 6 B) 5
C) 4 D) 3



5. Alan ile İlgili Problemler

1. Örnek



Kenar uzunlukları yandaki şekilde verilen bir arsanın metrekare fiyatı 30 TL'dir. Bu arsayı almak isteyen birinin satıcıya kaç lira ödeyeceğini bulalım.

Çözüm

• Problemi Anlayalım

Arsanın metrekaresi 30 TL'dir.

Arsayı alacak kişinin ödeyeceği para miktarını bulmamız isteniyor.

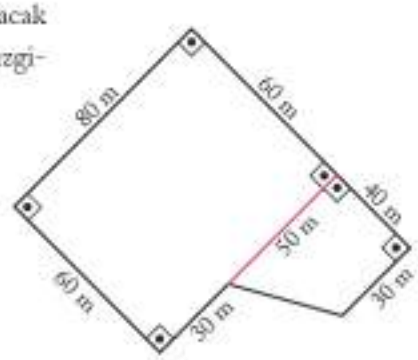
• Plan Yapalım

Arsayı iki bölgeye ayırarak oluşan bölgelerin alanlarını bulalım.

Bulduğumuz alanları toplayarak arsanın alanını hesaplayalım.

30 TL ile arsanın alanını çarparak arsayı alacak kişinin ödeyeceği para miktarını bulalım.

• Planı Uygulayalım



Arsayı yandaki şekilde görüldüğü gibi dikdörtgen ve yamuk olacak şekilde iki ayrı bölgeye ayıralım. Yamuğun alt tabanı olan kırmızı çizginin uzunluğu = 80 - 30 = 50 m'dir.

Dikdörtgenin alanı = 60 · 80 = 4800 m^2 dir.

Yamuğun alanı = $\dfrac{(50+30)\cdot \cancel{40}^{20}}{\cancel{2}_{1}}$ = 80 · 20

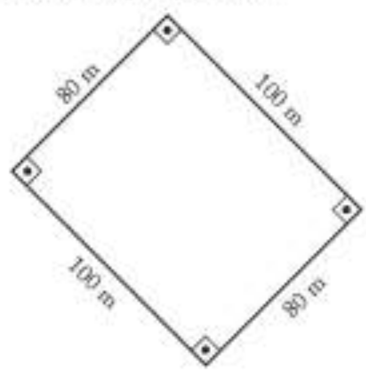
= 1600 m^2 dir.

Arsanın alanı = 4800 + 1600 = 6400 m^2 dir.

Arsayı alacak kişi 6400 · 30 = 192 000 TL ödeyecektir.

• Kontrol Edelim

Arsanın alanını değişik bir yöntemle bularak 30 TL ile çarpalım. Arsayı dikdörtgene tamamlayıp oluşan yamuğun alanını, tamamladığımız dikdörtgenin alanından çıkaralım ve arsanın alanını bulalım.



Dikdörtgenin alanı = 100 · 80 = 8000 m^2 dir.

Yamuğun alanı = $\dfrac{(50+30)\cdot 40}{2} = \dfrac{80\cdot \cancel{40}^{20}}{\cancel{2}}$ = 1600 m^2 dir.

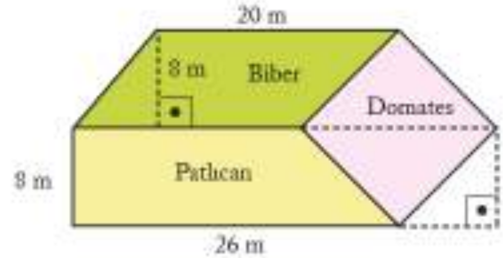
Arsanın alanı = 8000 - 1600 = 6400 m^2 dir.

Arsayı alacak kişi 6400 · 30 = 192 000 TL ödeyecektir.

Sonuçlar aynı çıktığından çözümümüz doğrudur.

2. Örnek

Bir çiftçi, bahçesini parsellere ayırıyor ve bahçesine yandaki gibi sebze fideleri dikiyor. Biber fidesi dikili bölge paralelkenar, patlıcan fidesi dikili bölge dik yamuk ve domates fidesi dikili alan eşkenar dörtgendir. Buna göre bahçenin tamamının alanını bulalım.



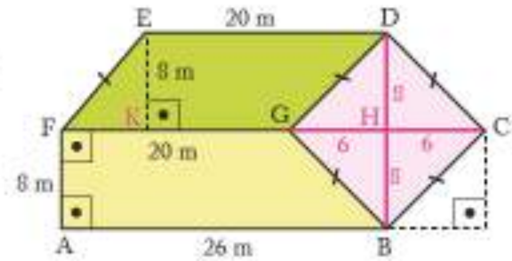
Çözüm

Çiftçinin tarlasının köşelerini harflerle adlandıralım.

FGDE bir paralelkenar olduğundan $|ED| = |GF| = 20$ m,

ABGF bir dik yamuk olduğundan $|AF| = |BH| = 8$ m,

$|GH| = |AB| - |GF| = 26 - 20 = 6$ m olur.



BCDG bir bireşkenar dörtgen olduğundan

$|GC| = 2 \cdot |GH| = 2 \cdot 6 = 12$ m,

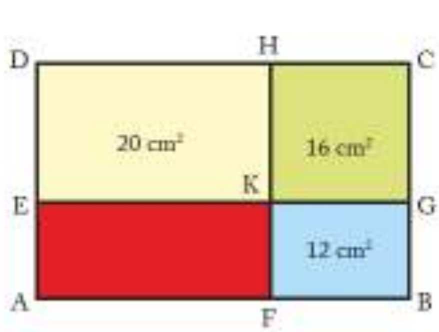
$|BD| = 2 \cdot |BH| = 2 \cdot 8 = 16$ m olur.

Bahçenin toplam alanı,

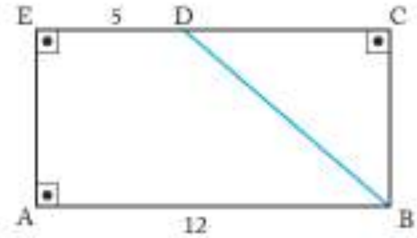
$$\begin{aligned} A(ABCDEFA) &= A(ABGF) + A(BCDG) + A(FGDE) \\ &= \frac{\big[|GF| + |AB|\big] \cdot |AF|}{2} + \frac{|GC| \cdot |BD|}{2} + |GF| \cdot |EK| \\ &= \frac{(20 + 26) \cdot 8}{2} + \frac{12 \cdot 16}{2} + 20 \cdot 8 \\ &= 184 + 96 + 160 \\ &= 440 \text{ m}^2 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

Sıra Sizde

Yanda verilen ABCD, AFKE, FBGK ve EKHD birer dikdörtgen ve KGCH ise bir karedir. Bölgelerin alanları şekil üzerinde yazılmıştır. Buna göre kırmızı boyalı dikdörtgenin alanını bulunuz.



3. Örnek



Yandaki şekilde ABCE bir dikdörtgen, ABDE bir yamuk, BCD ise bir dik üçgendir. $|AB| = 12$ cm, $|ED| = 5$ cm ve $A(ABCE) = 72\ cm^2$ ise $A(\widehat{BCD})$ kaç cm^2 dir? Bulalım.

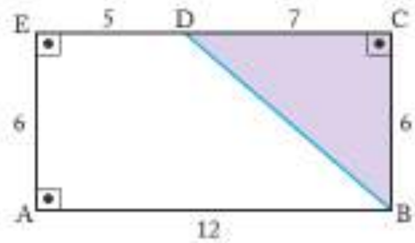
Çözüm

I. Yol: $A(ABCE) = |AB| \cdot |BC|$

$72 = 12 \cdot |BC|$ ise

$|BC| = \frac{72}{12}$

$|AE| = |BC| = 6$ cm olur.



ABCE bir dikdörtgen olduğundan

$|AB| = |EC| = 12$ cm olur.

$|DC| = |EC| - |ED| = 12 - 5$

$|DC| = 7$ cm olur.

$$A(\widehat{BCD}) = \frac{|BC| \cdot |DC|}{2}$$

$$= \frac{6 \cdot 7}{2} = \frac{42}{2}$$

$A(\widehat{BCD}) = 21\ cm^2$ bulunur.

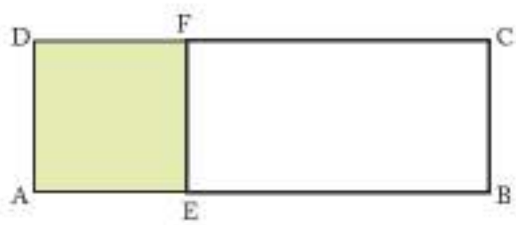
II. Yol: $A(\widehat{BCD}) = A(ABCE) - A(ABDE) = 72 - \frac{(|AB| + |ED|) \cdot |AE|}{2}$

$$= 72 - \frac{(12 + 5) \cdot 6}{2} = 72 - 51$$

$A(\widehat{BCD}) = 21\ cm^2$ bulunur.

4. Örnek

Şekilde AEFD bir kare, EBCF bir dikdörtgen, $|FC| = 2 \cdot |AE|$ ve $A(ABCD) = 27\ cm^2$ olduğuna göre $A(AEFD)$'nın kaç cm^2 olduğunu bulalım.



Çözüm

I. Yol:

$|DA| = a$

$|FC| = 2 \cdot |AE|$

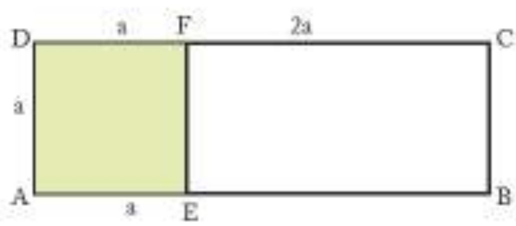
$|FC| = 2a$ olur.

$|EB| = |FC| = 2a$

$|AB| = |AE| + |EB|$

$|AB| = a + 2a$

$|AB| = 3a$



$A(ABCD) = |AB| \cdot |DA|$

$27 = 3a \cdot a$

$\frac{27}{3} = \frac{\cancel{3}a^2}{\cancel{3}}$

$a^2 = \frac{27}{3}$

$a^2 = 9$ olur.

$A(AEFD) = a^2$

$= 9\ cm^2$ bulunur.

II. Yol:

$A(AEFD) = A(ABCD) - A(EBCF)$

$|AE| \cdot |AD| = 27 - |EB| \cdot |BC|$

$a \cdot a = 27 - 2a \cdot a$

$a^2 = 27 - 2a^2$

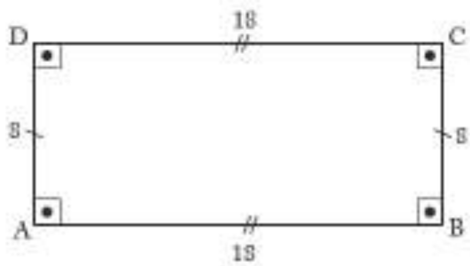
$3a^2 = 27$ ise $a^2 = 9$ ise $A(AEFD) = 9\ cm^2$ olur.

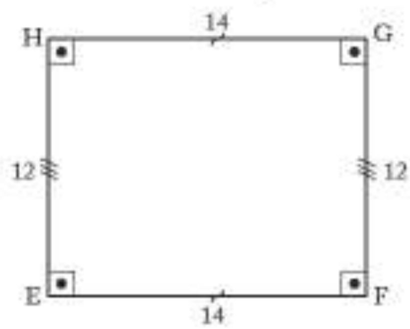
Dikdörtgenin Çevre Uzunluğuyla Alanı Arasındaki İlişki

Dikdörtgenin çevre uzunluğu ve alanı hesaplanırken kenar uzunlukları kullanıldığından dikdörtgende çevre ve alan, kenar uzunluğu ile doğrudan ilişkilidir. Bu ilişkiye bakarak çevre uzunluğu fazla olan dikdörtgenlerin alanlarının fazla olacağı düşünülebilir ama her zaman öyle olmamaktadır.

5. Örnek

Aşağıda verilen ABCD ve EFGH dikdörtgenlerinin çevreleri ile alanlarını inceleyelim.





Çözüm

Çevre $(ABCD) = |AB| + |CB| + |DC| + |DA|$

$= 18 + 8 + 18 + 8$

Çevre $(ABCD) = 52$ cm'dir.

$\text{Çevre (EFGH)} = |EF| + |FG| + |GH| + |HE|$
$= 14 + 12 + 14 + 12$
Çevre (EFGH) = 52 cm'dir.

$A(ABCD) = |DC| \cdot |BC|$
$= 18 \cdot 8$
$A(ABCD) = 144\ cm^2$ dir.

$A(EFGH) = |EF| \cdot |FG|$
$= 14 \cdot 12$
$A(EFGH) = 168\ cm^2$ dir.

$$\left.\begin{array}{l}\text{Çevre (ABCD)} = 52\ cm \\ \text{Çevre (EFGH)} = 52\ cm\end{array}\right\} \text{Çevre (ABCD)} = \text{Çevre (EFGH)}$$

$$\left.\begin{array}{l}A(ABCD) = 144\ cm^2 \\ A(EFGH) = 168\ cm^2\end{array}\right\} A(ABCD) < A(EFGH)$$

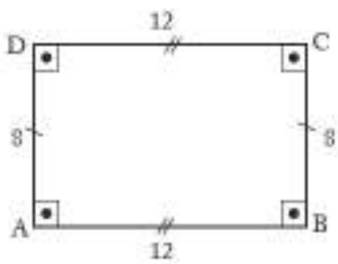
Görüldüğü gibi ABCD ve EFGH dikdörtgenlerinin çevre uzunlukları birbirine eşittir. Fakat bu dikdörtgenlerin alanları farklıdır.

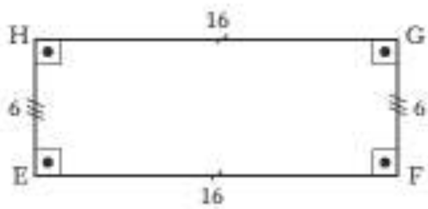
Çevre uzunlukları eşit olan bu iki dikdörtgenden kenar uzunlukları birbirine yakın olan EFGH dikdörtgeninin alanı, ABCD dikdörtgeninin alanından büyüktür.

! Çevre uzunlukları birbirine eşit olan dikdörtgenlerin alanları farklı olabilir.

6. Örnek

Aşağıda verilen ABCD ve EFGH dikdörtgenlerinin çevreleri ile alanlarını inceleyelim.





Çözüm

$A(ABCD) = |AB| \cdot |BC|$
$= 12 \cdot 8$
$= 96\ cm^2$ dir.

$A(EFGH) = |EF| \cdot |FG|$
$= 16 \cdot 6$
$A(EFGH) = 96\ cm^2$ dir.

$$\text{Çevre (ABCD)} = |AB| + |BC| + |CD| + |DA|$$
$$= 12 + 8 + 12 + 8$$

Çevre (ABCD) = 40 cm'dir.

$$\text{Çevre (EFGH)} = |EF| + |FG| + |GH| + |HE|$$
$$= 16 + 6 + 16 + 6$$

Çevre (EFGH) = 44 cm'dir.

$$\left.\begin{array}{l} A(ABCD) = 96 \text{ cm}^2 \\ A(EFGH) = 96 \text{ cm}^2 \end{array}\right\} A(ABCD) = A(EFGH)$$

$$\left.\begin{array}{l} \text{Çevre (ABCD)} = 40 \text{ cm} \\ \text{Çevre (EFGH)} = 44 \text{ cm} \end{array}\right\} \text{Çevre (ABCD)} < \text{Çevre (EFGH)}$$

Görüldüğü gibi alanları eşit olan ABCD ve EFGH dikdörtgenlerinin çevre uzunlukları birbirinden farklıdır.

Alanları eşit olan iki dikdörtgenden kenar uzunlukları birbirine yakın olan ABCD dikdörtgeninin çevresi, EFGH dikdörtgeninin çevresinden küçüktür.

Alanları birbirine eşit olan dikdörtgenlerin çevre uzunlukları farklı olabilir.

7. Örnek

Kenar uzunlukları tam sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğu 42 cm ise bu dikdörtgenin alanının **en fazla** kaç cm^2 olacağını bulalım.

Çözüm

Çevre uzunlukları eşit olan dikdörtgenlerde, kenar uzunlukları birbirine yakın olan dikdörtgenin alanı daha büyüktür. Dikdörtgenin kenarları a ve b olmak üzere

Çevre = $2(a + b) = 42$ ise $a + b = 21$'dir.

21 cm

1 + 20
2 + 19
3 + 18
4 + 17
5 + 16
6 + 15
7 + 14
8 + 13
9 + 12
10 + 11

Yanda verilen kenar uzunluklarından birbirine en yakın olan uzunluklar 10 ve 11 cm'dir.

Bu durumda çevre uzunluğu 42 cm olan dikdörtgenin alanı en fazla

$A = 10 \cdot 11 = 110 \text{ cm}^2$ olarak bulunur.

8. Örnek

Alanı 56 cm^2 olan bir dikdörtgenin kenar uzunlukları tam sayı olduğuna göre bu dikdörtgenin çevre uzunluğunun **en az** kaç cm olacağını bulalım.

Çözüm

Alanları eşit olan dikdörtgenlerden kenar uzunlukları birbirine yakın olanın çevre uzunluğu daha küçüktür.

Alan = A = 56 cm^2

$1 \cdot 56$
$2 \cdot 28$
$4 \cdot 14$
$7 \cdot 8$

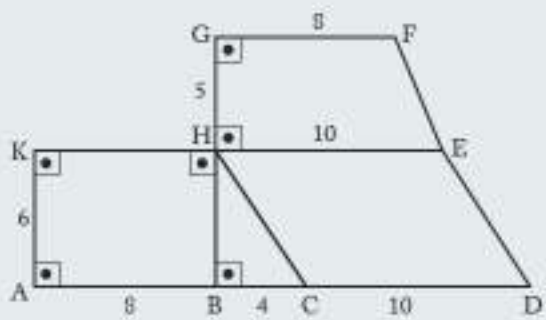
Yanda verilen kenar uzunluklarından birbirine en yakın olan uzunluklar 7 ve 8 cm'dir.

Bu durumda alanı 56 cm^2 olan dikdörtgenin çevre uzunluğu **en az**

Çevre = $2 \cdot (7 + 8) = 2 \cdot 15 = 30$ cm'dir.

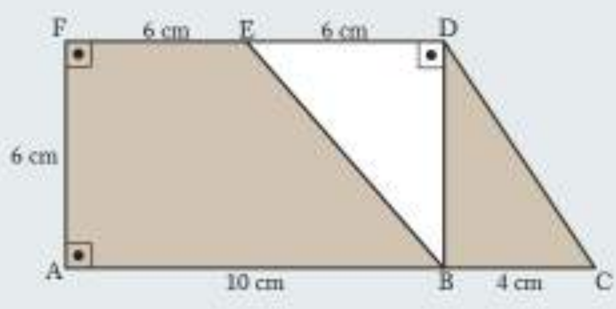
ALIŞTIRMALAR

1. Yandaki şekilde ABHK bir dikdörtgen, HBC bir dik üçgen, CDEH bir paralelkenar, HEFG ise bir yamuktur.
|AB| = 8 cm,
|BC| = 4 cm,
|KA| = 6 cm,
|CD| = 10 cm,
|GF| = 8 cm,
|HE| = 10 cm ve
|HG| = 5 cm olduğuna göre
ABCDEFGHK bölgesinin alanı kaç cm^2 dir?

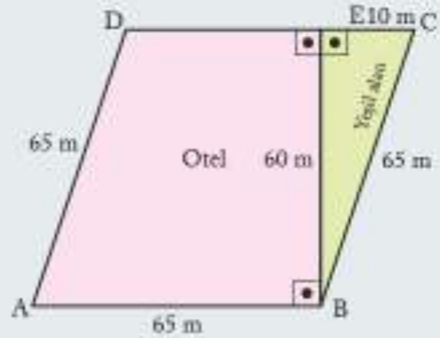


A) 155 B) 165
C) 175 D) 185

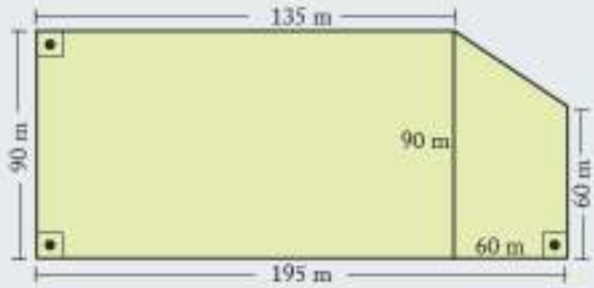
2. Yandaki şekilde verilenlere göre boyalı bölgenin alanını bulunuz.



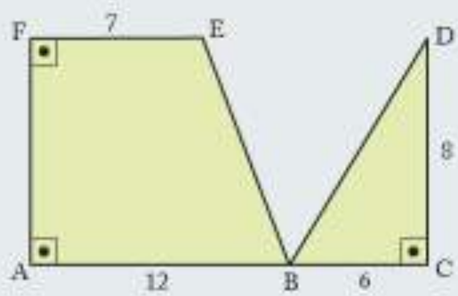
3. Yandaki eşkenar dörtgen biçimindeki arsanın bir kısmına şekilde gösterildiği gibi yeşil alan, geri kalan yamuk şeklindeki kısmına ise otel yapılacaktır. Eşkenar dörtgen şeklindeki arsanın bir kenarının uzunluğu 65 metre, eşkenar dörtgen şeklindeki arsanın karşılıklı kenarları arasındaki dik uzaklık 60 metre olduğuna göre otel için ayrılmış alan ile yeşil alanın farkını bulunuz.



4. Yandaki şekilde bir tarlaya ait kenar uzunlukları verilmiştir. Tarlanın alanını bulunuz.

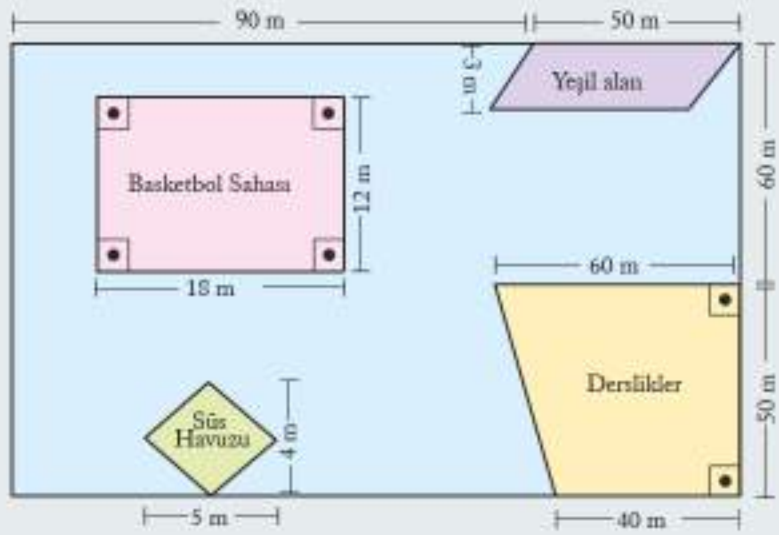


5. Şekilde [FA] ⊥ [AB], [BC] ⊥ [CD]
F, E, D ve A, B, C noktaları kendi aralarında doğrusaldır.
|DC| = 8 cm,
|AB| = 12 cm,
|FE| = 7 cm,
|BC| = 6 cm
olduğuna göre boyalı bölgenin alanını bulunuz.



6. Alanları eşit olan EFGH ve ABCD dikdörtgenlerinin çevre uzunluklarını karşılaştırınız.

7. Aşağıda bir okula ait plan verilmiştir. Planda yeşil alan paralelkenar, basketbol sahası dikdörtgen, derslikler yamuk ve süs havuzu eşkenar dörtgen şeklinde gösterilmiştir. Buna göre okulun bahçesindeki boş kısmın alanı kaç metrekaredir?



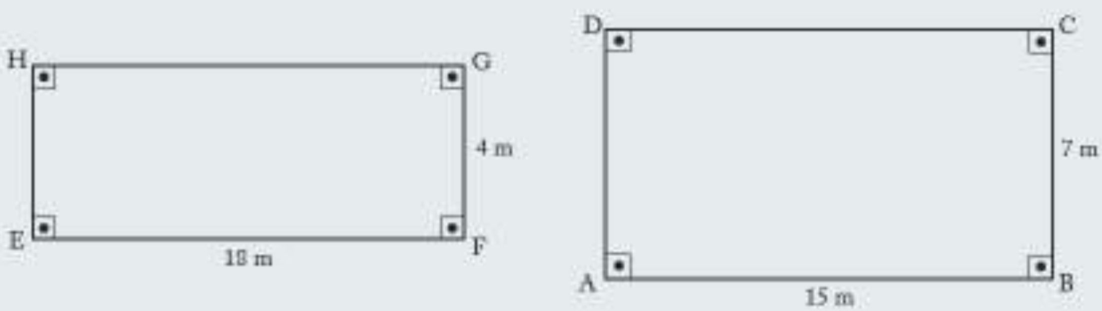
A) 10 524 B) 11 216 C) 12 104 D) 12 524

8. Kenar uzunlukları cm cinsinden tam sayı olan bir dikdörtgenin alanı 120 cm^2 olduğuna göre bu dikdörtgenin çevre uzunluğu **en az** kaç cm'dir?

A) 34 B) 44 C) 46 D) 58

9. Kenar uzunlukları cm cinsinden tam sayı olan bir dikdörtgenin çevre uzunluğu 60 cm olduğuna göre bu dikdörtgenin alanının **en fazla** kaç cm^2 olacağını bulunuz.

10. Çevre uzunlukları eşit olan EFGH ve ABCD dikdörtgenlerinin alanlarını karşılaştırınız.

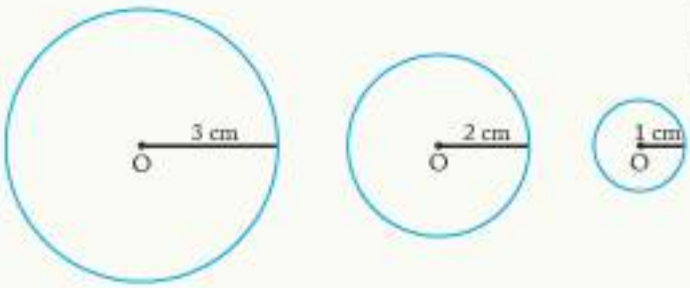


C. ÇEMBER VE DAİRE

Hazırlık

• Pergel ve cetvel kullanarak yandaki kareli kâğıda yarıçapı 2 cm olan bir çember çiziniz.

• Aşağıda bir O merkezli çemberin çevre uzunluklarını bulunuz. ($\pi = 3$ alınız.)



• Çember ile daire arasındaki farkı açıklayınız.

• Yandaki tam açının ölçüsünü söyleyiniz.

Motivasyon

Tekerlek fikri ilk olarak yan yana yatırılmış ağaç gövdeleri üzerine konulan nesnelerin itilerek hareket ettirilmesinden ortaya çıkmıştır. Bilinen en eski tekerlek, birbirine tahta mıhlarla iliştirilmiş yan yana üç kalasın yontularak yuvarlaklaştırılması yöntemiyle üretilmiştir. Tekerlek ile ilgili en eski kayıt ise MÖ 3500 yıllarına ait, tekerlekli bir kızağı resmeden Sümer (Uruk) piktogramıdır. Döner masa ile çömlek üretimine de aynı tarihlerde yine Mezopotamya'da rastlanır.

Bir çember ve çemberi merkeze bağlayan parmaklıklardan oluşmuş tekerleklere ise ilk olarak MÖ 2000'li yıllarda Anadolu'daki atlı savaş arabalarında rastlanır. Demirciliğin keşfedilmesiyle birlikte demir bir çemberin ısıtılarak yağlı bir dingil çevresinde dönen bir yüksük üzerine geçirilmesi ve soğutularak sabitlenmesi yöntemi bulunmuştur.

Kaynak:* *Keşifler ve İcatlar Ansiklopedisi

1. Çemberde Merkez Açı

Yanda verilen O merkezli çember şeklindeki direksiyon 3 eş parçaya ayrılmıştır. Bu parçaların büyüklükleri ile köşesi O noktası olan açılar arasında bir ilişki var mıdır? Açıklayınız.

Köşesi çemberin merkezinde olan açıya **merkez açı,** merkez açının kolları arasında kalan çember parçasına **merkez açının gördüğü yay** denir.

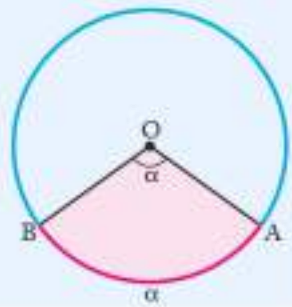
Yandaki çemberde $\widehat{BOA}$ merkez açı,

$m(\widehat{BOA}) = \alpha$ ve $\overset{\frown}{AB}$ merkez açının gördüğü yaydır.

Çemberin merkezi, her zaman merkez açının köşesidir.

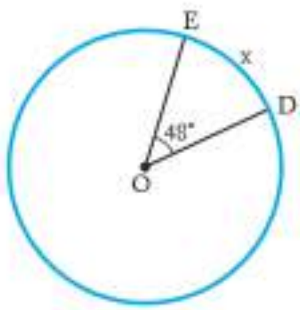
Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşittir.

$m(\widehat{BOA}) = m(\overset{\frown}{AB}) = \alpha$'dır.



1. Örnek

48° lik merkez açının gördüğü yayın ölçüsünü bulalım.



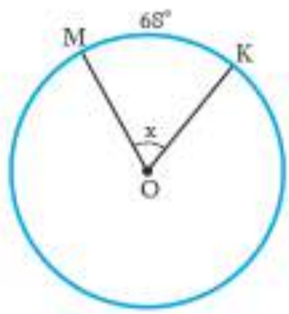
Çözüm

Merkez açının ölçüsü, gördüğü yayın ölçüsüne eşit olacağından

$m(\widehat{DOE}) = m(\overset{\frown}{DE}) = x = 48°$ bulunur.

2. Örnek

Yandaki çemberde KM yayının ölçüsü 68° ise KOM merkez açısının ölçüsünü bulalım.

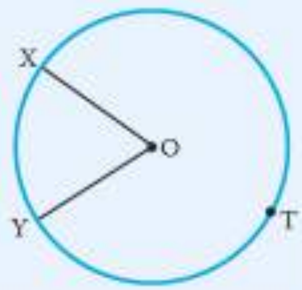


Çözüm

$m(\overset{\frown}{KM}) = 68°$ dir. Bu yayı gören merkez açının ölçüsü de aynı değere sahip olacağından

$m(\overset{\frown}{KM}) = m(\widehat{KOM}) = x = 68°$ bulunur.

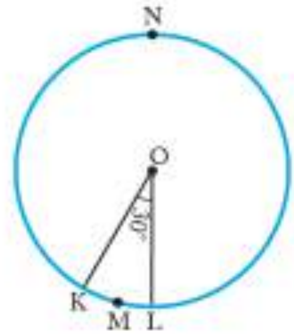
Merkez açının kenarlarının çemberi kestiği noktalar arasındaki iki yaydan birisi **büyük çember yayı** diğeri **küçük çember yayı**dır.



Yandaki şekilde verilen O merkezli çemberde $\widehat{XOY}$ merkez açıdır. $\overset{\frown}{XY}$ küçük yay, $\overset{\frown}{YTX}$ ise büyük yaydır.

Çemberde merkez açının gördüğü yay küçük yaydır.

3. Örnek



Yandaki çemberde merkez açısının ölçüsü 30° dir. Bu çemberdeki küçük ve büyük yayların ölçülerini bulalım.

Çözüm

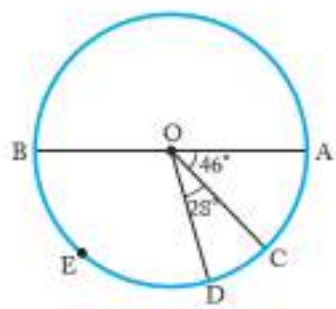
Yandaki çemberde KOL merkez açısının ölçüsü 30° dir. Bu merkez açının gördüğü $\overset{\frown}{KML}$, çemberin küçük yayıdır ve ölçüsü merkez açının ölçüsüne eşittir.

$m(\overset{\frown}{KML}) = m(\widehat{KOL}) = 30°$ olur.

Diğer yay ise büyük yaydır. Çemberin çevresi 360° olduğundan LNK büyük yayının ölçüsü

$m(\overset{\frown}{LNK}) = 360° - 30° = 330°$ bulunur.

4. Örnek

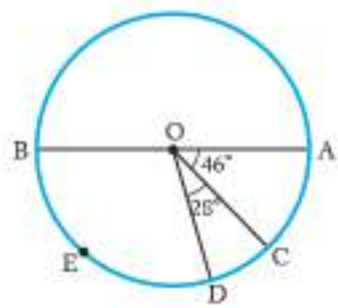


Yandaki şekilde verilen O merkezli çemberde [AB] çaptır.

$m(\widehat{COD}) = 28°$ ve $m(\widehat{AOC}) = 46°$ olduğuna göre

$m(\overset{\frown}{DEB})$ 'nün kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm



Şekildeki $\widehat{AOB}$ bir doğru açıdır.

Bu doğru açının gördüğü yayın ölçüsü 180° olur.

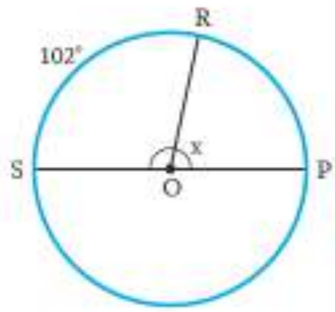
$m(\widehat{AOC}) = 46°$ ve $m(\widehat{COD}) = 28°$ ise

$m(\overset{\frown}{AC}) = 46°$ ve $m(\overset{\frown}{CD}) = 28°$ bulunur.

[AB] çap ve $m(\overset{\frown}{AEB}) = 180°$ olduğundan

$$m(\overset{\frown}{DEB}) = 180° - \left[m(\overset{\frown}{AC}) + m(\overset{\frown}{CD})\right]$$
$$= 180° - (46° + 28°)$$
$$= 180° - 74°$$
$m(\overset{\frown}{DEB}) = 106°$ bulunur.

5. Örnek



Yandaki O merkezli çemberde [SP] çap, $m(\overset{\frown}{RS}) = 102°$ olduğuna göre $m(\widehat{ROP}) = x$'nin kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

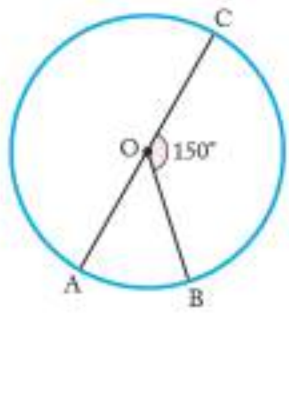
Şekilde [SP] çap olduğu için $\overset{\frown}{PRS}$ yarım çember yayıdır.

$m(\overset{\frown}{RS}) = 102°$ ise $m(\overset{\frown}{PR}) + m(\overset{\frown}{RS}) = 180°$

$$m(\overset{\frown}{PR}) = 180° - 102°$$
$$m(\overset{\frown}{PR}) = 78° \text{ olur.}$$

Buradan $m(\widehat{ROP}) = m(\overset{\frown}{PR}) = 78°$ bulunur.

6. Örnek



Yandaki O merkezli çemberde [AC] çap, $m(\widehat{BOC}) = 150°$ olduğuna göre $m(\overset{\frown}{AB})$'nün kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

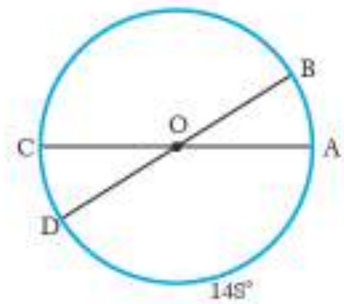
[AC] çap olduğundan ABC yarım çember yayıdır.

$m(\widehat{BOC}) = 150°$ ise BOC açısının gördüğü $m(\overset{\frown}{BC}) = 150°$ dir.

Öyleyse $m(\overset{\frown}{AB}) + m(\overset{\frown}{BC}) = 180°$ (yarım çember yayı)

$$m(\overset{\frown}{AB}) + 150° = 180°$$
$$m(\overset{\frown}{AB}) = 180° - 150°$$
$$m(\overset{\frown}{AB}) = 30° \text{ bulunur.}$$

7. Örnek



Yandaki O merkezli çemberde [AC] ve [BD] çap,
$m(\overparen{AD}) = 148°$ olduğuna göre
$m(\widehat{AOB})$'nün kaç derece olduğunu bulalım.

Çözüm

[BD] ve [AC] çap olduğundan $m(\overparen{BAD}) = 180°$ olur.

$m(\overparen{DA}) + m(\overparen{AB}) = 180°$

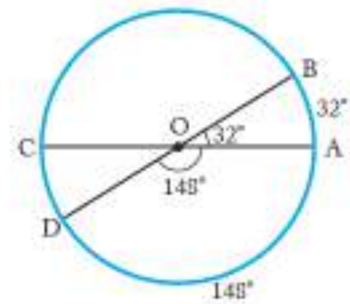
$148° + m(\overparen{AB}) = 180°$

$m(\overparen{AB}) = 180° - 148°$

$= 32°$ dir.

$\widehat{AOB}$, merkez açı olduğundan $m(\widehat{AOB}) = m(\overparen{AB})$

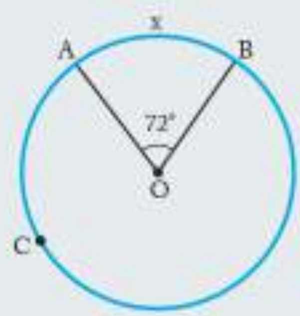
$m(\widehat{AOB}) = 32°$ bulunur.



ALIŞTIRMALAR

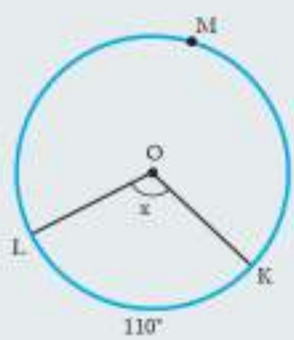
1. Aşağıdaki O merkezli çemberlerde verilenlere göre x değerlerini bulunuz.

a.



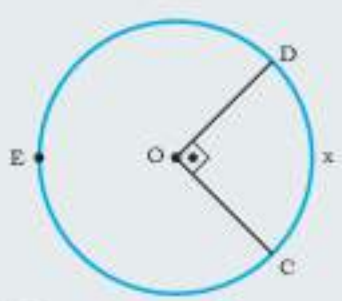
$m(\widehat{BOA}) = 72°$ ise $m(\overparen{BA}) = x =$ ....

b.



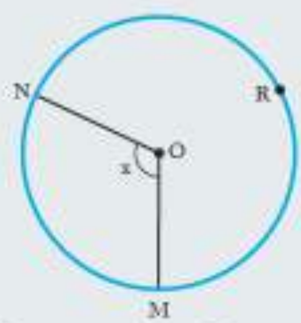
$m(\overparen{LK}) = 110°$ ise $m(\widehat{LOK}) = x =$ ....

c.



$m(\widehat{COD}) = 90°$ ise $m(\overparen{CD}) = x =$ ....

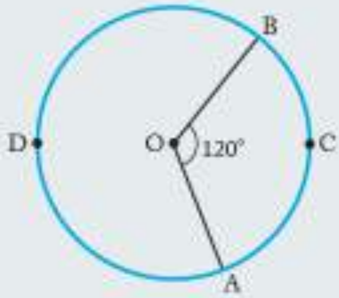
ç.



$m(\overparen{MRN}) = 245°$ ise $m(\widehat{MON}) = x =$ ....

2. Aşağıdaki çemberlerde verilen merkez açılara göre küçük ve büyük yayların ölçülerini noktalı yerlere yazınız.

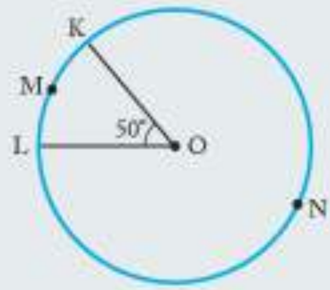
a.



ACB yay ölçüsü: ....

ADB yay ölçüsü: ....

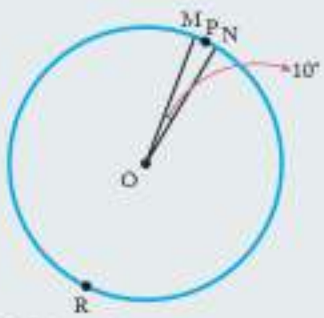
b.



KML yay ölçüsü: ....

LNK yay ölçüsü: ....

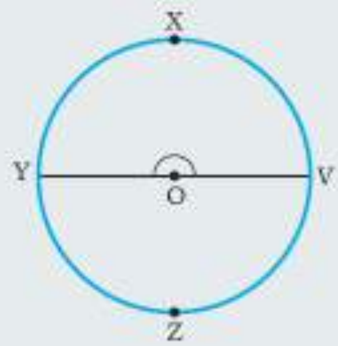
c.



NPM yay ölçüsü: ....

MRN yay ölçüsü: ....

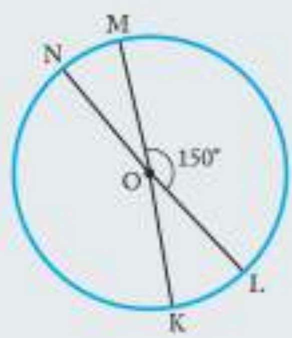
ç.



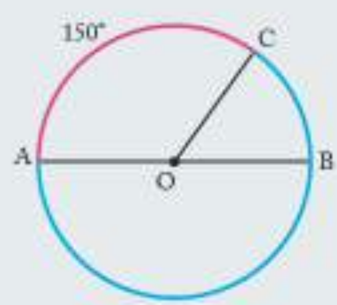
VXY yay ölçüsü: ....

YZV yay ölçüsü: ....

3. Yandaki O merkezli çemberde [KM] ve [NL] çap, $m(\widehat{LOM}) = 150°$ olduğuna göre $m(\widehat{KL})$'nün kaç derece olduğunu bulunuz.



4. Yandaki O merkezli çemberde [AB] çap, $m(\widehat{AC}) = 150°$ olduğuna göre $m(\widehat{COB})$ ve $m(\widehat{COA})$ kaç derecedir? Bulunuz.



2. Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu

Motivasyon

Yüzükler, bilezikler, basketbol potaları çevremizdeki çember örneklerinden bazılarıdır. Bunların çevre uzunlukları birbirinden farklıdır.

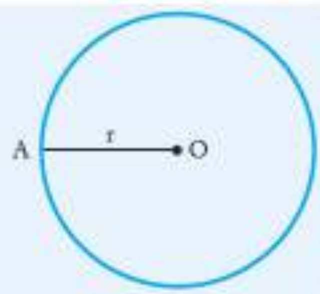
Yanda verilen tekerlek görselinin merkezinde oluşan merkez açılarının ölçüleri eşittir. Bu açıların gördüğü çember parçalarının uzunlukları arasında bir ilişki olup olmadığını tartışınız.

a. Çemberin Uzunluğu

r yarıçaplı bir çemberin uzunluğu, çember çapının uzunluğuna bölünürse yaklaşık olarak 3,14 değerine eşit olan bir sayı bulunur.

Bulunan bu sabit sayı **pi sayısı**dır ve π sembolü ile gösterilir.

r, çemberin yarıçapı olmak üzere Çevre = $2\pi r$'dir. Burada $\pi = \frac{22}{7} \approx 3{,}14$ olarak alınır.



1. Örnek

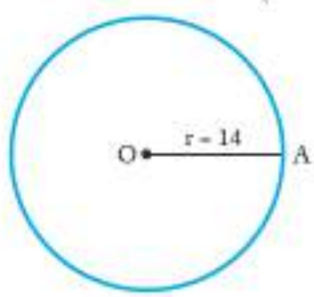
Yarıçap uzunluğu 14 cm olan çemberin çevresinin uzunluğunu bulalım $\left(\pi = \frac{22}{7} \text{ alalım.}\right)$.

Çözüm

r = 14 cm

Çevre = $2\pi r = 2 \cdot \frac{22}{\underset{1}{\cancel{7}}} \cdot \overset{2}{\cancel{14}} = \frac{2 \cdot 22 \cdot 2}{1}$

Çevre = 88 cm bulunur.



2. Örnek

Yarıçap uzunluğu 1 cm olan bir yüzüğün çevre uzunluğunu hesaplayalım (π = 3 alalım.).

Çözüm

Yandaki yüzük çember şeklindedir ve çemberin çevresinin uzunluğu yüzüğün uzunluğudur.

Çemberin yarıçapı 1 cm ise

Çemberin çevre uzunluğu = Yüzüğün uzunluğu

$$\begin{aligned} \text{Yüzüğün uzunluğu} &= 2\pi r \\ &= 2 \cdot 3 \cdot 1 \\ &= 6 \text{ cm bulunur.} \end{aligned}$$

3. Örnek

Çevresinin uzunluğu 90 cm olan çemberin yarıçap uzunluğunu bulalım (π = 3 alalım.).

Çözüm

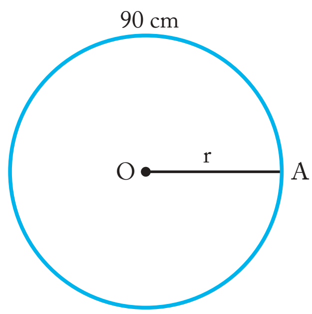
Çevre = 90 cm verildiğine göre

Çevre = $2\pi r$

$90 = 2 \cdot 3 \cdot r$

$\frac{90}{6} = \frac{\cancel{6}r}{\cancel{6}}$

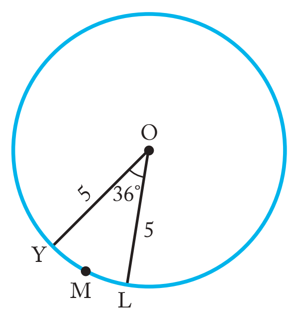
r = 15 cm bulunur.



b. Çember Parçasının (Yayının) Uzunluğu

4. Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{YOL}) = 36°$ ve r = 5 cm olduğuna göre YML yayının uzunluğunu bulalım (π = 3 alalım.).



Çözüm

Bu çözümü orantı kurarak yapalım.

r = 5 cm olduğundan

çemberin çevresi, Çevre = $2\pi r$

Çevre = $2 \cdot 3 \cdot 5$

Çevre = 30 cm'dir.

Çemberin tamamının açı ölçüsü 360° dir.

360° lik açı ↘ ↗ 30 cm'lik çember yayını görürse
36° lik açı ↙ ↘ x cm'lik çember yayını görür.

D. O. $360° \cdot x = 36° \cdot 30$

$$x = \frac{\overset{1}{\cancel{36°}} \cdot 30}{\underset{10}{\cancel{360°}}} = \frac{30}{10}$$

$$x = 3 \text{ cm}$$

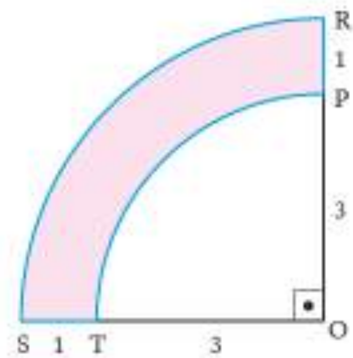
$$|\widehat{YML}| = x = 3 \text{ cm olur.}$$

5. Örnek

Yandaki şekilde $|PR| = |ST| = 1$ cm,

$|OP| = |OT| = 3$ cm olduğuna göre

O merkezli çeyrek çemberler arasında kalan boyalı bölgenin çevresinin uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

Şekilde görüldüğü gibi

$|OR| = |OS| = r_1 = 4$ cm ve

$|OP| = |OT| = r_2 = 3$ cm yarıçaplı iki çeyrek çember vardır.

Büyük çeyrek çember parçasının uzunluğu $Ç_1 = \frac{2\pi r_1}{4} = \frac{2 \cdot 3 \cdot \cancel{4}}{\cancel{4}} = 6$ cm'dir.

Küçük çeyrek çember parçasının uzunluğu $Ç_2 = \frac{2\pi r_2}{4} = \frac{\cancel{2} \cdot 3 \cdot 3}{\cancel{2}} = \frac{9}{2} = 4,5$ cm'dir.

Boyalı bölgenin çevre uzunluğu $\text{Çevre} = Ç_1 + Ç_2 + |PR| + |ST|$

$= 6 + 4,5 + 1 + 1$

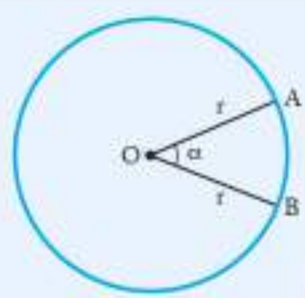
Çevre = 12,5 cm bulunur.

Bir çemberde merkez açının ölçüsünün çember yayının ölçüsüne oranı ile merkez açının gördüğü çember parçasının uzunluğunun çemberin uzunluğuna oranı birbirine eşittir.

r yarıçaplı bir çemberde AB yayının uzunluğu,

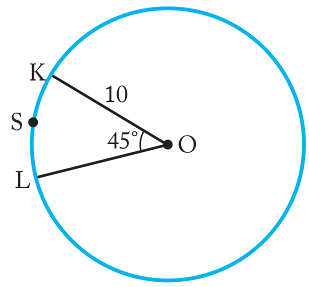
$$\frac{m(\widehat{AOB})}{360°} = \frac{|\widehat{AB}|}{2\pi r}$$

$|\widehat{AB}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360°}$ formülü ile hesaplanır.



6. Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $|OK| = |OL| = r = 10$ cm olduğuna göre 45° lik merkez açının gördüğü KSL yayının uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

$$|\overset{\frown}{KSL}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$= 2 \cdot 3 \cdot 10 \cdot \frac{45^\circ}{360^\circ}$$

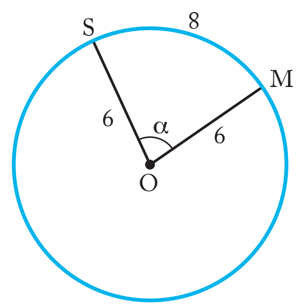
$$= \overset{15}{\cancel{60}} \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{45^\circ}}}{\underset{\underset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{360^\circ}}}$$

$$= \frac{15 \cdot 1}{2}$$

$|\overset{\frown}{KSL}| = 7{,}5$ cm bulunur.

7. Örnek

Yandaki O merkezli çemberde $|OM| = |OS| = 6$ cm ve $|\overset{\frown}{MS}| = 8$ cm olduğuna göre $m(\widehat{MOS}) = \alpha$'nın kaç derece olduğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

$$|\overset{\frown}{MS}| = 2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$8 = 2 \cdot 3 \cdot 6 \cdot \frac{\alpha}{360^\circ}$$

$$8 = \overset{1}{\cancel{36}} \cdot \frac{\alpha}{\underset{10^\circ}{\cancel{360^\circ}}}$$

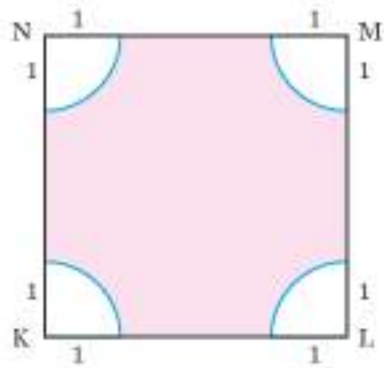
$$8 \cdot 10^\circ = \alpha$$

$$\alpha = 80^\circ$$

$m(\widehat{MOS}) = \alpha = 80^\circ$ bulunur.

8. Örnek

Yandaki şekilde bir kenarının uzunluğu 4 cm olan KLMN karesi ile merkezi karenin köşeleri ve yarıçapları 1 cm olan çeyrek çemberler bir arada çizilmiştir. Buna göre boyalı bölgenin çevresinin uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

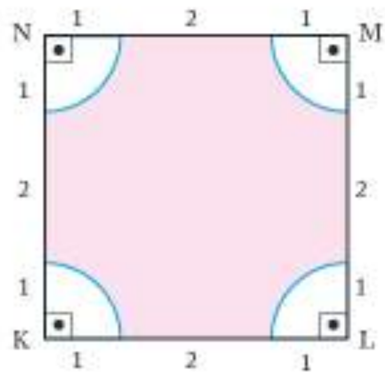
KLMN bir kare olduğu için iç açıları 90° dir. Boyalı bölgenin çevre uzunluğu, 4 çeyrek çemberin uzunluğu ve karenin her kenarından 2 cm uzunluğun toplamına eşittir.

Bir çeyrek çember uzunluğu $Ç_1 = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\overset{1}{\cancel{2}} \cdot 3 \cdot 1}{\underset{2}{\cancel{4}}} = \frac{3}{2}$ cm'dir.

Karenin kenarlarındaki boyalı bölgenin uzunluğu $4 \cdot 2 = 8$ cm'dir.

Çevre $= 4Ç_1 + 4 \cdot 2 = \underset{2}{\cancel{4}} \cdot \frac{3}{\underset{1}{\cancel{2}}} + 8 = 6 + 8$

Çevre = 14 cm bulunur.



ALIŞTIRMALAR

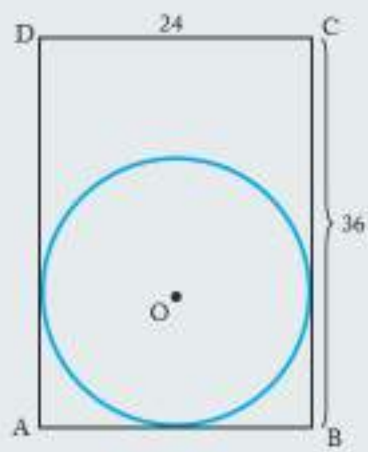
1. Yarıçap uzunluğu 12 cm olan çemberin uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

2. Çapının uzunluğu $\frac{24}{\pi}$ cm olan çemberin uzunluğunu bulunuz.

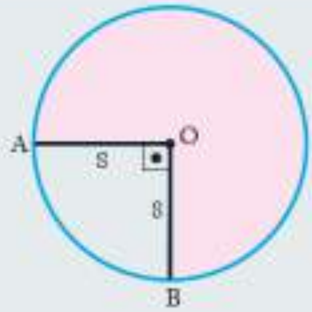
3. Çevresinin uzunluğu 78 cm olan çemberin yarıçap uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

4. Çevre uzunluğu 36π cm olan çemberin yarıçap uzunluğunu bulunuz.

5. Yandaki şekilde kenar uzunlukları 24 cm ve 36 cm olan bir dikdörtgenin içerisine, dikdörtgenin taban ve yan kenarlarına değecek şekilde O merkezli bir çember yerleştirilmiştir. Bu çemberin ve dikdörtgenin çevre uzunlukları toplamını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



6. Yandaki O merkezli çemberde $r = 8$ cm ve $m(\widehat{BOA}) = 90°$ olduğuna göre boyalı bölgenin çevre uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

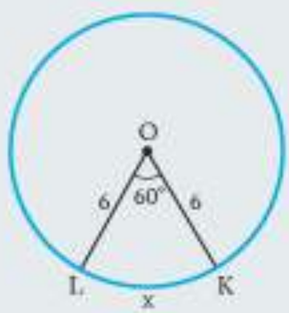


7. Yandaki çember şeklindeki bisiklet tekerleğinin yarıçapı 40 cm ise tekerleğin bir tam dönüşünde (bir tam turu) bisiklet kaç cm yol gider ($\pi = 3$ alınız.)?

A) 160 B) 180
C) 210 D) 240

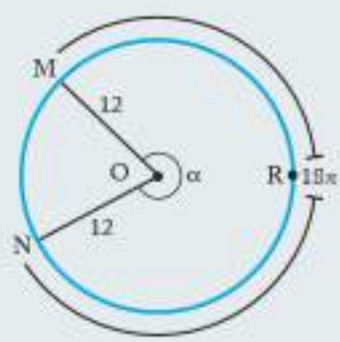
8. Yandaki O merkezli çemberin yarıçapı 6 cm ve $m(\widehat{KOL}) = 60°$ ise KL yayının uzunluğu kaç cm'dir ($\pi = 3$ alınız.)?

A) 2 B) 6
C) 10 D) 14



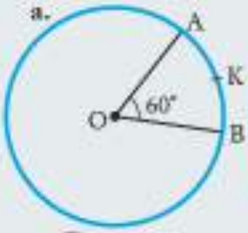
9. Yandaki O merkezli çemberde $|OM| = |ON| = 12$ cm ve $|\widehat{MRN}| = 18\pi$ cm ise $m(\widehat{MON}) = \alpha$ kaç derecedir?

A) 190° B) 210°
C) 270° D) 300°



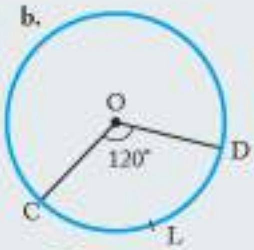
10. Aşağıda merkez açıları ve bu açıların gördükleri çember yay uzunlukları verilen çemberlerin uzunluklarını bulunuz.

a.



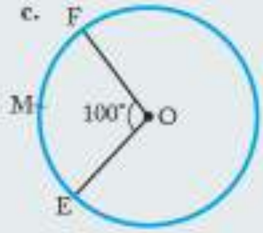
$|\widehat{AKB}| = 8$ cm

b.



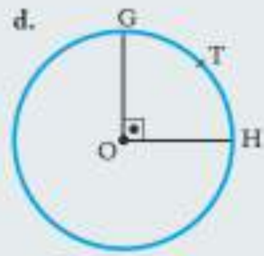
$|\widehat{CLD}| = 12$ cm

c.



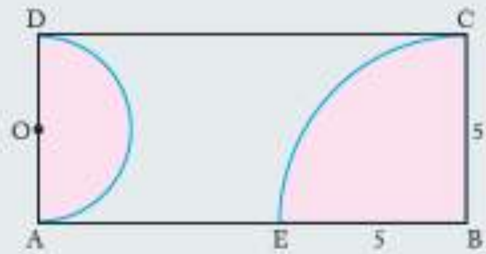
$|\widehat{EMF}| = 10$ cm

d.



$|\widehat{GTH}| = 9$ cm

11. Yandaki ABCD dikdörtgeninde [AD] çaplı yarım çember ve [EB] yarıçaplı çeyrek çember çizilmiştir.
$|BC| = |EB| = |AD| = 5$ cm ise
$|\widehat{AD}| + |\widehat{CE}|$ kaç cm'dir ($\pi = 3$ alınız.)?

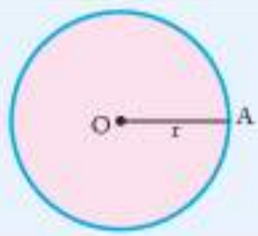


A) 15
B) 25
C) 32
D) 42,5

3. Dairenin ve Daire Diliminin Alanı

a. Dairenin Alanı

Yarıçap uzunluğu r br olan dairenin alanı
$A = \pi r^2$ formülü ile hesaplanır.

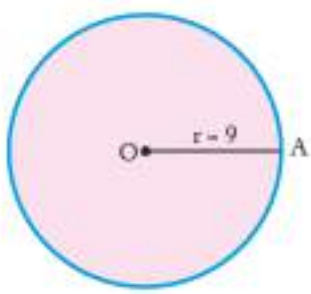


1. Örnek

Yarıçapının uzunluğu 9 cm olan dairenin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

Çözüm

$A = \pi r^2$
$= 3 \cdot 9^2$
$= 3 \cdot 81$
$A = 243$ cm^2 bulunur.



2. Örnek

Yanda verilen hedef tahtası, daire şeklinde olup bu hedef tahtasının yarıçap uzunluğu 28 cm'dir. Hedef tahtasının duvarda kapladığı alanı hesaplayalım ($\pi = \frac{22}{7}$ alalım.).

Çözüm

Hedef tahtası daire şeklinde olduğundan

$$\begin{aligned}\text{Hedef tahtasının alanı} &= \pi r^2 \\ &= \frac{22}{7} \cdot 28^2 \\ &= \frac{22}{\cancel{7}} \cdot 4 \cdot \cancel{7} \cdot 28 \\ &= 2464 \text{ cm}^2 \text{ bulunur.}\end{aligned}$$

3. Örnek

Alanı 432 cm^2 olan dairenin yarıçap uzunluğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

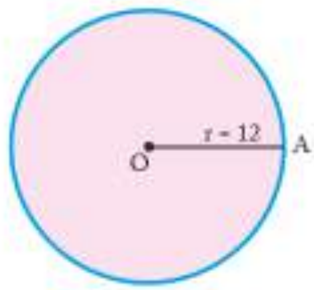
Çözüm

$$A = \pi r^2$$

$$\frac{432}{3} = \frac{\cancel{3} \cdot r^2}{\cancel{3}}$$

$$r^2 = 144$$

$r = 12$ cm bulunur.



4. Örnek

Yandaki güreş minderinde büyük dairenin çapının uzunluğu 12 m, küçük dairenin çapının uzunluğu 10 m'dir. Minderde iki daire arasında kalan turuncu renkli bölgenin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

Çözüm

Büyük dairenin yarıçapı $= \frac{12}{2} = 6$ m'dir.

$$\begin{aligned}\text{Büyük dairenin alanı} &= \pi \cdot r^2 \\ &= 3 \cdot 6^2 = 3 \cdot 36 \\ &= 108 \text{ m}^2 \text{ olur.}\end{aligned}$$

Küçük dairenin yarıçapı $= \frac{10}{2} = 5$ m

$= 3 \cdot 5^2 = 3 \cdot 25$

$= 75$ m^2 dir.

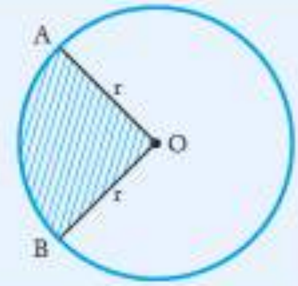
Turuncu bölgenin alanı = Büyük dairenin alanı − Küçük dairenin alanı

$= 108 - 75$

$= 33$ m^2 bulunur.

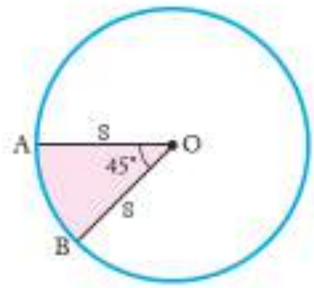
b. Daire Diliminin Alanı

Bir çember yayı ile bu yayın uç noktalarını merkezde birleştiren iki yarıçapın sınırladığı bölgeye **daire dilimi** adı verilir.



5. Örnek

Yarıçap uzunluğu 8 cm olan O merkezli bir dairede 45° lik merkez açının oluşturduğu daire diliminin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

Yarıçapı 8 cm olan dairenin alanı

$A = \pi r^2$

$= 3 \cdot 8^2$

$= 3 \cdot 64$

$A = 192$ cm^2 dir.

360° lik açının oluşturduğu alan ——— 192 cm^2 ise

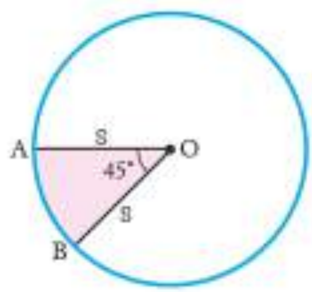
45° lik merkez açının oluşturduğu alan ——— x cm^2 dir.

D. O. $360° \cdot x = 45° \cdot 192$

$$\frac{\cancel{360°} \cdot x}{\cancel{360°}} = \frac{\overset{1}{\cancel{45°}} \cdot 192}{\underset{8}{\cancel{360°}}}$$

$$x = \frac{1 \cdot 192}{8}$$

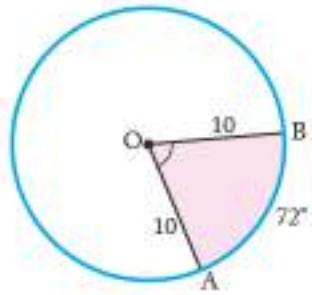
$x = 24$ cm^2 dir.



AOB daire diliminin alanı 24 cm^2 bulunur.

6. Örnek

Yandaki şekilde yarıçap uzunluğu 10 cm olan O merkezli bir daire verilmiştir. Bu dairede merkez açısının gördüğü 72° lik yayın oluşturduğu daire diliminin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

$m(\widehat{AB}) = 72°$ ise $m(\widehat{AOB}) = 72°$ dir.

Yarıçap uzunluğu 10 cm olan dairenin alanı

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 \\ &= 3 \cdot 10^2 \\ &= 3 \cdot 100 \\ A &= 300 \text{ cm}^2 \text{ dir.} \end{aligned}$$

360° lik açının oluşturduğu alan ⟶ 300 cm^2 ise
72° lik merkez açının oluşturduğu alan ⟶ x cm^2 dir.

D. O.

$$360° \cdot x = 72° \cdot 300$$

$$\frac{\cancel{360°}\,x}{\cancel{360°}} = \frac{\overset{1}{\cancel{72°}} \cdot 300}{\underset{5}{\cancel{360°}}}$$

$$x = \frac{1 \cdot 300}{5}$$

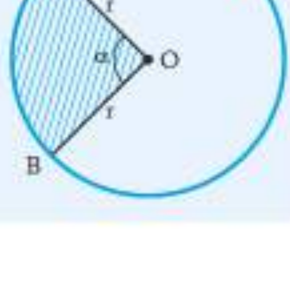
$$x = 60 \text{ cm}^2 \text{ dir.}$$

AOB daire diliminin alanı 60 cm^2 bulunur.

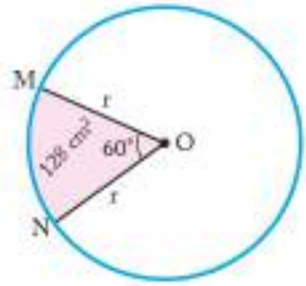
Yarıçapının uzunluğu r olan dairede AOB daire diliminin alanı

$$\frac{m(\widehat{AOB})}{360°} = \frac{A(AOB)}{\pi r^2}$$

$A(AOB) = \pi r^2 \cdot \dfrac{\alpha}{360}$ formülü ile hesaplanır.



7. Örnek



Yandaki şekilde $\alpha = 60°$ lik merkez açı ile oluşan MON daire diliminin alanı 128 cm^2 ise O merkezli dairenin yarıçap uzunluğunu orandan yararlanarak bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

Çözüm

NOM daire diliminin alanı

$$A(NOM) = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$128 = 3 \cdot r^2 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{60°}}}{\underset{6}{\cancel{360°}}}$$

$$128 = \frac{\overset{1}{\cancel{3}}}{\underset{2}{\cancel{6}}} r^2$$

$$128 = \frac{r^2}{2}$$

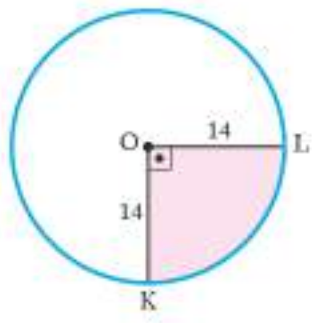
$$r^2 = 2 \cdot 128$$

$$r^2 = 256$$

$$r \cdot r = 16 \cdot 16$$

$r = 16$ cm bulunur.

8. Örnek



Yandaki şekilde yarıçap uzunluğu 14 cm olan O merkezli bir daire verilmiştir. Bu dairenin $\alpha = 90°$ lik merkez açısının oluşturduğu daire diliminin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).

Çözüm

$$A(KOL) = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$= 3 \cdot 14^2 \cdot \frac{\overset{1}{\cancel{90°}}}{\underset{4}{\cancel{360°}}}$$

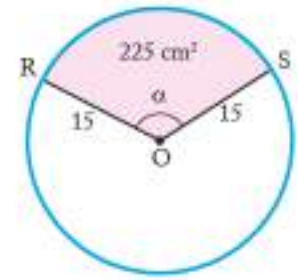
$$= \frac{3 \cdot \overset{49}{\cancel{196}}}{\underset{1}{\cancel{4}}}$$

$$= \frac{3 \cdot 49}{1}$$

$A(KOL) = 147$ cm^2 bulunur.

9. Örnek

Yandaki şekilde yarıçap uzunluğu 15 cm olan O merkezli bir çember verilmiştir. Bu çemberin merkez açısının oluşturduğu daire diliminin alanı 225 cm^2 ise daire diliminin merkez açısının kaç derece olduğunu bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

$$A(ROS) = \pi r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$225 = 3 \cdot 15^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$225 = 3 \cdot 225 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

$$225 = 675 \cdot \frac{\alpha}{360°}$$

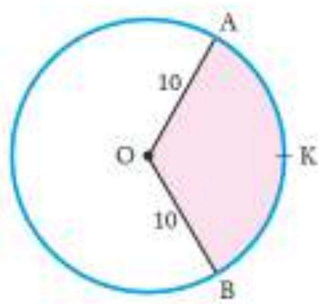
$$\frac{\cancel{675} \cdot \alpha}{\cancel{675}} = \frac{\overset{1}{\cancel{225}} \cdot 360°}{\underset{3}{\cancel{675}}}$$

$$\alpha = \frac{360°}{3}$$

$\alpha = 120°$ bulunur.

10. Örnek

Yandaki O merkezli 10 cm yarıçaplı çemberde AKB yayının uzunluğu 20 cm'dir. Buna göre boyalı bölgenin alanını bulalım ($\pi = 3$ alalım.).



Çözüm

Çemberin uzunluğu $2\pi r = 2 \cdot 3 \cdot 10 = 60$ cm'dir.

Boyalı bölgenin alanını bulmak için AOB açısının ölçüsünü bulmamız gerekir.

$\dfrac{m(\widehat{AOB})}{360°} = \dfrac{20}{60}$ orantısından $m(\widehat{AOB}) = \dfrac{\overset{120}{\cancel{360}} \cdot \overset{1}{\cancel{20}}}{\underset{3}{\cancel{60}}} = 120°$ dir.

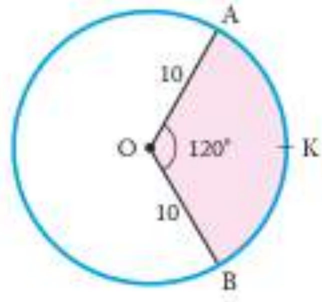
$120°$ lik daire diliminin alanını bulmak için $\dfrac{A(AOB)}{\pi r^2} = \dfrac{120°}{360°}$ orantısı kurulur. Buradan

$$\frac{A(AOB)}{\pi r^2} = \frac{\overset{1}{\cancel{120°}}}{\underset{3}{\cancel{360°}}}$$

$$\frac{A(AOB)}{3 \cdot 10^2} = \frac{1}{3}$$

$$A(AOB) \cdot \cancel{3} = \cancel{3} \cdot 10^2$$

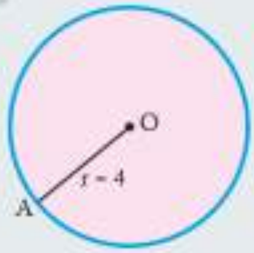
$A(AOB) = 100$ cm^2 olur.



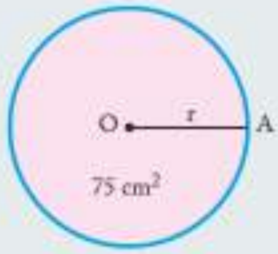
Boyalı bölgenin alanı 100 cm^2 dir.

ALIŞTIRMALAR

1. Yarıçap uzunluğu 4 cm olan yandaki dairenin alanını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



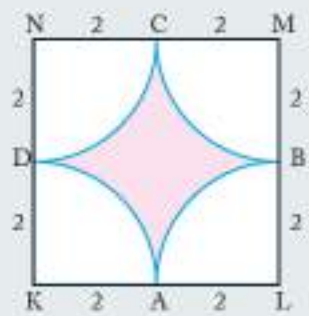
2. Yandaki dairenin alanı 75 cm^2 dir. Bu dairenin yarıçap uzunluğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



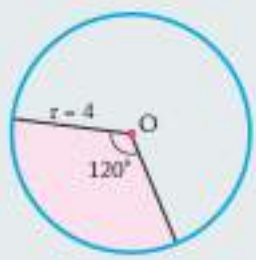
3. Yandaki şekil, bir kenarının uzunluğu 4 cm olan KLMN karesi ile yarıçap uzunlukları 2 cm olan 4 eş çeyrek çemberden oluşmuştur. Bu şekildeki boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir ($\pi = 3$ alınız.)?

A) 10 B) 8

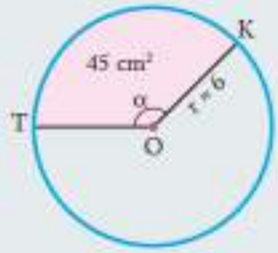
C) 6 D) 4



4. Yarıçap uzunluğu 4 cm olan O merkezli bir dairenin 120° lik merkez açısının oluşturduğu daire diliminin alanını bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).



5. Yandaki şekilde yarıçap uzunluğu 6 cm olan O merkezli bir daire verilmiştir. Bu dairenin merkez açısının oluşturduğu KOT daire diliminin alanı 45 cm^2 dir. Buna göre merkez açının kaç derece olduğunu bulunuz ($\pi = 3$ alınız.).

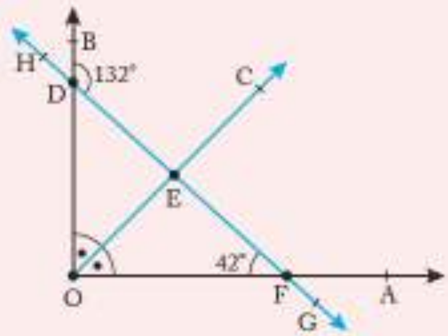


1. Yandaki şekilde

$m(\widehat{EFO}) = 42°$,

$m(\widehat{EDB}) = 132°$,

[OC açıortaydır.



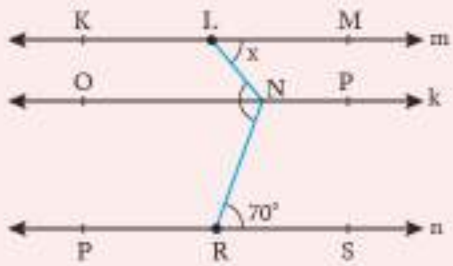
Aşağıda açılar ve ölçülerini eşleştiriniz.

Açılar	Ölçüleri
a. $(\widehat{CED})$	I. 87°
b. $(\widehat{EFA})$	II. 45°
c. $(\widehat{FEC})$	III. 90°
ç. $(\widehat{FOE})$	IV. 93°
	V. 138°

2. Yandaki şekilde m // k // n,

$m(\widehat{SRN}) = 70°$ ve

$m(\widehat{RNL}) = 120°$ dir.



Aşağıdaki ifadelerden doğru olanların başındaki kutucuğa "D", yanlış olanların başındaki kutucuğa "Y" yazınız.

a. ☐ m (NLM) = 60°

b. ☐ $m(\widehat{PNR}) = 110°$

c. ☐ m (NLK) = 130°

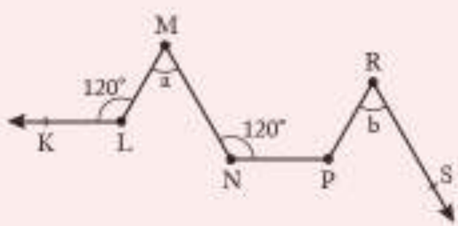
ç. ☐ $m(\widehat{ONL}) = 70°$

3. Yandaki şekilde [LK // [NP],

[MN] // [RS], [PR] // [LM],

$m(\widehat{L}) = 120°$, $m(\widehat{N}) = 120°$

olduğuna göre a + b kaç derecedir?



A) 90° B) 120° C) 200° D) 240°

4. Bir dış açısının ölçüsü 30° olan bir düzgün çokgenin kenar sayısı kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 10 D) 12

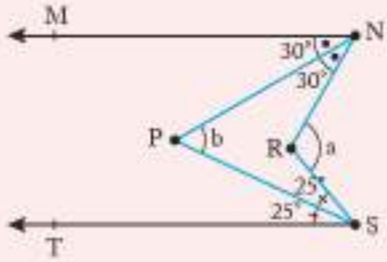
5. Yandaki şekilde [MN // [ST,

$m(\widehat{MNP}) = m(\widehat{RNP}) = 30°$,

$m(\widehat{TSP}) = m(\widehat{RSP}) = 25°$,

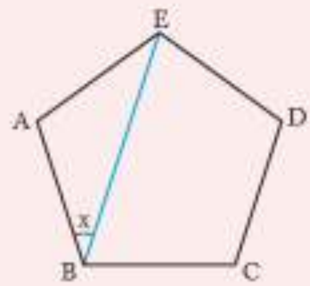
$m(\widehat{NRS}) = a$, $m(\widehat{NPS}) = b$ ise

a + b kaç derecedir?



A) 125° B) 150° C) 155° D) 165°

6. Yandaki düzgün beşgende $m(\widehat{EBA}) = x$ kaç derecedir?

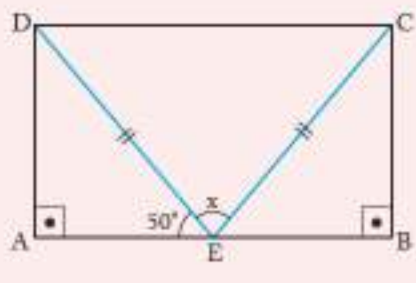


A) 54° B) 45°
C) 36° D) 30°

7. Yandaki ABCD dikdörtgeninde |CE| = |DE| ve

$m(\widehat{AED}) = 50°$ olduğuna göre

$m(\widehat{CED}) = x$ kaç derecedir?



A) 50° B) 70°

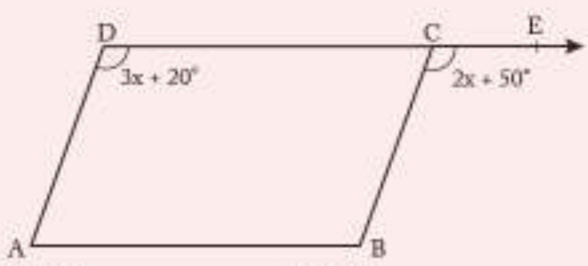
C) 75° D) 80°

8. Yandaki ABCD paralelkenarında

$m(\widehat{CDA}) = 3x + 20°$ ve

$m(\widehat{BCE}) = 2x + 50°$ olduğuna göre

x kaç derecedir?



A) 30° B) 35° C) 40° D) 45°

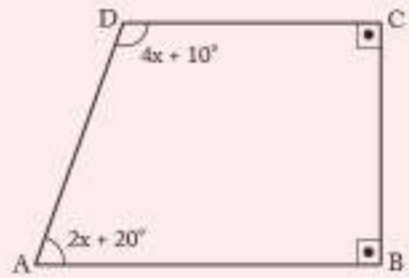
9. Yandaki ABCD yamuğunda

$m(\widehat{CBA}) = m(\widehat{BCD}) = 90°$,

$m(\widehat{BAD}) = 2x + 20°$ ve

$m(\widehat{ADC}) = 4x + 10°$ ise

x kaç derecedir?



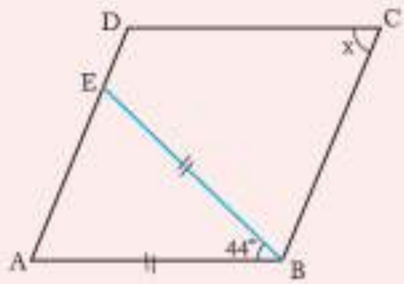
A) 35° B) 30° C) 25° D) 20°

10. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde

$|AB| = |BE|$ ve

$m(\widehat{EBA}) = 44°$ ise

$m(\widehat{DCB}) = x$ kaç derecedir?



A) 88° B) 78° C) 72° D) 68°

11. Yandaki ABCD eşkenar dörtgeninde

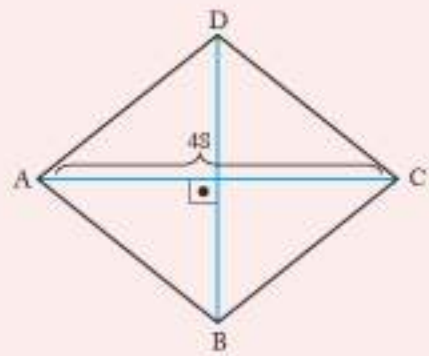
[DB] ile [AC] köşegen,

$[DB] \perp [AC]$,

$|AC| = 48$ cm ve

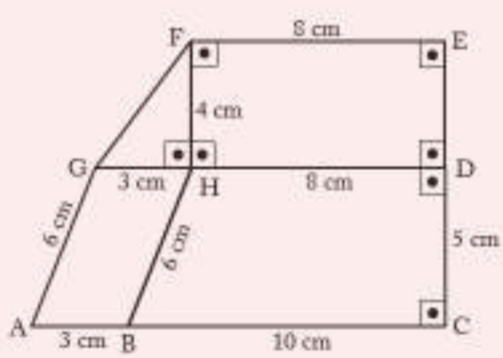
$A(ABCD) = 1440 \text{ cm}^2$ olduğuna göre

|DB| kaç cm'dir?



A) 48 B) 60
C) 72 D) 96

12. Yandaki şekilde verilenlere göre ABCDEFG bölgesinin alanı kaç cm^2 dir?



A) 98 B) 92
C) 88 D) 82

13. Bir dikdörtgenin kısa kenarının uzun kenarına oranı $\frac{2}{5}$ ve çevresi 42 cm olduğuna göre bu dikdörtgenin alanı kaç cm^2 dir?

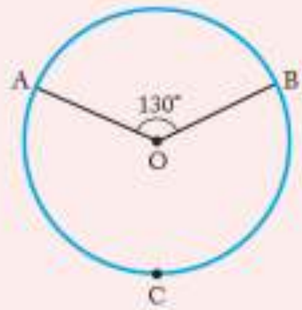
A) 86 B) 84 C) 90 D) 96

14. Alanı 72 cm^2 olan dikdörtgenin kenar uzunlukları cm cinsinden tam sayı olduğuna göre bu dikdörtgenin çevre uzunluğu **en az** kaç cm'dir?

A) 27 B) 34 C) 36 D) 48

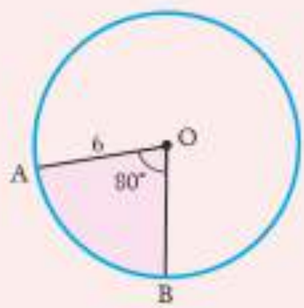
15. Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{BOA}) = 130°$ olduğuna göre $m(\overset{\frown}{BCA})$ kaç derecedir?

A) 230° B) 130°
C) 90° D) 65°



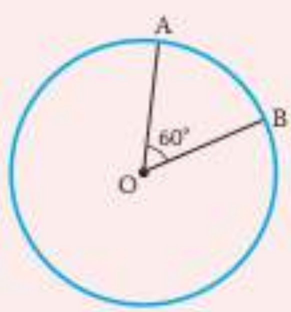
16. Yandaki O merkezli çemberde $m(\widehat{AOB}) = 80°$, $|AO| = 6$ cm olduğuna göre $|\overset{\frown}{AB}|$ kaç cm'dir ($\pi = 3$ alınız.)?

A) 4 B) 6
C) 8 D) 10



17. Yandaki çemberde $m(\overset{\frown}{AB})$ kaç derecedir?

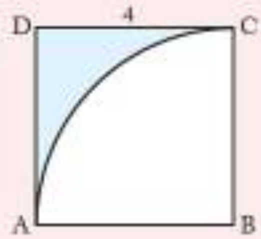
A) 60° B) 120°
C) 180° D) 300°



18. Bir çemberde merkez açının gördüğü yayın uzunluğu 20 cm, çemberin yarıçapı 5 cm ise merkez açının ölçüsü kaç derecedir ($\pi = 3$ alınız.)?

A) 60 B) 120 C) 180 D) 240

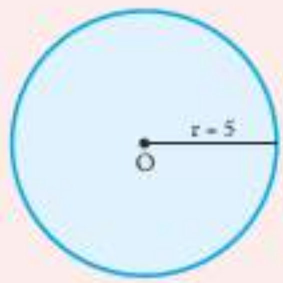
19. Yandaki şekilde ABCD kare ve B merkezli daire dilimi verilmiştir. $|DC| = 4$ cm olduğuna göre boyalı bölgenin alanı kaç cm^2 dir ($\pi = 3$ alınız.)?



A) 1 B) 2

C) 3 D) 4

20. Yandaki şekilde O merkezli dairenin çapının uzunluğu $\frac{1}{5}$ oranında kısaltıldığında dairenin alanındaki değişim ne olur?



A) %25 artar. B) %36 azalır.

C) %20 artar. D) %45 azalır.

21. Çevre uzunluğu 60 cm olan çemberde 45° lik merkez açının gördüğü yayın uzunluğu kaç santimetredir?

A) 45 B) 22,5 C) 7,5 D) 5

22. Yanda verilen örüntüde eklenen her bir yarım dairenin çapı, bir önceki adımda eklenen yarım dairenin çapının yarısı kadardır.

$|AB| = 32$ cm olduğuna göre dördüncü adımdaki en küçük yarım dairenin alanı kaç cm^2 dir ($\pi = 3,14$ alınız.)?

A) 12,56 B) 9,42

C) 6,28 D) 3,14

6. ÜNİTE

A. VERİ ANALİZİ

1. Bir Veri Grubuna Ait Çizgi Grafiği

2. Bir Veri Grubuna Ait Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer

3. Bir Veri Grubuna Ait Daire Grafiği

4. Verilerin Uygunluğuna Göre Grafik Çeşitleri

B. CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

1. Üç Boyutlu Cisimlerin Farklı Yönlerden İki Boyutlu Görünümleri

2. Farklı Yönlerden Görünümleri Verilen Yapıyı Oluşturma

Terimler: çizgi grafiği, daire grafiği, ortanca (medyan), tepe değer (mod).

A. VERİ ANALİZİ

Hazırlık

• Sınıfınızdaki öğrencilerin ayakkabı numaralarını öğrenerek not alınız. Buna göre;

a. Bu verileri bir tabloda gösteriniz.

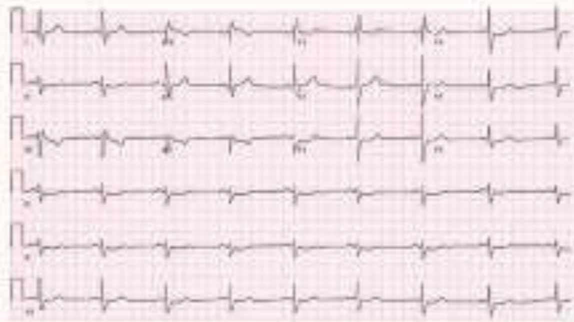
b. Bu verilere ait açıklığı, en küçük değeri ve en büyük değerleri bulunuz.

Motivasyon

Elektrokardiyogram (EKG) devamlı bir şerit grafiği şeklinde kalpteki elektrik akımını kaydeden bir elektrokardiyograf ile üretilen bir grafik türüdür.

Kalbin normal çalışıp çalışmadığını veya kalbin yapısında anormalliklerin olup olmadığını belirler. Kalple ilgili birçok teşhis için EKG çekilir.

Kalp normal çalışıyorsa EKG'deki grafikler birbirinin aynısı olmalıdır.



1. Bir Veri Grubuna Ait Çizgi Grafiği

Verilerin yatay ve dikey eksenlerdeki değerleri işaretlenerek bulunan noktaların birleştirilmesi sonucunda elde edilen grafikler **çizgi grafikleri**dir. Çizgi grafiği, verilerin yatay ve dikey eksendeki kesişimlerinin çizgi yardımıyla birleştirilmesiyle elde edilir.

Bir ülkenin yıllık ihracat ve ithalat değerleri, aylık altın ve döviz değerleri ve illerin haftalık tahmini hava sıcaklık değerleri gibi verilerde veri grubunun belirli bir zaman aralığındaki değişimini göstermek için çizgi grafiği kullanılabilir.

1. Örnek

Yandaki tablo bir A ilinin yılın herhangi bir mevsimindeki hafta içi günlerine ait sıcaklık değerlerini göstermektedir. Tablodaki verilere göre A iline ait bir çizgi grafiği oluşturalım.

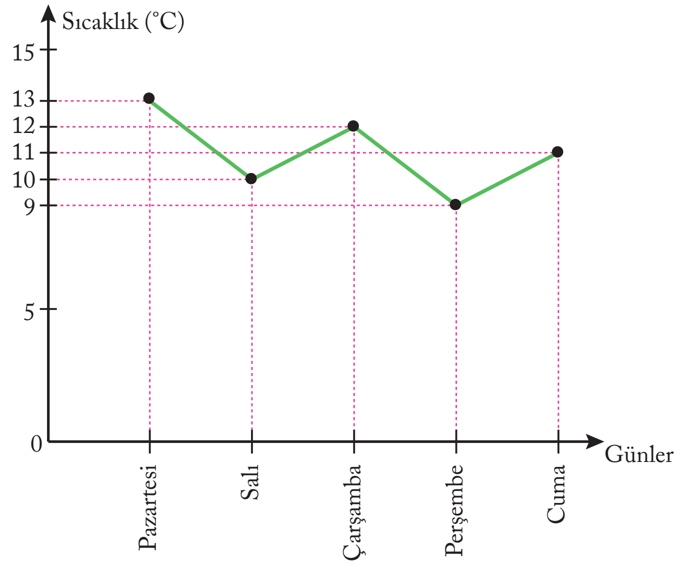
Tablo: Bir A iline ait beş günlük sıcaklık değerleri

Hafta içi günler	Sıcaklık (°C)
Pazartesi	13
Salı	10
Çarşamba	12
Perşembe	9
Cuma	11

Çözüm

Grafiği oluşturabilmek için yatay ekseni günler, dikey ekseni sıcaklık olarak alalım. Verilere ait çizgi grafiği yandaki gibi olur.

Grafik: A iline ait yılın herhangi bir mevsimindeki hafta içi sıcaklık değerleri



2. Örnek

Yandaki tabloda A ve B şirketlerinin aynı ürünlere ait yıllara göre satış adetleri verilmiştir.

Bu verilere ait çizgi grafiğini çizelim ve yorumlayalım.

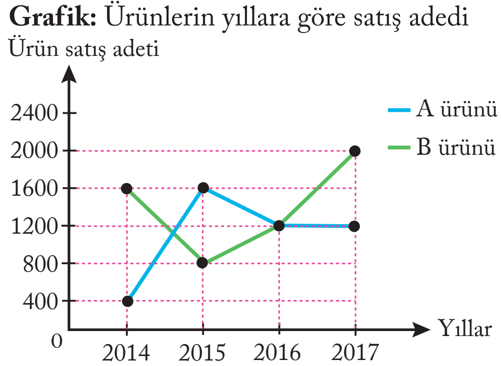
Tablo: Ürünlerin yıllara göre satış adeti

Yıllar	A şirket	B şirket
2014	400	1600
2015	1600	800
2016	1200	1200
2017	1200	2000

Çözüm

Grafiği oluşturabilmek için yatay eksene yıllar, dikey eksene ürün satış adedi yazılır. Tablodaki her yıla ait ürün satış adedi sayıları nokta olarak işaretlenir ve işaretlenen noktalar kendi arasında birleştirilir.

Grafik: Ürünlerin yıllara göre satış adedi



A şirketi, en az satışı 2014 yılında, en fazla satışı 2015 yılında yapmış ve 2016 ve 2017 yıllarında eşit miktarda ürün satmıştır. B şirketi, en az satışı 2015 yılında, en fazla satışı ise 2017 yılında yapmıştır. A ve B şirketleri 2016 yılında 1200 adet ürün satmıştır.

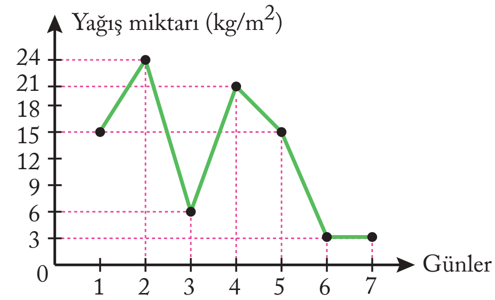
3. Örnek

Aşağıdaki tabloda bir ilimizde ayın ilk 7 günü metrekareye düşen yağış miktarı görülmektedir. Tabloya göre çizgi grafiği oluşturarak yağışın en fazla olduğu gün ile 7 gün boyunca metrekareye düşen toplam yağış miktarını bulalım.

Tablo: Ayın ilk 7 günü bir ilimizde m^2 ye düşen yağış miktarı

Günler	1. gün	2. gün	3. gün	4. gün	5. gün	6. gün	7. gün
Yağış miktarı (kg/m^2)	15	24	6	21	15	3	3

Grafik: Ayın ilk 7 günü bir ilimizde m^2 ye düşen yağış miktarı



Çözüm

Günleri yatay eksene, yağış miktarını dikey eksene yazıp tablodaki verileri yerine yerleştirdiğimizde yandaki çizgi grafiğini oluşturmuş oluruz. Grafiğe göre en fazla yağışın olduğu gün ayın 2. günüdür.

7 gün boyunca m^2 ye düşen toplam yağış miktarı $15 + 24 + 6 + 21 + 15 + 3 + 3 = 87$ kg /m^2'dir.

4. Örnek

Yandaki tabloda, Zeynep ile Kübra adlı öğrencilerin yılın son dört ayında okudukları kitap sayıları verilmiştir. Bu tablodaki verilere göre bir çizgi grafiği oluşturarak öğrencilerden hangisinin daha fazla kitap okuduğunu bulalım.

Tablo: Zeynep ile Kübra'nın dört ayda okudukları kitapların sayısı

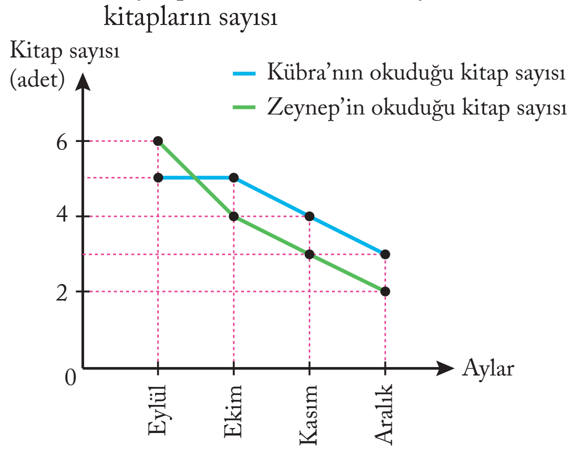
Aylar	Zeynep'in okuduğu kitap sayısı (adet)	Kübra'nın okuduğu kitap sayısı (adet)
Eylül	6	5
Ekim	4	5
Kasım	3	4
Aralık	2	3

Çözüm

Yukarıdaki tabloya göre dört ay boyunca Zeynep ile Kübra'nın okuduğu kitap sayısındaki değişimi veren çizgi grafiği yandaki gibi olur.

Grafiğe göre dört ay boyunca okunan kitaplardan 17 tanesini Kübra, 15 tanesini Zeynep okumuştur. Bu durumda 17 > 15 olduğundan Kübra daha çok kitap okumuştur.

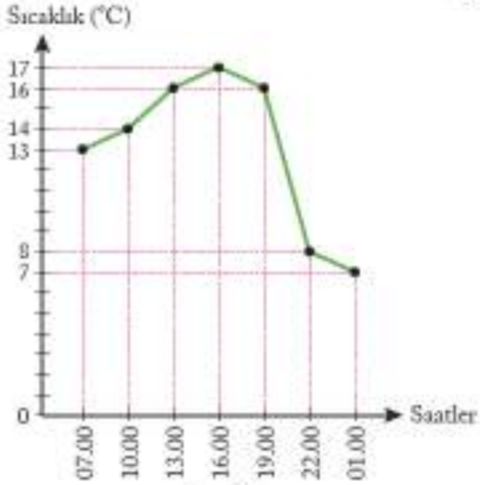
Grafik: Zeynep ile Kübra'nın dört ayda okudukları kitapların sayısı



5. Örnek

Aşağıdaki iki farklı grafikte İstanbul ilinin 27.10.2017 Cuma gününe ait en yüksek sıcaklıkları verilmiştir. İki grafiği karşılaştıralım.

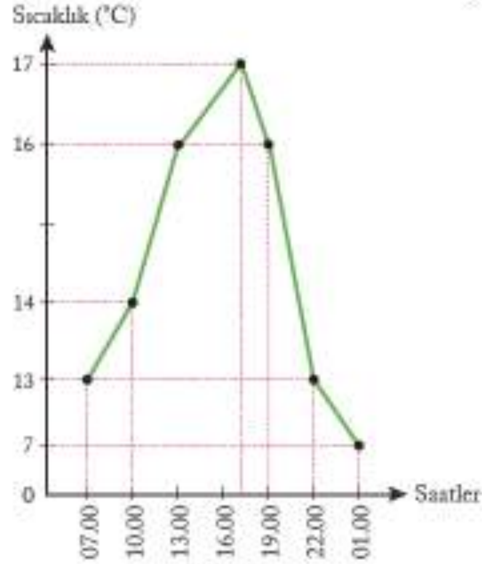
Grafik: İstanbul'a ait saatlik hava sıcaklığı



1. grafik

Kaynak: www.mgm.gov.tr

Grafik: İstanbul'a ait saatlik hava sıcaklığı



2. grafik

Kaynak: www.mgm.gov.tr

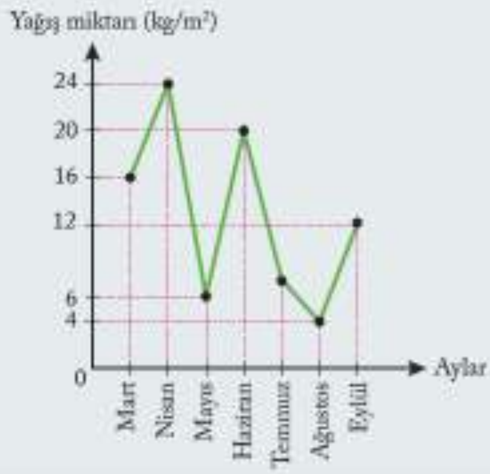
Çözüm

Yukarıda görüldüğü gibi 1. grafikte birimler normal aralıkta alındığında artış ve yükseliş miktarları daha net görünmektedir. 2. grafikte birimler arası daha büyük alındığında sıcaklık değeri aniden yükselmiş gibi görünmektedir. Grafiklerde birimler arasını uygun seçmeliyiz. Aksi taktirde grafik yanlış yorumlara neden olabilir.

ALIŞTIRMALAR

1. Yandaki çizgi grafiğinde Ankara ilinin aylara göre m^2 ye düşen yağış miktarı görülmektedir. Grafiğe göre en az ve en fazla yağış alan ayları belirtiniz.

Grafik: Ankara ilinin aylara göre aldığı yağış miktarı



2. Aşağıdaki tabloda bir ayakkabı imalathanesinin yılın ilk altı ayındaki üretim miktarı gösterilmiştir.

Tablo: Bir ayakkabı imalathanesinin yılın ilk altı ayındaki üretim miktarı

Aylar	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs	Haziran
Üretilen ayakkabı miktarı (adet)	190	160	210	240	260	280

Tablodaki verilerden yararlanarak bu imalathanenin aylara göre ayakkabı üretimini gösteren çizgi grafiğini çiziniz ve bu grafiği yorumlayınız.

3. Yandaki tablodan yararlanarak A ve B illerinin beş günlük sıcaklık değişimini gösteren çizgi grafiğini çiziniz. İki ilde de en yüksek ve en düşük sıcaklıklar arasındaki farkı bulunuz.

Tablo: A ve B illerinin beş günlük sıcaklıkları

Günler	A iline ait sıcaklık (°C)	B iline ait sıcaklık (°C)
1. gün	8	10
2. gün	6	7
3. gün	7	9
4. gün	8	11
5. gün	10	8

4. Aşağıdaki tablo bir elektronik mağazasının 5 yıllık beyaz eşya satışını göstermektedir. Bu verilerden yararlanarak bu mağazanın 5 yıllık beyaz eşya satışlarını gösteren bir çizgi grafiği çiziniz.

Tablo: Bir elektronik mağazasının 5 yıllık beyaz eşya satışları

Yıllar		2013	2014	2015	2016	2017
Markaların satış adedi	X	40	44	46	48	53
	Y	42	45	44	46	50

5. Aşağıdaki tabloda, K ve L araçlarına ait yol - zaman değişimi verilmiştir. Araçlara ait yol - zaman değişimini gösteren bir çizgi grafiği çiziniz.

Tablo: K ve L araçlarına ait yol - zaman değişimi

K aracı	Yol (km)	60	120	180	240	300
	Zaman (sa.)	1	2	3	4	5
L aracı	Yol (km)	80	160	240	320	400
	Zaman (sa.)	1	2	3	4	5

2. Bir Veri Grubuna Ait Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer

Motivasyon

Matematik dersi sınavından 70 ve 80 puan alan bir öğrencinin sınıf içi performansına öğretmeni 90 puan vermiştir. Bu öğrenci proje ödevinden de 90 almıştır. Buna göre bu öğrencinin matematik puan ortalamasını nasıl hesaplayacağınızı açıklayınız.

a. Ortalama

Bir veri grubunun ortalaması, elde edilen verilerin toplamının veri sayısına bölünmesi ile bulunur.

$$\text{Ortalama} = \frac{\text{Verilerin toplamı}}{\text{Veri sayısı}}$$

1. Örnek

2, 8, 13, 20 ve 22 sayılarının ortalamasını bulalım.

Çözüm

$$\text{Ortalama} = \frac{\text{Verilerin toplamı}}{\text{Veri sayısı}}$$

$$= \frac{2+8+13+20+22}{5} = \frac{65}{5}$$

$$= 13 \text{ olur.}$$

2. Örnek

Yaşları 17, 18, 20, 21, 23 ve 27 olan bir arkadaş grubunun yaş ortalamasını bulalım.

Çözüm

$$\text{Ortalama} = \frac{17+18+20+21+23+27}{6} = \frac{126}{6}$$

$$= 21 \text{ olur.}$$

3. Örnek

Anne, baba ve 1 çocuktan oluşan bir ailede anne 55 kg, baba 78 kg ve çocuk 29 kg ise bu ailenin ağırlık ortalamasını bulalım.

Çözüm

$$\text{Ortalama} = \frac{55+78+29}{3} = \frac{162}{3}$$

$$= 54 \text{ kg olur.}$$

4. Örnek

Yandaki tabloda bir banka şubesindeki çalışma saatleri içerisinde gelen müşteri sayısı verilmiştir. Buna göre;

a. Banka şubesine gelen müşterilerin sayılarının çalışma saatlerine düşen ortalamasını bulalım.

b. 13.30'dan sonra bankaya gelen müşterilerin sayılarının ortalamasını bulalım.

Tablo: Banka şubesine saatlere göre gelen müşteri sayısı

Zaman aralığı	Gelen müşteri sayısı
09.00 - 10.00	20
10.00 - 11.00	45
11.00 - 12.00	76
13.30 - 14.30	19
14.30 - 15.30	37
15.30 - 16.30	43

Çözüm

a. $(\text{Ortalama})_1 = \dfrac{20+45+76+19+37+43}{6} = \dfrac{240}{6} = 40$ olur.

b. $(\text{Ortalama})_2 = \dfrac{19+37+43}{3} = \dfrac{99}{3} = 33$ bulunur.

b. Ortanca Değer (Medyan)

Bir veri grubunun ortancasını (medyan) bulmak için verileri oluşturan sayılar, küçükten büyüğe veya büyükten küçüğe doğru sıralanır.

- Bir veri grubunun terim sayısı tek ise ortadaki terim ortancadır.
- Veri grubunun terim sayısı çift ise ortadaki iki terimin ortalaması ortancadır.

5. Örnek

9, 11, 12, 13, 14, 11, 16, 14 ve 18 verilerinin ortanca (medyan) değerini bulalım.

Çözüm

Önce verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

$\underbrace{9, 11, 11, 12}, \boxed{13}, \underbrace{14, 14, 16, 18}$ şeklinde olur.

Terim sayısı (tek sayı) olduğundan ortadaki "13" değeri, ortanca değerdir.

6. Örnek

4, 2, 7, 1, 2, 3, 4, 5 verilerinin ortanca değerini bulalım.

Çözüm

Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

$\underbrace{1, 2, 2}, \boxed{3, 4}, \underbrace{4, 5, 7}$ şeklinde olur.

Veri grubunun terim sayısı çift sayı olduğundan ortanca değer, ortadaki iki terimin ortalamasına eşittir.

Ortanca değer $= \dfrac{3+4}{2} = \dfrac{7}{2} = 3,5$ bulunur.

7. Örnek

19, 21, 26, 29, 22, 23, 41, 18 ve 37 verilerinin ortanca değerini bulalım.

Çözüm

Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

$\underbrace{18,19,21,22}_{},\boxed{23},\underbrace{26,29,37,41}_{}$ şeklindedir.

Veri grubunun terim sayısı tek sayı olduğundan ortadaki "23" değeri ortanca değerdir.

8. Örnek

41, 45, 17, 99, 18, 47, 73 ve 51 verilerinin ortanca değerini bulalım.

Çözüm

Verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

$\underbrace{17,18,41}_{},\boxed{45,47},\underbrace{51,73,99}_{}$ olur.

Veri grubunun terim sayısı çift sayı olduğundan ortanca değer, ortadaki iki terimin ortalamasına eşittir.

Ortanca değer $= \dfrac{45+47}{2} = \dfrac{92}{2} = 46$ bulunur.

c. Tepe Değer (Mod)

Bir veri grubunda en çok tekrarlanan değer, **tepe değer (mod)** olarak adlandırılır.

Bir veri grubunda tüm değerler eşit sayıda tekrar ediyorsa bu veri grubunun tepe (mod) değeri yoktur.

Bir veri grubunda eşit sayıda tekrarlanan birden fazla değer varsa tepe değeri de birden fazla olur.

9. Örnek

3, 5, 3, 4, 2, 3, 8, 6, 4, 6 ve 5 verilerinin tepe (mod) değerini bulalım.

Çözüm

Önce verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

2, 3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 8 şeklindedir.

3 verisi, diğer verilerden daha çok tekrarlandığından bu veri grubunun tepe değeridir.

10. Örnek

1, 2, 1, 1, 3, 4, 9, 5, 8, 6 ve 7 verilerinin tepe değerini bulalım.

Çözüm

Önce verileri küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

1, 1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 şeklinde olur.

1 verisi, diğer verilerden daha çok tekrarlandığından bu veri grubunun tepe değeridir.

11. Örnek

Aşağıdaki veri gruplarının tepe değerlerini bulalım.

a. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

b. 4, 4, 5, 5, 6, 6

c. 5, 2, 1, 3, 2, 4, 4, 6

Çözüm

a. 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 veri grubunun tepe değeri yoktur. Çünkü veri grubunda tekrarlayan değer yoktur.

b. 4, 4, 5, 5, 6, 6 veri grubunda tepe değeri yoktur. Çünkü bu veri grubunda bütün veriler ikişer defa tekrarlanmıştır.

c. Verileri küçükten büyüğe doğru sıraladığımızda veri grubunda 2 ve 4'ün iki defa tekrarlandığı görülür. Bu veri grubunun tepe değeri 2 ve 4'tür.

12. Örnek

Bir tiyatro kulübü, yaşları 10, 11, 12, 11, 10, 9, 13, 12, 16, 9, 14, 15, 14, 12, 12, 13 olan çocuklardan oluşmuştur. Bu tiyatro kulübündeki çocukların yaşlarının tepe değerini bulalım.

Çözüm

Önce çocukların yaşlarını küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

9, 9, 10, 10, 11, 11, 12, 12, 12, 12, 13, 13, 14, 14, 15, 16 şeklinde olur.

12 yaşında olanlar dört defa (en çok) tekrarlandığı için bu tiyatro kulübündeki çocukların yaşlarının tepe değeri 12'dir.

13. Örnek

Aşağıdaki tabloda 7A sınıfındaki öğrencilerin matematik sınavından aldıkları puanlar verilmiştir.

Tablo: 7A sınıfı öğrencilerinin matematik dersinden aldıkları puanlar

Öğrenci sayısı	1	2	1	1	1	1	1	3	2	1	2	2	1	2	1
Alınan puan	65	74	15	34	25	50	79	84	67	45	56	72	85	93	100

Tabloya göre;

a. 7A sınıfındaki öğrencilerin matematik puanları ortalamasını bulalım.

b. Bu sınıftaki öğrencilerin matematik puanlarının ortanca ve tepe değerini bulalım. Sonuçları yorumlayalım.

Çözüm

a. Ortalama $= \dfrac{65+74+74+15+34+25+50+79+84+84+84+67+67+45+56+56+72+72+85+93+93+100}{22}$

$= \dfrac{1474}{22} = 67$

Ortalama = 67'dir.

b. Terimleri küçükten büyüğe doğru sıralayalım. Sıralama

15, 25, 34, 45, 50, 56, 56, 65, 67, 67, 72, 72, 74, 74, 79, 84, 84, 84, 85, 93, 93, 100 şeklinde olur.

En çok tekrarlayan terim 84 olduğundan öğrencilerin matematik puanlarının tepe değeri 84'tür.

Verilerin terim sayısı çift sayı olduğundan ortadaki iki değerin ortalaması ortancadır.

$\dfrac{72+72}{2} = \dfrac{144}{2} = 72$ ise öğrencilerin matematik puanlarının ortanca değeri 72'dir.

Ortalama, çok küçük ve çok büyük değerlere karşı duyarlı olduğundan bu puanlar ortalamayı etkilemektedir.

Çok küçük ve çok büyük puanları atarak sınıfın ortalamasını tekrar bulalım.

$\underbrace{15}_{\text{en küçük puan}} + \underbrace{100}_{\text{en büyük puan}} = 115$

$1474 - 115 = 1359$

Yeni ortalama $= \dfrac{1359}{20} = 67,95 \approx 68$

≈ 68'dir.

Görüldüğü gibi ortalama az da olsa değişti. Ortalama uç değerlerden etkilenmekte olduğundan bu tür durumlarda ortalamaya göre yorum yapmak sağlıklı olmayabilir.

Ortanca, uç değerlerden etkilenmediğinden sınıfın genel başarısı ile ilgili yorumlar bu değerler dikkate alınarak yapılmalıdır.

Her iki duruma göre sınıfın %50'den fazlası ortalamadan yüksek puan almıştır. Bu yüzden 7A sınıfı matematik sınavından başarılı olmuştur diyebiliriz.

14. Örnek

Bir konserve fabrikasında rastgele seçilen 15 tane konserve kutusunun kütlesi aşağıda verilmiştir.

12, 13, 14, 15, 15, 15, 17, 18, 19, 19, 20, 22, 23, 23, 25

Bu veri grubuna ait ortancayı, tepe değeri ve ortalamayı bulalım.

Çözüm

$\underbrace{12, 13, 14, 15, 15, 15, 17}, \boxed{18}, \underbrace{19, 19, 20, 22, 23, 23, 25}$

Terim sayısı (tek sayı) olduğundan ortadaki değer olan 18 ortancadır.

15, üç defa tekrarlandığından tepe değerdir.

$$\text{Ortalama} = \frac{12+13+14+15+15+15+17+18+19+19+20+22+23+23+25}{15} = \frac{270}{15}$$

$$= 18\text{'dir.}$$

Ortalama, tepe değeri ve ortanca birbirine yakın olduğu için dağılım düzgündür ve veriler homojen dağılmıştır.

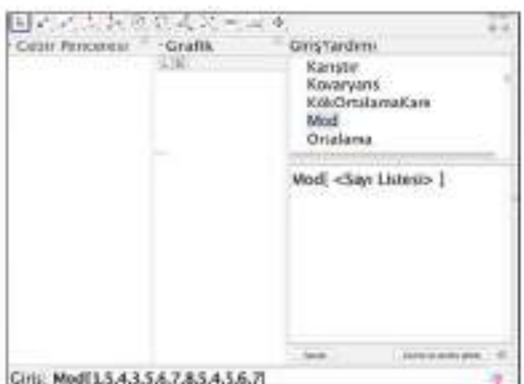
Veri grubunda çok küçük ve çok büyük uç değerlerin olması ortalamayı etkiler. Ortalama, bu tür uç değerler olmadığı zaman, mevcut durumu anlatmada veya gelecekle ilgili tahmin yapmada kullanışlı bir veri yorumlama yöntemidir.

Veri grubunda çok küçük ve çok büyük değerlerin olması hâlinde ortanca, ortalamadan daha sağlıklı bilgi verir. Çünkü uç değerler ortancayı etkilemez.

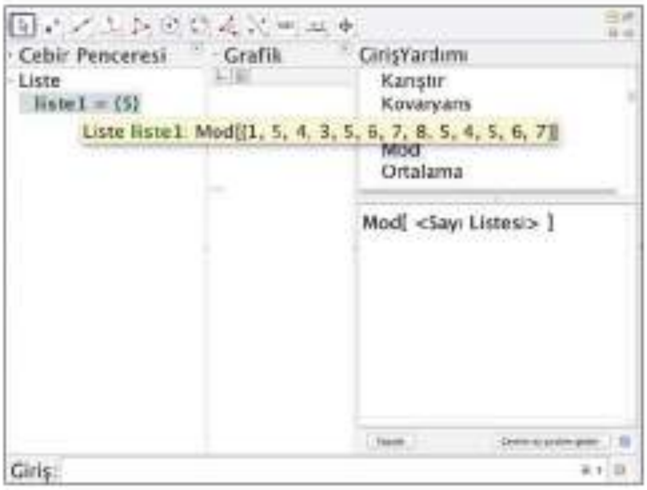
Bir veri grubunda, en tipik özelliği veya değeri belirlemek için tepe değerini kullanmak uygun olur.

1, 5, 4, 3, 5, 6, 7, 8, 5, 4, 5, 6, 7 veri grubu veriliyor. Bu veri grubuna ait tepe değeri, ortancayı ve ortalamayı bir bilgisayar yazılım programını kullanarak bulalım.

"Matematiksel fonksiyonlar" menüsünden "İstatistikler" aracını tıklayınız. Buradaki seçeneklerden de "Mod"u tıklayarak "Giriş" bölümüne yukarıdaki verileri giriniz. "Enter" tuşuna bastığınızda modu (tepe değer) bulmuş olursunuz.

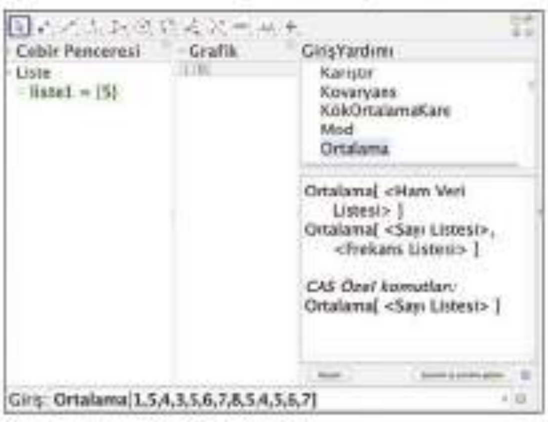


Matematiksel fonksiyonlar butonu



Aynı şekilde "Ortanca"yı seçip "Giriş" bölümüne, verilen değerleri giriniz. "Enter" tuşuna bastığınızda ortanca değeri bulmuş olursunuz.

Aynı şekilde "Ortalama"yı seçip "Giriş" bölümüne verilen değerleri giriniz. "Enter" tuşuna bastığınızda ortalama değeri bulmuş olursunuz.



ALIŞTIRMALAR

1. 7, 9, 13, 13, 16, 16, 18, 23, 13, 15, 18, 19 verileri veriliyor. Bu veri grubunun;

a. Ortalamasını bulunuz. **b.** Tepe değerini bulunuz. **c.** Ortanca değerini bulunuz.

2. 1, 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6, 7, 10, 11 verileri veriliyor. Bu veri grubunun;

a. Ortalamasını bulunuz. **b.** Tepe değerini bulunuz.

c. Ortanca değerini bulunuz. **ç.** Sonuçlarını yorumlayınız.

3. Bir sınavın puanları okunduktan sonra sınıfın not ortalaması 74 olarak hesaplanıyor. Sonra sınavda öğrencilere işlemedikleri bir konudan soru sorulduğu fark ediliyor. Soru iptal ediliyor ve sorunun değeri olan 10 puan herkesin notuna ekleniyor. Buna göre sınıfın yeni puan ortalamasını bulunuz.

4. Aşağıdaki tabloda bir iş yerinde kurulan bovling takımındaki sekiz kişinin yaş ve boyları verilmiştir. Buna göre bu takımdan kim ayrılırsa grubun yaş ortalaması azalırken boy ortalaması artar?

Tablo: Bir iş yerinin bovling takımındaki sekiz kişinin yaşları ve boyları

Sporcunun adı	Sporcunun yaşı	Sporcunun boyu (cm)
Ergül	45	165
Murat	47	168
Ferhat	39	169
Davut	49	170
Ayşe	46	171
Emine	45	140
Vahit	44	172
Aslı	33	162

5. Aşağıdaki tabloda bir sporcu kafilesindeki sporcuların sayıları ve kütleleri verilmiştir. Kafileye sonradan 3 sporcu daha katılıyor. Katılan sporcuların kütle ortalaması 60 kg olduğuna göre bu sporcu kafilesinin yeni kütle ortalamasını bulunuz.

Tablo: Bir sporcu kafilesindeki sporcuların sayıları ve kütleleri

Kütle (kg)	Kişi sayısı
72	1
60	2
70	1
80	3
40	2

6. Aşağıdaki tabloda X, Y, Z, T ve V marka otomobillerin haftalık satış adetleri verilmiştir.

Tablo: X, Y, Z, T ve V marka otomobillerin haftalık satış adetleri

Markalar \ Günler	Pazartesi	Salı	Çarşamba	Perşembe	Cuma	Cumartesi	Pazar
X	4	3	4	4	2	5	7
Y	8	7	5	4	10	6	8
Z	4	6	4	1	5	7	8
T	10	7	9	4	8	10	6
V	6	6	5	4	7	9	5

Yukarıdaki tabloya göre her bir markaya ait satış sayılarının ortalamasını, tepe değerini ve ortanca değerini bularak aşağıdaki tabloyu doldurunuz.

Tablo: X, Y, Z, T ve V markalarının ortalama, tepe değer ve ortancaları

	X	Y	Z	T	V
Ortalama					
Tepe değer					
Ortanca					

7. Aşağıdaki cümleleri uygun ifadeler kullanarak tamamlayınız.

a. Bir veri grubu küçükten büyüğe doğru sıralandığında ortadaki değere .... adı verilir.

b. Bir veri grubunda verilerin toplamının veri sayısına bölümüne .... denir.

c. Bir veri grubunda **en çok** tekrar eden veriye .... denir.

8. Aşağıdaki tabloda bir sınıftaki öğrencilerin matematik dersinden aldıkları puanlar verilmiştir.

Tablo: Bir sınıftaki öğrencilerin matematik dersinden aldıkları puanların dağılımı

Öğrenci sayısı	1	2	1	4	1	3	3	5	3	2
Alınan puan	25	20	30	45	50	65	70	85	95	100

Tabloya göre;

a. Ortalamayı bulunuz.

b. Tepe değeri bulunuz.

c. Ortancayı bulunuz.

3. Bir Veri Grubuna Ait Daire Grafiği

Verilerin daire dilimlerine ayrılarak gösterimine **daire grafiği** adı verilir. Daire dilimleri belirlenirken dairenin merkez açı ölçüleri dikkate alınır. Daire grafiği, verilerin bir bütün içerisindeki oranları, yüzdeleri veya merkez açı ölçüleri gösterilerek oluşturulur.

Bir verinin bütün veri grubu içerisindeki oranını göstermek için daire grafiği kullanılır.

Her bir verinin bütün verilerin toplamına oranı hesaplanır. Daha sonra bunların daire içerisinde kapladığı yer işaretlenir.

1. Örnek

Aşağıdaki tabloda, dünya çay üretiminde en büyük paya sahip altı ülkenin adları ve bu ülkelerde üretilen çay miktarları verilmiştir.

Bu tabloya karşılık gelen daire grafiğini oluşturalım.

Tablo: Ülkelerin ürettikleri çay miktarları

Ülke	Üretim miktarı (bin ton)
Hindistan	910
Çin	686
Kenya	322
Sri Lanka	301
Endonezya	154
Türkiye	147
Toplam	**2520**

Çözüm

Her bir ülkenin ürettiği çay miktarının kaç derecelik daire dilimi olacağını bulalım.

Toplam çay üretimi 2520 x 1000 tondur.

Hindistan için daire dilimi

2520 ton — 360° ise

910 ton — x derece

D.O. $2520 \cdot x = 910 \cdot 360°$

$$x = \frac{910 \cdot 360°}{2520}$$

$x = 130°$ olur.

Çin için daire dilimi

2520 ton — 360° ise

686 ton — x derece

D.O. $$x = \frac{686 \cdot 360°}{2520}$$

$x = 98°$ olur.

Benzer şekilde devam edilirse

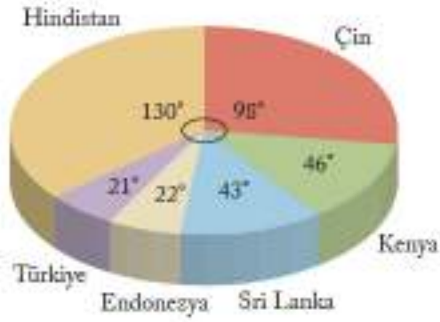
Kenya için daire dilimi $x = \dfrac{322 \cdot 360^\circ}{2520} = 46^\circ$ olur.

Sri Lanka için daire dilimi $x = \dfrac{301 \cdot 360^\circ}{2520} = 43^\circ$ olur.

Endonezya için daire dilimi $x = \dfrac{154 \cdot 360^\circ}{2520} = 22^\circ$ olur.

Türkiye için daire dilimi $x = \dfrac{147 \cdot 360^\circ}{2520} = 21^\circ$ olur.

Grafik: Ülkelerin ürettikleri çay miktarları



2. Örnek

Nilüfer, sınıfındaki 20 arkadaşına A, B, C ve D gazetelerinden hangisini okuduklarını sormuş ve sonuçları yandaki daire grafiğinde göstermiştir.

Türlerine göre okunan gazete sayılarını ve bunların daire grafiğindeki merkez açılarının ölçülerini bulalım.

Grafik: Okunan gazetelerin dağılımı

Çözüm

A gazetesini okuyanların sayısı

100'de — 40 ise
20'de — x'tir.

D. O. $\quad 100x = 20 \cdot 40$

$$\frac{\cancel{100}x}{\cancel{100}} = \frac{\overset{8}{\cancel{800}}}{\cancel{100}}$$

$x = 8$ olur.

B gazetesini okuyanların sayısı $\dfrac{\overset{5}{\cancel{20}} \cdot \overset{1}{\cancel{25}}}{\underset{4}{\cancel{100}}} = 5$ olur.

C gazetesini okuyanların sayısı $\dfrac{20 \cdot 20}{100} = \dfrac{\overset{4}{\cancel{400}}}{\cancel{100}} = 4$ olur.

D gazetesini okuyanların sayısı $\dfrac{20 \cdot 15}{100} = \dfrac{\overset{3}{\cancel{300}}}{\cancel{100}} = 3$ olur.

A gazetesini okuyanlara karşılık gelen daire dilimindeki merkez açının ölçüsü

20 öğrenciye — 360° karşılık gelirse
8 öğrenciye — x karşılık gelir.

D. O. $\quad 20 \cdot x = 8 \cdot 360^\circ$

$$\frac{\cancel{20}x}{\cancel{20}} = \frac{8 \cdot \overset{18^\circ}{\cancel{360^\circ}}}{\underset{1}{\cancel{20}}} = \frac{8 \cdot 18^\circ}{1}$$

$x = 144^\circ$ olur.

B gazetesini okuyanlar için daire diliminin açısı $\dfrac{5 \cdot \overset{18^\circ}{\cancel{360^\circ}}}{\underset{1}{\cancel{20}}} = \dfrac{5 \cdot 18^\circ}{1} = 90^\circ$ bulunur.

C gazetesini okuyanlar için daire diliminin açısı $\dfrac{4 \cdot \overset{18^\circ}{\cancel{360^\circ}}}{\underset{1}{\cancel{20}}} = \dfrac{4 \cdot 18^\circ}{1} = 72^\circ$ bulunur.

D gazetesini okuyanlar için daire diliminin açısı $\dfrac{3 \cdot \overset{18^\circ}{\cancel{360^\circ}}}{\underset{1}{\cancel{20}}} = 3 \cdot 18^\circ = 54^\circ$ bulunur.

Bulduğunuz bu değerlere göre aşağıdaki tabloyu doldurabiliriz.

Tablo: Okunan gazetelerin dağılımı

Okunan gazete ismi	Okur sayısı	Daire dilimindeki merkez açının ölçüsü
A	8	144°
B	5	90°
C	4	72°
D	3	54°
Toplam	20	360°

3. Örnek

18 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 12 tanesi kızdır. Bu sınıftaki öğrencilere ait daire grafiğini çizelim. Daire grafiğinde kız öğrencilere ait merkez açısının ölçüsünün kaç derece olacağını bulalım.

Çözüm

18 kişilik sınıf, dairesel grafikle gösterilirse dairenin tümü 360° olduğundan 1 kişi 360° : 18 = 20° lik merkez açı ile gösterilir.

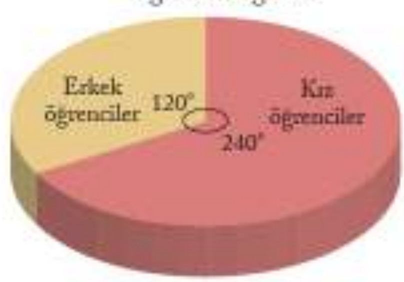
Bu sınıfta 12 tane kız öğrenci varsa 18 − 12 = 6 tane de erkek öğrenci vardır. Bu grafikte daire dilimlerinin merkez açıları,

kız öğrenciler için $12 \cdot 20^\circ = 240^\circ$ ile gösterilirken

erkek öğrenciler için $6 \cdot 20^\circ = 120^\circ$ ile gösterilir.

Bu verilere uygun dairesel grafik yandaki gibidir.

Grafik: Sınıftaki kız ve erkek öğrenci dağılımı



Grafikte de görüldüğü gibi kız öğrencilere karşılık gelen merkez açının ölçüsü 240° dir.

4. Örnek

Bir oteldeki turistlerin 18 tanesi Endonezyalı, 27 tanesi Japon, 15 tanesi de Güney Korelidir. Buna göre turistlere ait daire dilimlerinin merkez açılarının ölçülerini bularak bu oteldeki turistlerin dağılımını gösteren daire grafiğini oluşturunuz.

Çözüm

Otelde toplam $18 + 27 + 15 = 60$ turist vardır.

Dairenin toplam merkez açısı 360° olduğundan

1 turist $360^\circ : 60 = 6^\circ$ lik merkez açı ile gösterilir.

Bu daire grafiğinde;

Endonezyalı turistlere ait daire diliminin merkez açısı

$18 \cdot 6^\circ = 108^\circ$,

Japon turistlere ait daire diliminin merkez açısı

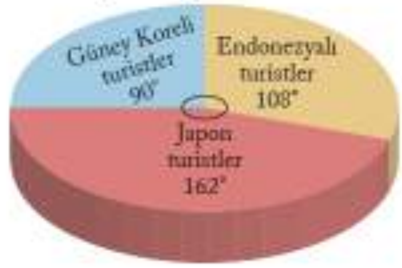
$27 \cdot 6^\circ = 162^\circ$ ve

Güney Koreli turistlere ait daire diliminin merkez açısı

$15 \cdot 6^\circ = 90^\circ$ ile gösterilir.

Bu verilere uygun daire grafiği yandaki gibidir.

Grafik: Bir oteldeki turistlerin ülkelere göre dağılımı



5. Örnek

Bosna Hersek, Hırvatistan ve Türkiye'den toplam 72 sporcunun katıldığı bir şampiyonadaki sporcuların ülkelere göre dağılımı yandaki daire grafiğinde gösterilmiştir. Grafiğe göre şampiyonaya katılan ülkelerin sporcularının sayısını bulunuz.

Grafik: Bir şampiyonadaki sporcuların ülkelere göre dağılımı

Çözüm

Daire grafiğinin tümü 360° olduğundan

1 sporcu, $360^\circ : 72 = 5^\circ$ lik merkez açı ile gösterilir.

Şampiyonadaki Türk sporcuların sayısı şöyle bulunur:

360° ile gösterilen sporcu sayısı — 72 ise

140° ile gösterilen sporcu sayısı — x'tir.

D. O. $360^\circ \cdot x = 140^\circ \cdot 72$

$$\frac{\cancel{360^\circ}\, x}{\cancel{360^\circ}} = \frac{140^\circ \cdot \overset{1}{\cancel{72}}}{\underset{5^\circ}{\cancel{360^\circ}}}$$

$$x = \frac{140^\circ \cdot 1}{5^\circ}$$

$x = 28$ olur. Hırvat sporcuların sayısı $\frac{\overset{1}{\cancel{120^\circ}} \cdot 72}{\underset{3}{\cancel{360^\circ}}} = \frac{72}{3} = 24$,

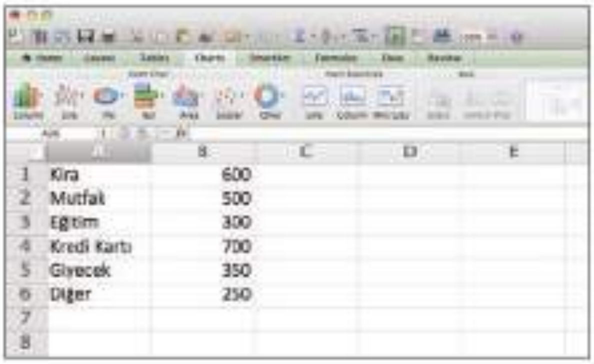
Bosna Hersekli sporcuların sayısı da $\frac{100^\circ \cdot \overset{1}{\cancel{72}}}{\underset{5^\circ}{\cancel{360^\circ}}} = \frac{100^\circ \cdot 1}{5^\circ} = 20$ olarak bulunur.

Yandaki tabloda ayda 2700 TL kazanan bir kişinin aylık giderleri verilmiştir. Bu verilere ait daire grafiğini bir bilgisayar yazılım programında çiziniz.

"A" sütununa aylık giderleri, "B" sütununa ödenen parayı yazınız.

Tablo: Bir kişinin aylık giderleri

Aylık giderler	Ödenen para (TL)
Kira	₺ 600
Mutfak	₺ 500
Eğitim	₺ 300
Kredi kartı	₺ 700
Giyecek	₺ 350
Diğer	₺ 250
Toplam	**₺ 2700**



Verileri seçerek "Pie" (Grafik) menüsünden "3-D Pie" (3 boyut) sekmesine tıklayınız. Aşağıdaki daire grafiğini elde ederiz.

ALIŞTIRMALAR

1. Yandaki grafik, bir ailenin aylık harcamalarını göstermektedir. Bu ailenin aylık kira gideri 600 TL olduğuna göre ailenin aylık yiyecek gideri kaç TL'dir?

Grafik: Bir ailenin aylık harcamaları

2. 30 kişilik bir sınıftaki öğrencilerin 24 tanesi erkektir. Bu sınıftaki öğrenciler dairesel grafik ile gösterilirse erkek öğrencilere ait daire diliminin merkez açısının ölçüsü kaç derece olur?

3. Bir oteldeki turistlerin 20 tanesi Afrikalı, 15 tanesi Amerikalı, 10 tanesi de Avustralyalıdır. Bu oteldeki turistlerin sayısını gösteren daire grafiğini çiziniz.

4. Yandaki tablo, Zeynep'in yıllık okul giderlerini göstermektedir. Buna göre;
   a. Zeynep'in yıllık giderlerinin yandaki tabloya göre daire grafiğini çiziniz.
   b. Zeynep'in kitap için harcadığı paranın tüm giderlerinin yüzde kaçını oluşturduğunu bulunuz.

Tablo: Zeynep'in yıllık okul giderleri

Harcamalar	Ödenen para (TL)
Kitap	₺ 324
Defter	₺ 180
Giyim	₺ 576
Yemek	₺ 1080
Toplam	

5. 180 kişilik bir öğrenci grubuna en çok hangi derste daha başarılı oldukları sorulmuştur. Alınan cevaplara göre yandaki daire grafiği oluşturulmuştur.
   a. Matematik dersinde kaç öğrenci başarılıdır?
   b. Türkçe dersinde başarılı olan öğrenci sayısı, sosyal bilgiler dersinde başarılı olan öğrenci sayısından kaç fazladır?

6. Yanda 36 erkek öğrencinin bulunduğu bir sınıfa ait daire grafiği verilmiştir.

a. Sınıftaki kız öğrencilerin sayısını bulunuz.

b. Sınıftaki kız ve erkek öğrencilerin daire grafiğindeki yüzdelerini bulunuz.

Grafik: Bir sınıftaki kız ve erkek öğrencilerin dağılımı

7. Bir sporcu kafilesiyle ilgili yandaki tabloyu inceleyiniz. Tabloda boş bırakılan yerleri doldurunuz. Tablodaki verilere göre bu kafileye ait daire grafiğini çiziniz.

Tablo: Sporcu kafilesindeki sporcuların branşlara göre dağılımı

Spor branşları	Sporcu sayısı	Merkez açı
Futbol	360	
Basketbol	180	
Voleybol	90	
Yüzme	60	
Tenis	30	
Toplam	720	360°

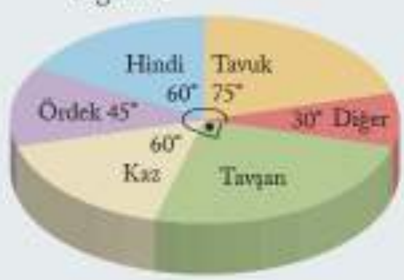
8. Yandaki grafik, bir gruptaki gözlüklü ve gözlüksüz öğrenci dağılımını göstermektedir. Bu grupta 72 tane gözlüksüz öğrenci olduğuna göre kaç tane gözlüklü öğrencinin olduğunu bulunuz.

Grafik: Bir gruptaki gözlüklü ve gözlüksüz öğrenci dağılımı

9. 45 kişilik bir turist kafilesinde bulunanların 27 tanesi kadındır. Bu kafiledekilere ait veriler daire grafiğiyle gösterilmek isteniyor. Bu grafikte kadınlara ait daire diliminin merkez açısının ölçüsünü bulunuz.

10. Yanda bir çiftlikte yetiştirilen kümes hayvanlarının sayılarına ait daire diliminin merkez açılarını gösteren daire grafiği verilmiştir. Kümesteki ördeklerin sayısının 9 olduğu biliniyor. Buna göre kümesteki diğer hayvanların sayısının kaç olduğunu bulunuz.

Grafik: Çiftlikteki kümes hayvanlarının dağılımı



4. Verilerin Uygunluğuna Göre Grafik Çeşitleri

Her bir verinin miktarını göstermek ve veriler arası karşılaştırma yapmak için sütun, daire veya çizgi grafiği çizeceğiz. Bu grafikler arasında uygun dönüşümler yapacağız.

1. Örnek

Bir oteldeki turistlerin 40 tanesi Rus, 20 tanesi Kazak, 10 tanesi İspanyol ve 50 tanesi İngiliz uyrukludur. Bu durumu grafik ile göstermeye çalışalım.

Çözüm

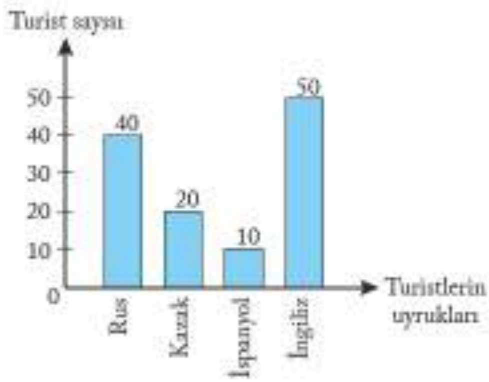
Bu tür sorularda hataya sebep olacağından çizgi grafiği gösterimi uygun değildir.

Burada sütun grafiği ve daire grafiği gösterimleri daha uygundur.

Tablo: Oteldeki turistlerin uyruklarına göre sayılarını gösteren sıklık tablosu

Oteldeki turistlerin uyrukları	**Turistlerin sayısı**
Rus	40
Kazak	20
İspanyol	10
İngiliz	50
Toplam	120

Grafik: Oteldeki turistlerin uyruklarına göre sayıları



Grafik: Oteldeki turistlerin uyruklarına göre dağılımı

Daire grafiğinde;

Rus turistlere ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{40 \cdot 360^\circ}{120} = 120^\circ$,

Kazak turistlere ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{20 \cdot 360^\circ}{120} = 60^\circ$,

İspanyol turistlere ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{10 \cdot 360^\circ}{120} = 30^\circ$,

İngiliz turistlere ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{50 \cdot 360^\circ}{120} = 150^\circ$ olur.

Bu tür sorularda verilerin bütünün içindeki yüzdeleri bulunurken sütun grafiği ve daire grafiği gösterimleri daha uygundur.

Toplanan bilgilerin sütun şeklindeki grafik ile gösterilmesine **sütun grafiği** denir.

Sütun grafiğinde iki eksen vardır. Yatay ve dikey eksende ölçülen değerlerin birbirine göre durumları sütunlarla (çubuklarla) belirtilir. Sütunlar dikey olabileceği gibi yatay da olabilir. Sütunların genişlikleri ile aralarındaki boşluklar da eşit olmalıdır.

2. Örnek

Bir öğretmen öğrencilerine bir anket uyguluyor. Bu anket sonucunda elde edilen veriler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo: Öğrencilerin başarılı olduğu dersler

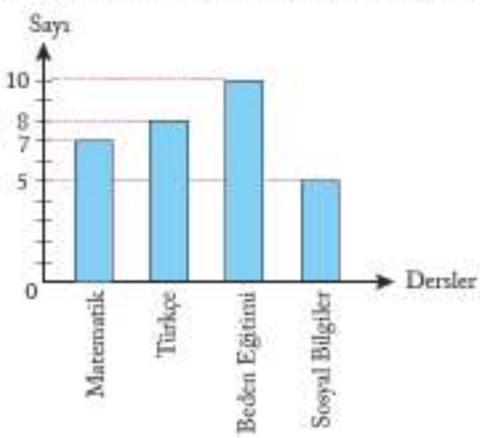
Dersler	Sayı
Matematik	7
Türkçe	8
Beden Eğitimi	10
Sosyal Bilgiler	5

Bu verilere ait uygun grafiği çizelim.

Çözüm

Burada sütun grafiği ve daire grafiği gösterimlerini kullanmak daha uygun olacaktır.

Grafik: Öğrencilerin başarılı olduğu dersler



Daire grafiğinde;

matematik dersine ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{7 \cdot 360^\circ}{30} = 84^\circ$,

Türkçe dersine ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{8 \cdot 360^\circ}{30} = 96^\circ$,

beden eğitimi dersine ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{10 \cdot 360^\circ}{30} = 120^\circ$,

sosyal bilgiler dersine ait daire diliminin merkez açısı $\dfrac{5 \cdot 360^\circ}{30} = 60^\circ$ olur.

Grafik: Öğrencilerin sevdiği derslerin dağılımı

3. Örnek

Aşağıdaki tabloda A ili için hafta boyunca m^2 ye düşen yağış miktarları verilmiştir. Tablodaki verilere ait en uygun grafiği çizelim.

Tablo: A ilinin haftalık yağış miktarı

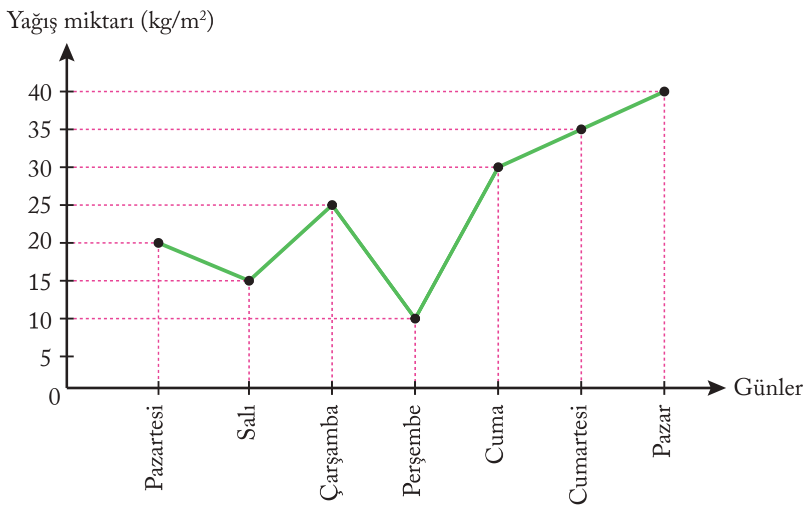
Günler	Yağış miktarı (kg/m^2)
Pazartesi	20
Salı	15
Çarşamba	25
Perşembe	10
Cuma	30
Cumartesi	35
Pazar	40

Çözüm

Grafikte günleri yatay eksene, yağış miktarını dikey eksene yerleştirelim.

Bu verilere ait en uygun grafik türü çizgi grafiğidir.

Grafik: A ilinin haftalık yağış miktarı



4. Örnek

Aşağıdaki tabloda dünya atmosferinde bulunan gazların yüzdelik oranları verilmiştir. Tablodaki verilere ait en uygun grafiği çizelim.

Tablo: Dünya atmosferinde bulunan gazların yüzdelik oranları

Gazlar	Oranlar (%)
Oksijen	21
Azot	78
Diğer gazlar	1

Çözüm

Bizden bir verinin bütün veriler içindeki yüzdesi istendiğinden burada daire grafiği çizmemiz uygun olacaktır.

Bu tür sorularda çizgi grafiği ve sütun grafiği gösterimleri hatalara neden olabilir.

Grafik: Dünya atmosferinde bulunan gazların yüzdelik oranları

Sıra Sizde

Aşağıdaki tabloda bir sınıfta sosyal etkinlik olarak halk oyunlarını seçen öğrencilerin sayıları verilmiştir.

Tablo: Halk oyunlarını seçen öğrenci sayıları

Halk oyunları	Öğrenci sayısı
Horon	6
Kafkas	9
Zeybek	5
Çaydaçıra	4

Bu verilere ait en uygun grafiği çiziniz.

Bulunduğunuz bölgede hangi halk oyunları oynanmaktadır? Açıklayınız.

ALIŞTIRMALAR

1. Aşağıdaki cümleleri uygun ifadeler kullanarak tamamlayınız.

a. Bir gruptaki insanların yaşlarını göstermek için .... grafiği kullanılır.

b. İki ve ikiden fazla verinin sayı yüzdesini göstermek için .... grafiği kullanılır.

c. Bir coğrafi bölgenin bir haftalık sıcaklık değişimini göstermek için .... grafiği kullanılır.

ç. Bir verinin bütün içindeki yüzdesini göstermek için .... grafiği kullanılır.

d. Bir öğrencinin girmiş olduğu dört sınavın sonuçlarını göstermek için .... grafiği kullanılır.

e. Bir ülkenin son on yıldaki nüfus değişimini göstermek için .... grafiği kullanılır.

2. Yandaki tablo Boğaziçi Mahallesi'nin muhtarlık seçimi öncesinde yapılan ankette muhtar adaylarının aldıkları oyları göstermektedir.

Tablodaki verilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a. Muhtar olmaya en yakın aday kimdir?

b. Ankette 20 kararsız oy çıkmıştır. Kararsızların oyları tabloya yayılırsa muhtar olmaya en yakın iki aday kimlerdir (Kararsız oylar adaylara eşit olarak yansıtılacaktır)?

c. Bu durumda şansı olmayan aday ya da adaylar kimlerdir? Açıklayınız.

Tablo: Boğaziçi Mahallesi'nin muhtarlık seçimi öncesi anket sonuçları

Aday	Adayın aldığı oy
A	112
B	118
C	147
D	137
E	102

3. Fuat Bey, bahçesine bir ladin fidanı dikiyor. Bu ladin fidanının yıllara göre boyunun değişimi yandaki tabloda verilmiştir.

a. Tablodaki verilere uygun bir çizgi grafiği çiziniz.

b. Tablodaki verilere göre bir sütun ve daire grafiği çizebilir misiniz? Açıklayınız.

c. Ladin fidanının 10 yıl sonraki boyunu tahmin ediniz.

Tablo: Ladin fidanının yıllara göre boy uzunluğu

Yıllar	Fidanın boyu (cm)
1	18
2	28
3	43
4	63
5	88

4. Bir kişinin aralık ayında kredi kartı ile yaptığı harcamalar yandaki tabloda verilmiştir.

a. Her bir harcamanın tüm harcamalar içindeki yüzdesini bulunuz.

b. Aralık ayı harcamalarını daire grafiği üzerinde gösteriniz.

c. Bu kişinin harcamaları başka hangi grafik türü ile gösterilebilir?

Tablo: Kredi kartından aralık ayı harcamaları

Harcamanın cinsi	Harcanan para (TL)
Kira	₺1000
Gıda	₺1400
Giyim	₺880
Eğitim	₺600
Diğer	₺120

5. Yandaki tabloda dört öğrencinin bir yıl içerisinde bir huzurevine yaptığı ziyaret sayıları verilmiştir. Bu verilere ait uygun grafikleri çiziniz.

Tablo: Bir huzurevini ziyaret eden öğrenci sayısı

Öğrenciler	Ziyaret sayısı
Nihan	10
Zafer	8
Sevgi	6
Cemil	12

B. CİSİMLERİN FARKLI YÖNLERDEN GÖRÜNÜMLERİ

Hazırlık

• Genel Ağ'dan (İnternet) yaşadığınız bölgenin uydu görüntüsünü elde etmeye çalışınız.

• Evinizin farklı yönlerden görünümlerini çiziniz.

1. Üç Boyutlu Cisimlerin Farklı Yönlerden İki Boyutlu Görünümleri

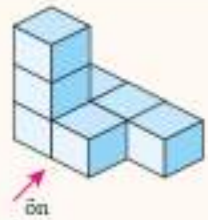
Motivasyon

Yanda birim küplerle oluşturulmuş bir yapı verilmiştir.

Bu yapı kaç birim küpten oluşturulmuştur?

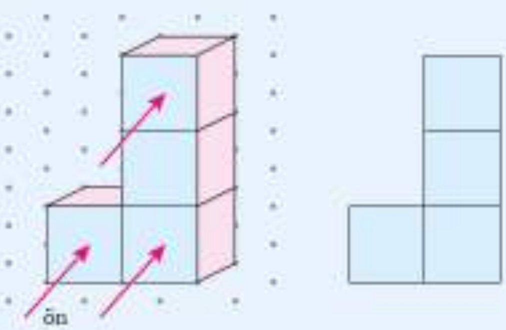
Bu yapıya önden baktığınızda gördüğünüz yüzey alanı kaç br^2 dir?

Yandaki cismin önden görünümünü çiziniz.



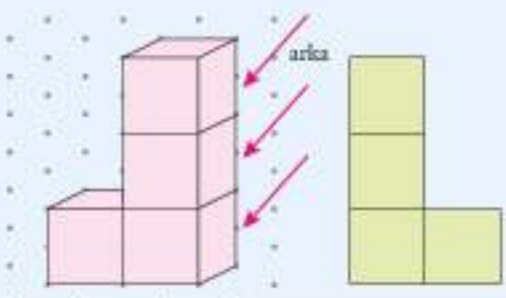
Verilen bir yapının herhangi bir yönden görünümü çizilirken bakış açısına dik yüzeyler çizilir.

a. Önden Görünüm



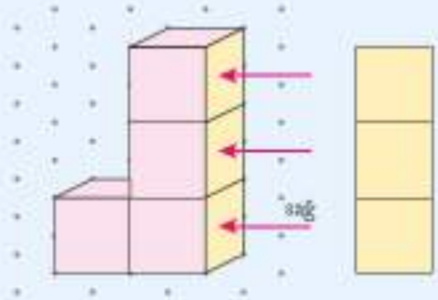
Yandaki birim küplerden oluşan yapının önden görünümü yapının sağındaki iki boyutlu çizimde gösterilmiştir.

b. Arkadan Görünüm



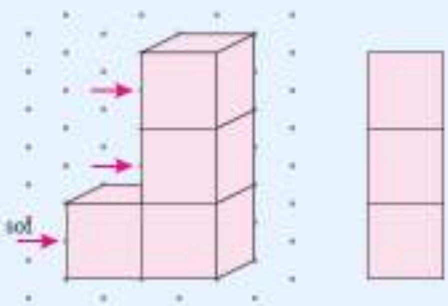
Yandaki birim küplerden oluşan yapının arkadan görünümü yapının sağındaki iki boyutlu çizimde gösterilmiştir.

c. Sağdan Görünüm



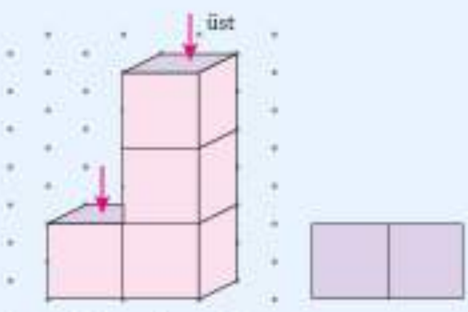
Yandaki birim küplerden oluşan yapının sağdan görünümü yapının sağındaki iki boyutlu çizimde gösterilmiştir.

ç. Soldan Görünüm



Yandaki birim küplerden oluşan yapının soldan görünümü yapının sağındaki iki boyutlu çizimde gösterilmiştir.

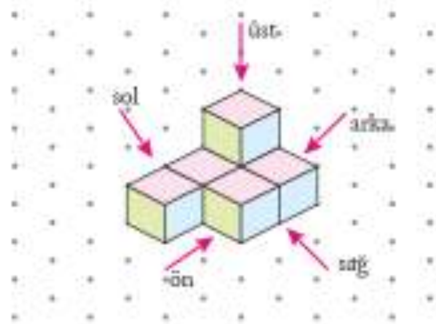
d. Üstten Görünüm



Yandaki birim küplerden oluşan yapının üstten görünümü yapının sağındaki iki boyutlu çizimde gösterilmiştir.

Yukarıdaki görüntü çizimlerine bakıldığında eş birim küplerden oluşan yapıların önden ve arkadan görünümlerinin iki boyutlu çizimlerinin birbirine eş ve simetrik oldukları görülür. Yine aynı şekilde yapıların sağdan ve soldan görünümlerinin iki boyutlu çizimlerinin birbirine eş ve simetrik oldukları görülür.

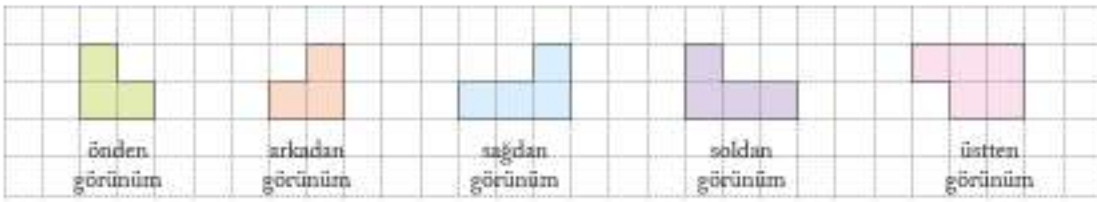
1. Örnek



Yanda verilen eş birim küplerden oluşan yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümlerini kareli kâğıt üzerine çizelim. İki boyutlu bu yapıları birbirleriyle karşılaştıralım.

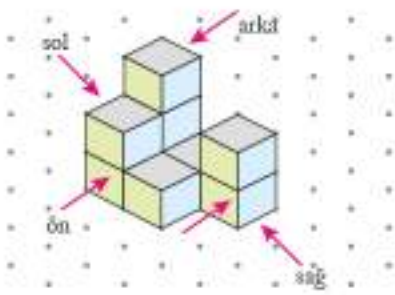
Çözüm

Birim küplerden oluşan üstteki üç boyutlu yapının önden arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümlerinin iki boyutlu çizimleri aşağıdaki gibidir.



Yukarıdaki iki boyutlu çizimleri incelediğimizde yapının önden ve arkadan görünümlerinin birbirine eş ve simetrik olduğu görülmektedir. Aynı şekilde yapının sağdan ve soldan görünümleri de birbirine eş ve simetriktir.

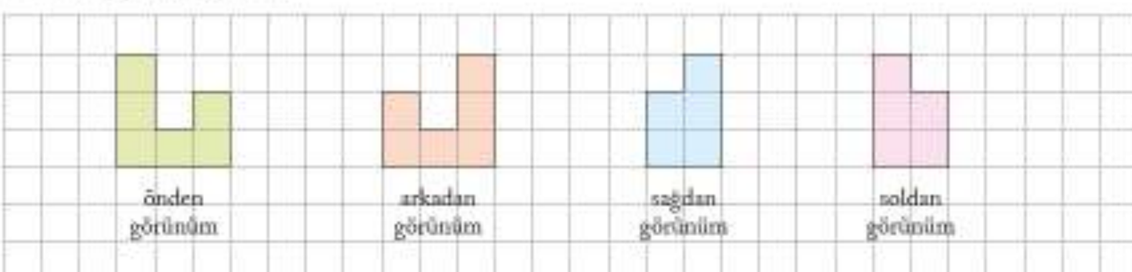
2. Örnek



Yanda verilen eş birim küplerden oluşan yapının önden, arkadan, sağdan ve soldan görünümlerinin iki boyutlu çizimlerini birbirleriyle karşılaştıralım.

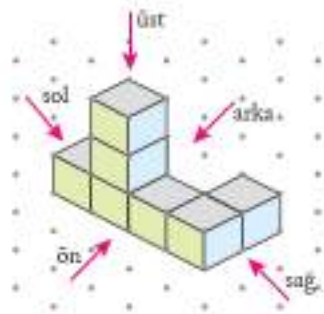
Çözüm

Birim küplerden oluşan yukarıdaki yapının önden, arkadan, sağdan, soldan görünümlerinin iki boyutlu çizimleri aşağıdaki gibidir.



İki boyutlu çizimleri incelediğimizde yapının önden ve arkadan, sağdan ve soldan görünümlerinin iki boyutlu çizimlerinin birbirine eş ve simetrik oldukları görülür.

3. Örnek



Yanda verilen eş birim küplerden oluşan yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümlerini çizelim.

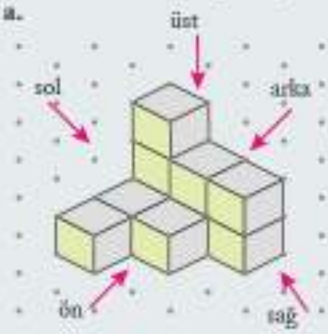
Çözüm

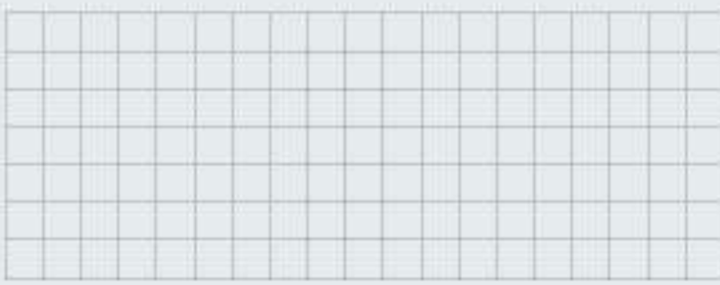
Birim küplerden oluşan yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümlerinin iki boyutlu çizimleri aşağıdaki gibidir.

ALIŞTIRMALAR

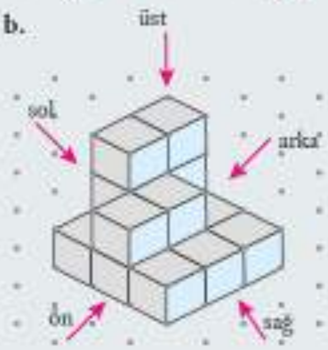
1. Aşağıda verilen eş birim küplerden oluşan yapının önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümlerini kareli kâğıda çiziniz.

a.

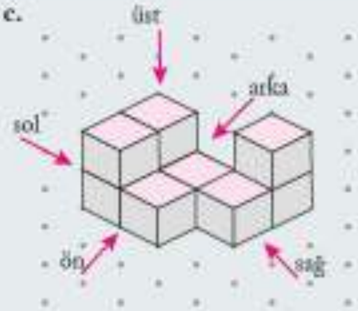




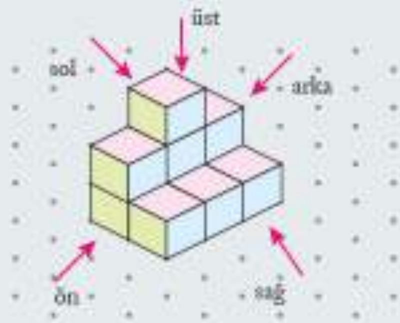
b.



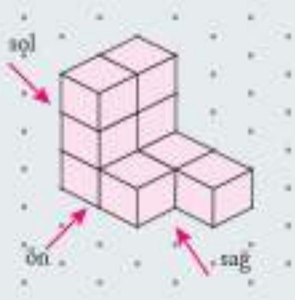
c.



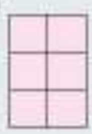
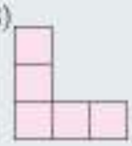
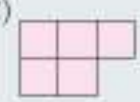
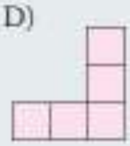
2. Yanda verilen eş birim küplerden oluşan yapının sağdan, soldan, önden, arkadan ve üstten görünümlerinin iki boyutlu çizimlerini aşağıdaki kareli kâğıda çiziniz.



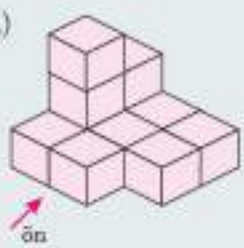
önden görünüm | arkadan görünüm | sağdan görünüm | soldan görünüm | üstten görünüm

3. 

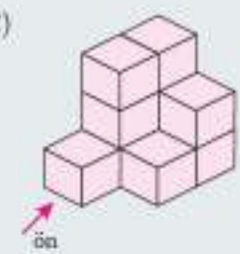
Yanda verilen eş birim küplerden oluşan yapının soldan görünümü aşağıdakilerden hangisidir?

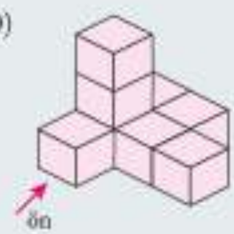
A) 
B) 
C) 
D) 

4. Aşağıda verilen eş birim küplerden oluşan yapılardan hangisinin önden görünümü diğerlerinden farklıdır?

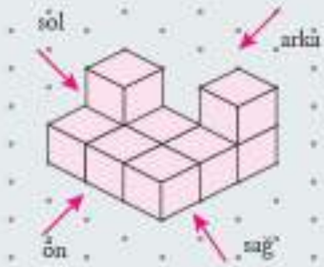
A) 

B) 

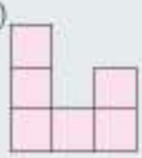
C) 

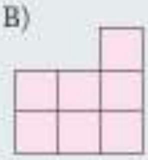
D) 

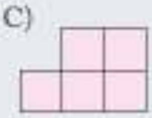
5.

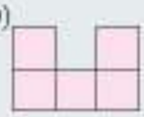


Aşağıdakilerden hangisi yanda verilen eş birim küplerden oluşan yapının herhangi bir yönden görünümü <u>olamaz</u>?

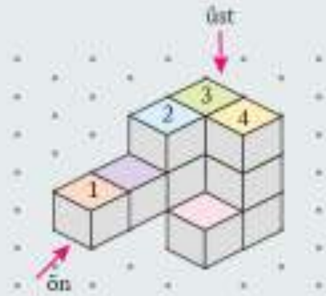
A)


B)


C)


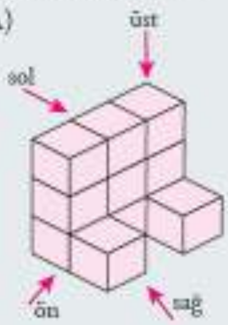
D)


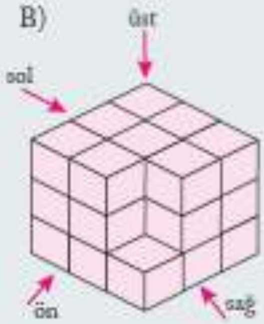
6. Yanda eş birim küplerden oluşan yapı verilmiştir. Numaralı küplerden hangisini çıkarırsanız yapının üstten görünümü değişir?

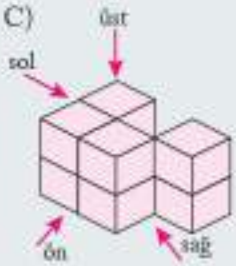


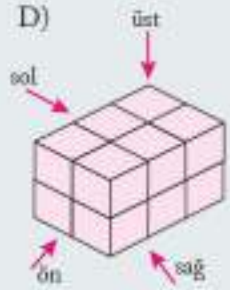
A) 4
B) 3
C) 2
D) 1

7. Aşağıdaki eş birim küplerden oluşan yapılardan hangisinin önden, arkadan, sağdan, soldan ve üstten görünümü aynıdır?

A)


B)


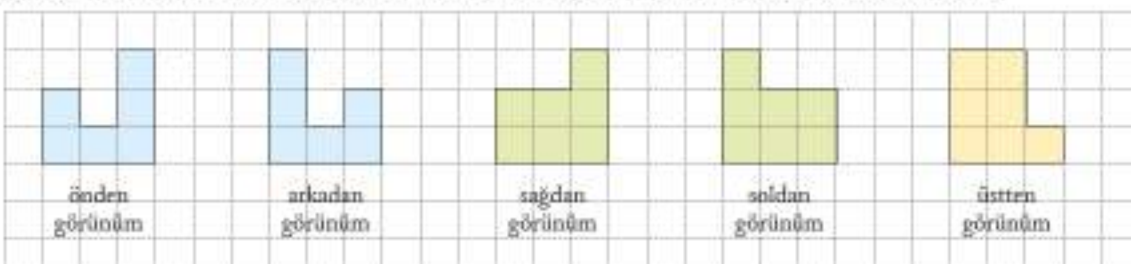
C)


D)


2. Farklı Yönlerden Görünümleri Verilen Yapıyı Oluşturma

1. Örnek

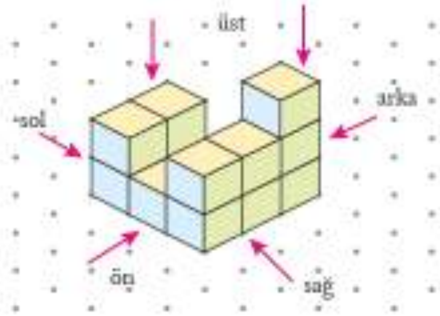
Aşağıda kareli kâğıt üzerinde görünümleri verilen yapıyı izometrik kâğıt üzerinde çizelim.



Çözüm

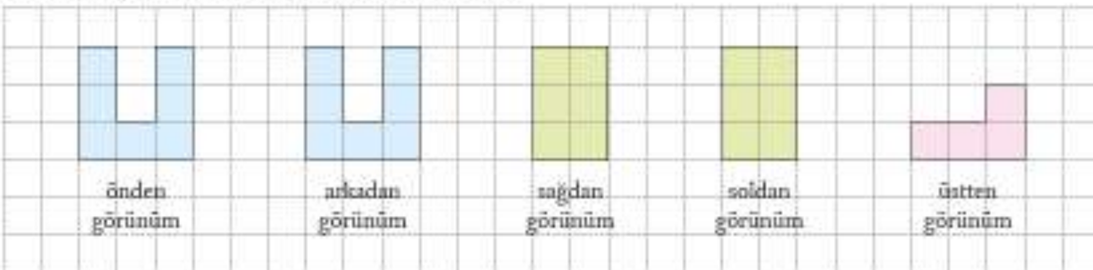
Eş küplerle oluşturulan yapıların önden ve arkadan görünümlerinin simetrik olduğunu biliyoruz. Bu nedenle kareli kâğıttaki görünümlerde önden ve arkadan olanlar aynı renk ile gösterilmiştir.

Görünümleri verilen yapı yanda 13 eş küple oluşturulmuştur.



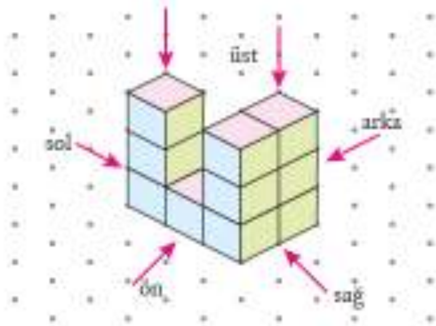
2. Örnek

Aşağıda kareli kâğıt üzerinde bir yapının sağdan, soldan, önden, arkadan ve üstten görünümleri verilmiştir. Bu yapıyı izometrik kâğıt üzerinde çizelim.



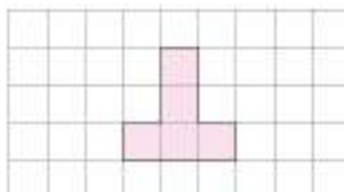
Çözüm

Görünümleri verilen yapı yanda 10 eş küple oluşturulmuştur.

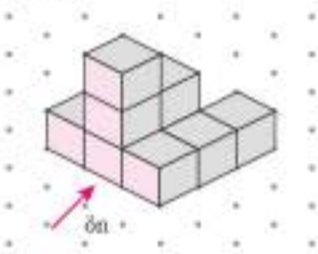


3. Örnek

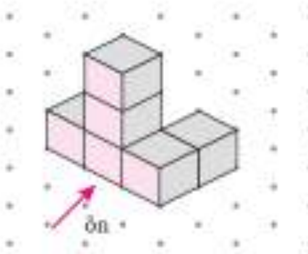
Yanda kareli kâğıt üzerinde önden görünümü verilen yapının aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri olduğunu bulalım.



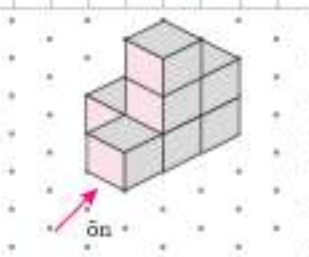
Çözüm



1. şekil



2. şekil

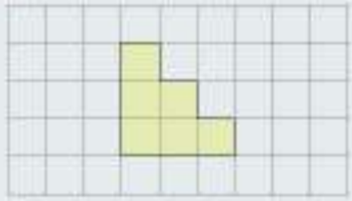


3. şekil

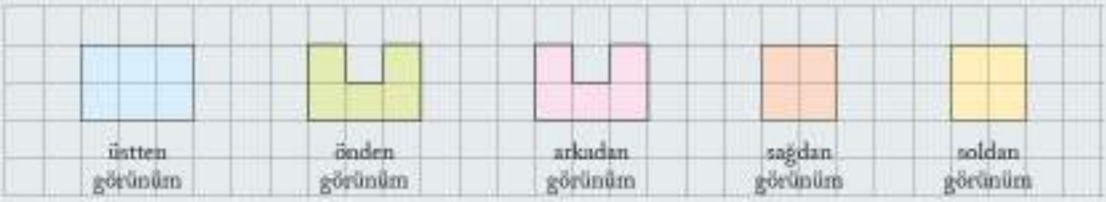
Kareli kâğıtta önden görünümü verilen yapı, birim küplerden oluşmuş 1 ve 2. şeklin önden görünümüdür.

ALIŞTIRMALAR

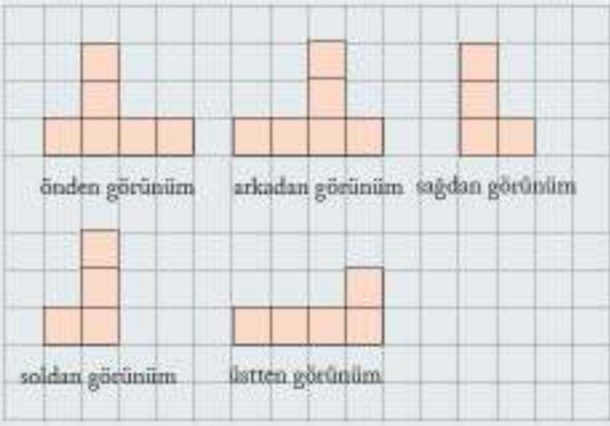
1. Yandaki kareli kâğıt üzerinde üstten görünümü verilen iki boyutlu çizimin birim küplerle oluşturulan yapısının bir tanesini izometrik kâğıda çiziniz.

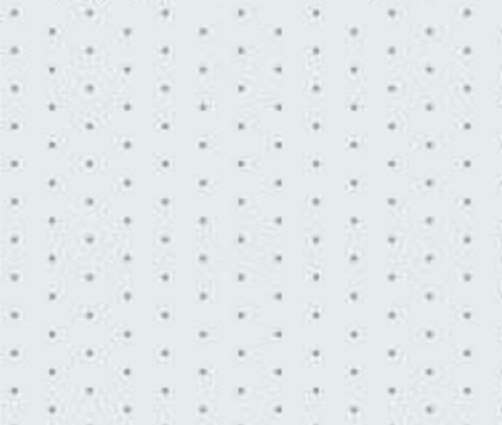


2. Aşağıda iki boyutlu görünümleri verilen yapıyı izometrik kâğıda çiziniz.

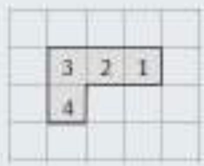


3. Aşağıda önden, arkadan, sağdan ve soldan görüntüsü verilen yapıyı aşağıdaki izometrik kâğıda çiziniz.





4. Yandaki şekilde bir yapının üstten görünümü veriliyor. Karelerin içindeki sayılar birim küp sayısını gösterdiğine göre bu yapı aşağıdakilerden hangisi olabilir?



A)


B)


C)


D)


6. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARI

1. Yandaki daire grafiğinde bir okulun bölümlerindeki öğrencilerin dağılımları verilmiştir. Buna göre aşağıdaki cümlelerden doğru olanların önündeki kutucuğa "D", yanlış olanların önündeki kutucuğa "Y" yazınız.

Grafik: Bir okulun bölümlerindeki öğrenci dağılımı

a. ☐ Daire grafiğinde metal bölümünün merkez açısı yaklaşık 79° dir.

b. ☐ Daire grafiğinde mobilya bölümünün merkez açısı 17° dir.

c. ☐ İnşaat bölümünde 350 öğrenci varsa okuldaki toplam öğrenci sayısı 1250'dir.

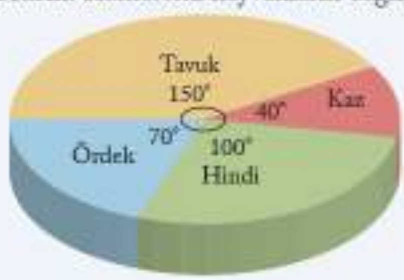
ç. ☐ Daire grafiğinde bilgisayar bölümünün merkez açısı 120° dir.

2. Yandaki grafikte Yaşar Bey'in yetiştirdiği kümes hayvanlarının dağılımı gösterilmiştir. Kümesteki tüm hayvanların sayısı 180 olduğuna göre kümesteki tavukların sayısı kaçtır?

A) 75 B) 70

C) 60 D) 48

Grafik: Kümesteki hayvanların dağılımı



3. 10, 13, 19, 22, 12, 11, 15, 17, 14 sayılarından oluşan veri grubunun ortancası kaçtır?

A) 22 B) 15 C) 14 D) 10

4. Yandaki grafikte bir ilimizin haftalık sıcaklık değişimi verilmiştir. Grafiğe göre aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

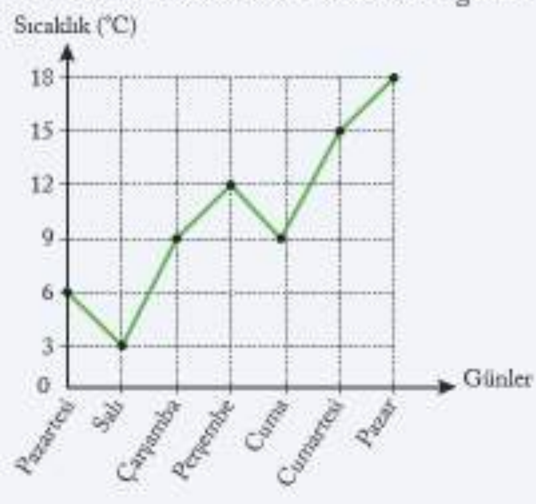
A) Haftanın en soğuk günü salı günüdür.

B) Haftanın en sıcak günü pazar günüdür.

C) Perşembe günü sıcaklık değeri, pazar ve pazartesi günlerindeki sıcaklık değerleri farkına eşittir.

D) Pazartesi ve cuma günlerindeki sıcaklık değerleri toplamı 18 °C'tur.

Grafik: Bir ilimizin haftalık sıcaklık dağılımı



5. Yandaki grafikte bir sınıftaki öğrencilerin Türkçe dersinden aldıkları puanlar gösterilmektedir. Grafiğe göre aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

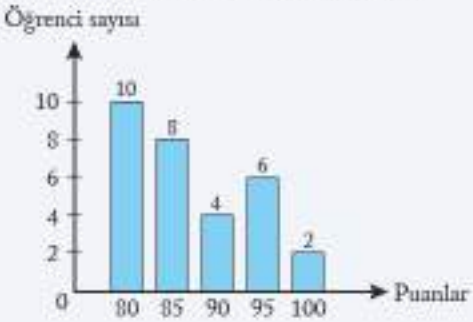
A) Sınıfta 90 ve 100 puan alan öğrenci sayısı eşittir.

B) 80 alan öğrenci sayısı, 95 puan alan öğrenci sayısından fazladır.

C) Sınıf mevcudu 30 kişidir.

D) 95 puan alan öğrenci sayısı, 100 puan alan öğrenci sayısının 3 katıdır.

Grafik: Bir sınıftaki öğrencilerin Türkçe dersinden aldıkları puanlar



6. 1, 5, 7, 6, 12, 5, 16, 14, 5, 9, 12, 20 sayılarından oluşan veri grubunun tepe değeri kaçtır?

A) 1 B) 5 C) 12 D) 20

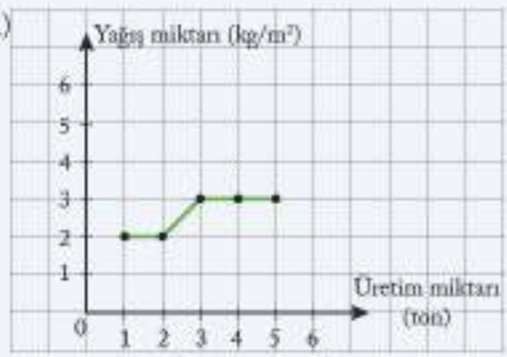
7. Yaş ortalaması 50 olan 5 kişilik bir gruba, yaşı 26 olan bir kişi daha katılırsa grubun yeni yaş ortalaması kaç olur?

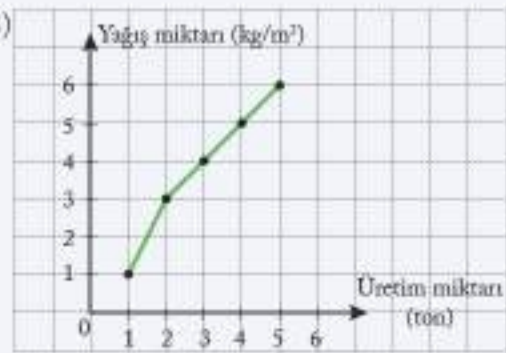
A) 76 B) 54 C) 48 D) 46

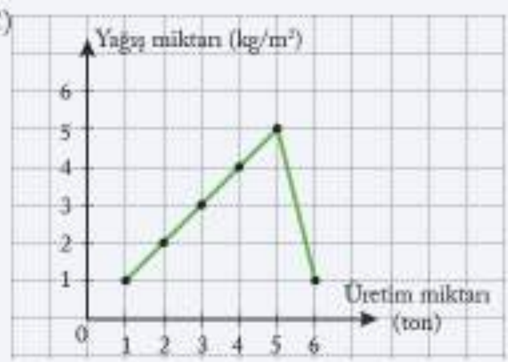
8. Yandaki tabloda metrekareye düşen aylık ortalama yağış miktarına karşılık elde edilen ürünün üretim miktarı verilmiştir. Verilere ait çizgi grafiği aşağıdakilerin hangisinde doğru verilmiştir?

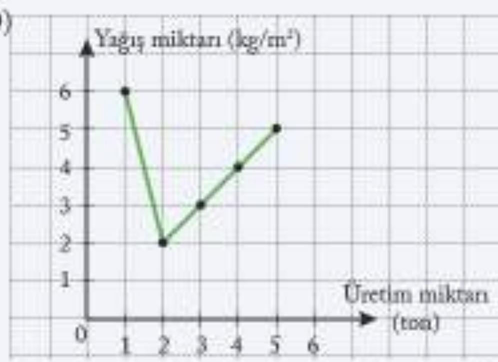
Tablo: Metrekareye düşen aylık ortalama yağış miktarına karşılık elde edilen ürünün üretim miktarı

Yağış miktarı (kg /m^2)	6	2	3	4	5
Üretim miktarı (ton)	1	2	3	4	5

A)


B)


C)


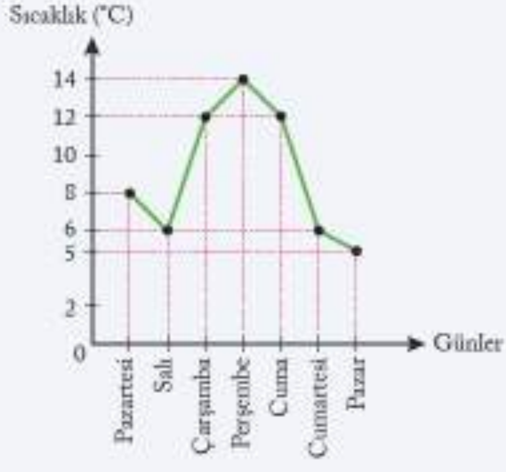
D)


9. Yandaki grafik bir ildeki haftalık sıcaklık değişimini göstermektedir. Buna göre bu ildeki bir haftalık sıcaklık ortalaması kaç derecedir?

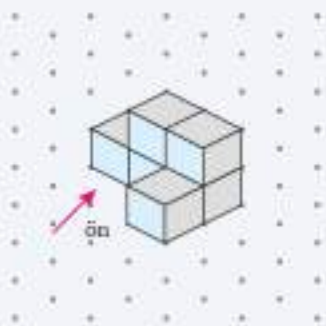
A) 7 B) 8

C) 9 D) 11

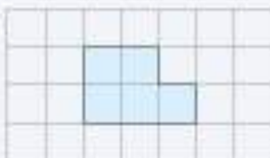
Grafik: Bir ildeki haftalık sıcaklık değişimi

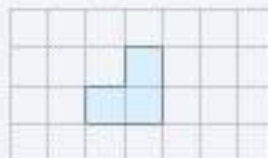


10.



Yanda verilen birim küplerden oluşan yapının önden görünümü aşağıdakilerden hangisidir?

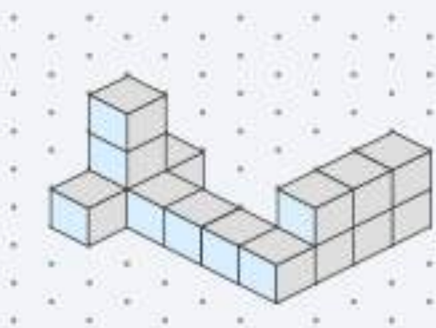
A)


B)


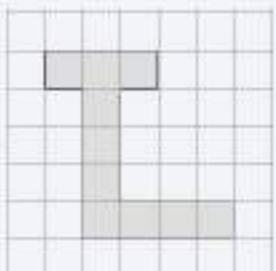
C)


D)

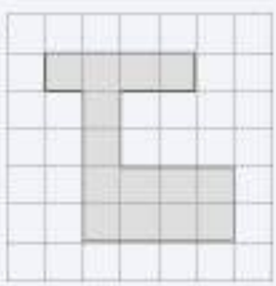

11. Yanda birim küplerden oluşan yapının üstten görünümü aşağıdakilerden hangisidir?

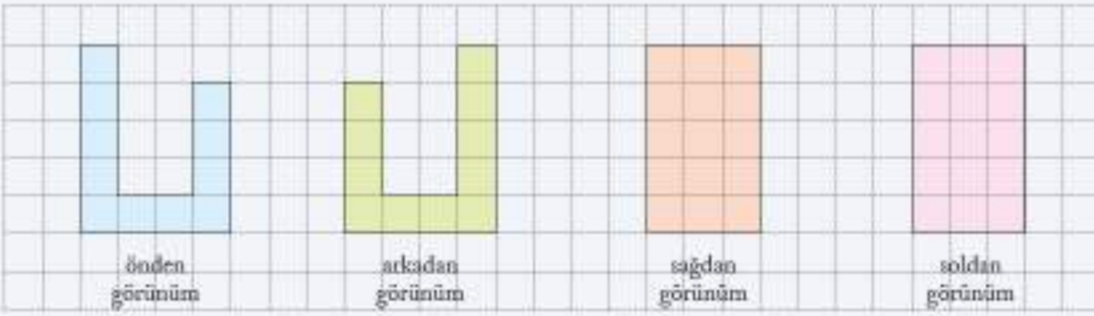


A)

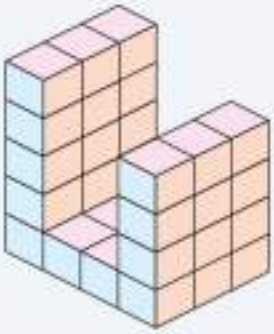

B)


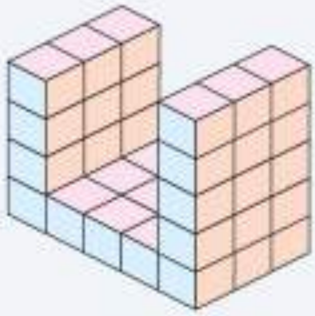
C)

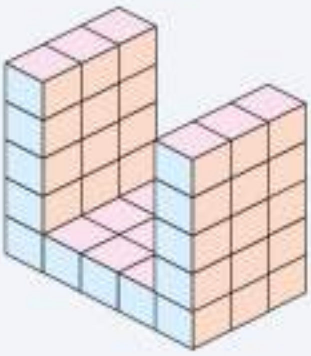

D)


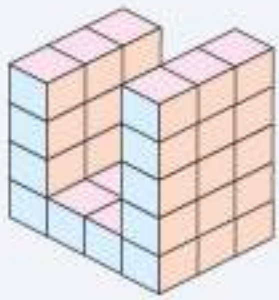
12. 

Yukarıda birim küplerden oluşan bir yapının farklı yönlerden görünümleri verilmiştir. Buna göre yapı aşağıdakilerden hangisidir?

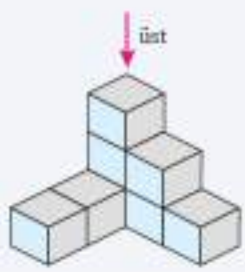
A) 

B) 

C) 

D) 

13. Şekildeki yapının üstten görünümü aşağıdakilerden hangisidir?



A) 

B) 

C) 

D) 

İZOMETRİK KÂĞIT

KARELİ KÂĞIT

NOKTALI KÂĞIT

CEVAP ANAHTARI

1. ÜNİTE

ALIŞTIRMALARIN CEVAP ANAHTARI

Tam Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri (Sayfa 18)

1. **a.** (+5) **b.** (+5) **c.** (−14)
ç. (+5) **d.** (+6) **e.** (+6)
f. 0 **g.** (−2)

2. (−250)

3. B

4. **a.** (+7) **b.** (−7) **c.** (+12)
ç. (+2) **d.** (+10)

5. **a.** (+17) **b.** (−2) **c.** 0
ç. 0

Tam Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri (Sayfa 27-28)

1. **a.** (+12) **b.** (−28) **c.** 0

2. **a.** (−24) **b.** (−6) **c.** (+35)
ç. (+27) **d.** 0 **e.** 0

3. **a.** (−5) **b.** (−1) **c.** 0
ç. 0

4. $(-3) \cdot (+6) = (-18)$

5. A = (−24), B = (+8), C = (−3)

6. **a.** (−9) **b.** (+29) **c.** 0

7. **a.** (+2) **b.** (+2) **c.** (−2)
ç. (−4) **d.** (+5) **e.** (−3)

8. C

9. **a.** (+16) **b.** (−6) **c.** (−1)
ç. (−9)

10. $(+40) : (+5) = (+8)$

11. **a.** D **b.** D **c.** Y
ç. Y **d.** D **e.** Y
f. Y **g.** D

Tam Sayıların Kendisi ile Tekrarlı Çarpımı (Sayfa 32)

1. C **2.** (−32) **3.** **a.** (−8)
b. (−121) **c.** (−20) **ç.** (+1000)

4. $(-9)^5$ **5.** D **6.** 10^7

7. −111 **8.** $(+5)^1 = 5, (+1)^5 = 1, 5 \neq 1$

Tam Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren Problemler (Sayfa 35)

1. D **2.** 22 000 TL kâr

3. D **4.** 160 TL

5. −20 **6.** 550 TL

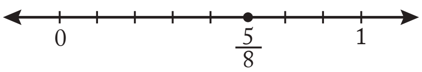
<table>
<tr><th colspan="10">1. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARININ CEVAP ANAHTARI</th></tr>
<tr><td colspan="3">1. a. III, b. I, c. V, ç. II</td><td colspan="6">2. a. negatif, b. pozitif, c. sıfıra, ç. toplananların</td><td>3. C</td></tr>
<tr><td colspan="3">4. a. D, b. Y, c. Y, ç. D</td><td>5. A</td><td>6. B</td><td>7. A</td><td>8. D</td><td>9. B</td><td>10. C</td><td>11. D</td></tr>
<tr><td>12. C</td><td>13. C</td><td>14. D</td><td>15. B</td><td>16. D</td><td>17. B</td><td>18. A</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

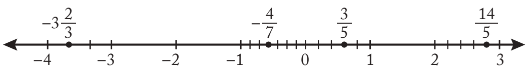
2. ÜNİTE

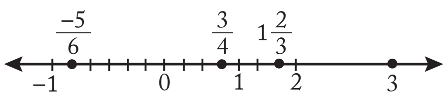
ALIŞTIRMALARIN CEVAP ANAHTARI

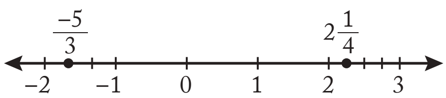
Rasyonel Sayılar ve Rasyonel Sayıların Sayı Doğrusunda Gösterilmesi (Sayfa 42-43)

1. – **2.** – **3.** D

4.


5.


6.


7.


8. $K = -2\frac{2}{4}$, $L = -\frac{3}{6}$, $M = \frac{3}{5}$, $N = 1\frac{3}{4}$

Rasyonel Sayıların Ondalık Gösterimi (Sayfa 46)

1. a. 3,5 **b.** 0,08 **c.** 0,9
ç. 0,4 **d.** 0,14 **e.** 0,75

2. a. 1,4 **b.** $0,\overline{6}$ **c.** –0,75
ç. 0,12 **d.** 0,41 **e.** 0,146

3. a. $0,\overline{3}$ **b.** $4,\overline{3}$ **c.** $6,\overline{6}$
ç. 3,8 **d.** $0,\overline{51}$ **e.** $0,\overline{7}$

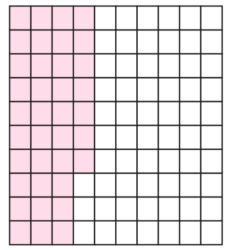
4. 0,5 **5.** B

Devirli Olan ve Olmayan Ondalık Gösterimlerin Rasyonel Sayı Olarak İfade Edilmesi (Sayfa 49)

1. a. $\frac{4}{9}$ **b.** $\frac{7}{9}$ **c.** $\frac{41}{90}$
ç. $\frac{107}{33}$ **d.** $\frac{5073}{990}$ **e.** $\frac{2104}{333}$

2. a. $\frac{3}{5}$ **b.** $\frac{118}{25}$ **c.** $\frac{23}{5}$
ç. $\frac{62}{25}$ **d.** $\frac{511}{100}$

3. a. $\frac{309}{100}$ **b.** $\frac{1003}{250}$ **c.** $\frac{3303}{250}$
ç. $\frac{17}{5000}$

4.

$\frac{37}{100}$

5. $\frac{12}{25}$

Rasyonel Sayıları Sıralama ve Karşılaştırma (Sayfa 56)

1. $-\frac{14}{4} < -\frac{5}{6} < \frac{2}{5} < 1\frac{2}{3}$

2. $-\frac{3}{5} = -0,6,\ \frac{4}{25} = 0,16,\ \frac{13}{2} = 6,5,\ -\frac{9}{20} = -0,45$

$-\frac{3}{5} < -\frac{9}{20} < \frac{4}{25} < \frac{13}{2}$

3. $\frac{9}{11} < \frac{9}{7} < \frac{9}{5} < \frac{9}{4}$

4. $-\frac{5}{7} < -\frac{5}{9} < -\frac{5}{14} < -\frac{5}{16}$

5. $-\frac{14}{9} < -\frac{6}{9} < \frac{8}{9} < \frac{15}{9}$

6. $\frac{3}{4} > \frac{1}{3}$

7. $\frac{9}{8} > \frac{7}{9}$

8. $\frac{3}{4} = 0,75,\ \frac{2}{5} = 0,4,\ \frac{6}{7} \approx 0,86,\ \frac{22}{28} \approx 0,79$

$\frac{2}{5} < \frac{3}{4} < \frac{22}{28} < \frac{6}{7}$

9. $\frac{7}{3} > \frac{6}{4} > -\frac{3}{5} > -\frac{26}{16}$

10. a. < **b.** > **c.** =
ç. < **d.** < **e.** >

Rasyonel Sayılarla Toplama ve Çıkarma İşlemleri (Sayfa 66-67)

1. a. $\frac{27}{14}$ **b.** $\frac{27}{10}$ **c.** $\frac{49}{34}$
ç. $\frac{219}{48}$ **d.** $\frac{7}{5}$ **e.** $-\frac{13}{4}$
f. $\frac{5}{11}$ **g.** $\frac{21}{5}$

2. D

3. a. $\frac{1}{38}$ b. $\frac{9}{17}$ c. $\frac{4}{3}$

ç. $-\frac{3}{41}$ d. 0

4. a. $3\frac{7}{9}$ b. $-\frac{7}{8}$ c. $\frac{5}{7}$

ç. $-4\frac{1}{5}$ d. $-\frac{18}{13}$

5.

+	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1
$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{9}{8}$
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{2}$
1	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}$	2

Rasyonel Sayılarla Çarpma ve Bölme İşlemleri (Sayfa 75)

1. a. $\frac{4}{21}$ b. $-\frac{16}{3}$ c. 2

2. a. $\frac{17}{15}$ b. $-\frac{43}{40}$ c. $\frac{6}{5}$

ç. 0

3. a. $-\frac{5}{14}$ b. $\frac{23}{4}$ c. 0

ç. 0

4. a. $-\frac{10}{3}$ b. $\frac{14}{8}$ c. $-\frac{19}{14}$

ç. 0

5. a. $\frac{17}{3}$ b. $\left(-\frac{21}{5}\right)$ c. $\left(-\frac{4}{11}\right)$

ç. $\frac{1}{6}$ d. $\left(-\frac{38}{3}\right)$

6. a. $\square = \frac{5}{24}$ değişme özelliği

b. $\triangle = \frac{19}{5}$ değişme özelliği

7. a. $\square = \frac{4}{5}$ birleşme özelliği

b. $\triangle = -\frac{2}{5}$ birleşme özelliği

8. a. $\frac{2}{11}$ b. $-\frac{3}{9}$ c. $-\frac{4}{15}$

ç. $\frac{13}{6}$ d. $\frac{5}{4}$ e. $-\frac{2}{3}$

Rasyonel Sayıların Karesinin ve Küplerinin Hesaplanması (Sayfa 77)

1. a. $\frac{1}{36}$ b. $\frac{16}{9}$ c. $-\frac{8}{125}$

ç. $\frac{27}{8}$

2. $\frac{4}{25}$ 3. $-\frac{1}{27}$ 4. D

5. $-\frac{1}{200}$ 6. B

Rasyonel Sayılarla Çok Adımlı İşlemler (Sayfa 80)

1. a. $\frac{5}{3}$ b. $\frac{4}{3}$

2. $\frac{9}{4}$ 3. $\frac{5}{8}$ 4. $\frac{11}{8}$

5. $-\frac{5}{49}$

6. a. II b. V c. I ç. IV

7. C 8. $-\frac{4}{3}$

Rasyonel Sayılarla İşlem Yapmayı Gerektiren Problemler (Sayfa 84)

1. 22 m 2. A 3. 900 TL

4. 48 5. 35 6. 500 km

7. 16 cm^2

<table>
<tr><th colspan="9">2. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARININ CEVAP ANAHTARI</th></tr>
<tr><td>1. A</td><td>2. D</td><td>3. D</td><td>4. D</td><td>5. A</td><td>6. C</td><td>7. B</td><td>8. C</td><td>9. a. D,</td></tr>
<tr><td colspan="2">b. D, c. Y, ç. Y</td><td>10. B</td><td>11. C</td><td colspan="3">12. a. $\frac{1}{2}$, b. $\frac{2}{3}$, c. $-\frac{4}{9}$, ç. 0</td><td>13. A</td><td>14. B</td></tr>
<tr><td>15. A</td><td>16. C</td><td colspan="4">17. a. II, b. III, c. VI, ç. I, d. V</td><td>18. A</td><td>19. D</td><td>20. B</td></tr>
<tr><td>21. C</td><td>22. D</td><td>23. C</td><td>24. B</td><td>25. A</td><td>26. D</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

3. ÜNİTE

ALIŞTIRMALARIN CEVAP ANAHTARI

Cebirsel İfadelerde Toplama ve Çıkarma İşlemleri ve Bir Doğal Sayı ile Cebirsel İfadeyi Çarpma İşlemi (Sayfa 95)

1. **a.** $4x + 1$ **b.** $13x - 4$ **c.** $-3x + 7$ **ç.** $x - 11$

2. **a.** $-6x + 5y + 1$ **b.** $4x - y$ **c.** 1 **ç.** $m + 2n + 1$

3. **a.** $3m + 6$ **b.** $9a - 15$ **c.** $8a + 4b$ **ç.** $-6x + 6y + 60$

4. $4x + 8$ **5.** $6x$ **6.** $6x - 18$

Sayı Örüntüleri ve Harfli İfadeler (Sayfa 98)

1. **Kural:** $2n + 1$ **12. adım:** 25

2. **a.** $4n - 1$ **b.** 207

3. **a.** $8n - 6$ **b.** 378

4. 36

5. **a.** 4 **b.** 34 **c.** 172

Denklemlerde Eşitliğin Korunumu İlkesi (Sayfa 104)

1. 12

2. **a.** 12 **b.** 17 **c.** 44 **ç.** 30 **d.** 10 **e.** 14

3. Sol kefeden 1 armut alınmalı veya sağ kefeye 3 adet limon konmalı.

4. 1 tane ● veya 2 tane ▲ çıkarılmalı.

5. 18 **6.** 4

7. D **8.** 9

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemleri Kurma (Sayfa 108)

1. **a.** $5x - 2$ **b.** $2x + 3$ **c.** $x - 4$

2. **a.** $4x = 24$ **b.** $2x + 6 = 40$ **c.** $3x - 5 = 40$ **ç.** $(x - 5) \cdot 4 + 2 = 18$

3. $3x + 4 = 70$

4. $(x + 2) \cdot 3 + x = 10$

5. $2 \cdot (3x - 5 + x) = 38$

6. $2 \cdot (2x + x) = 42$

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklemlerin Çözümü (Sayfa 113)

1. **a.** 15 **b.** 16 **c.** -5 **ç.** 35

2. **a.** -2 **b.** 1 **c.** 1 **ç.** -4 **d.** 1

3. 12 **4.** 9 **5.** 2

Birinci Dereceden Bir Bilinmeyenli Denklem Kurmayı Gerektiren Problemler (Sayfa 117)

1. öğrenci sayısı 45, sıra sayısı 20

2. 3 **3.** 190

4. 44 **5.** 43

6. **a.** III **b.** I **c.** IV **ç.** II **d.** V

7. 21 **8.** 70 **9.** C

3. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARININ CEVAP ANAHTARI									
1. C	**2.** D	**3.** B	**4.** D	**5.** A	**6.** C	**7.** D	**8.** B	**9. a.** Y, **b.** Y, **c.** D, **ç.** D	
10. A	**11.** B	**12.** D	**13.** C	**14.** B	**15.** D	**16.** I-b, II-c, III-d, IV-a, V-ç			**17.** C
18. D	**19.** B	**20.** C	**21.** A						

4. ÜNİTE

ALIŞTIRMALARIN CEVAP ANAHTARI

Oranda Çokluklardan Birinin 1 Olması Durumunda Diğerinin Alacağı Değer (Sayfa 125)

1. 0,9 TL **2.** 1,5 L

3. a. 3 L **b.** ≈0,33

4. 5,2 TL

5. a. 0,2 kg **b.** 5 L

Birbirine Oranı Verilen İki Çokluktan Biri Verildiğinde Diğerini Bulma (Sayfa 129)

1. $\frac{3}{4}$ **2.** D

3. $\frac{9}{10}$ **4.** $\frac{15}{14}$

5. a. $\frac{40}{79}$ **b.** $\frac{7}{20}$ **c.** $\frac{25}{14}$

ç. $\frac{5}{8}$

6. a. D **b.** Y **c.** Y

ç. Y **d.** D

Orantı ve Doğru Orantılı İki Çokluk Arasındaki İlişki (Sayfa 136)

1. a. 34 **b.** 4 **c.** 7

ç. 19

2. 5 TL **3.** 4,8 TL **4.** 34 sa.

5. 15,3 TL **6.** 80 TL

7. a. 18 **b.** 30 **c.** $\frac{3}{8}$

8. 30

Doğru Orantılı İki Çokluğa Ait Orantı Sabiti (Sayfa 139)

1. a. $\frac{1}{3}$ **b.** 3 **c.** $\frac{3}{5}$

ç. $\frac{2}{5}$

2. $\frac{8}{3}$ **3.** $\frac{3}{5}$

4. a. 36 **b.** $\frac{2}{3}$

5. $\frac{1}{4}$

6. a. $\frac{3}{5}$ **b.** 40

Ters Orantılı İki Çokluk Arasındaki İlişki ve Orantı Sabiti (Sayfa 143-144)

1. 8 sa., k = 600

2. y = 7, k = 10

3. a.

İşçi sayısı	1	2	3	4
Gün sayısı	12	6	4	3

b. k = 12

4. a. D **b.** Y **c.** Y

ç. D **d.** Y

5. a. 25 **b.** 6 **c.** 3

ç. 28

6. a. 12 **b.** 84 **c.** 9

7. A

Doğru ve Ters Orantıyla İlgili Problemler (Sayfa 151)

1. 56 m **2.** 24 gün **3.** 28 kg

4. 420 gram

5. 10 yaşındaki 110 kestane

20 yaşındaki 220 kestane

6. a. 625 TL **b.** 400 TL

7. 12,5 zarar **8.** 25 cm **9.** 400 m

10. $\frac{1}{40\,000}$ **11.** 9,6 km **12.** $\frac{1}{600\,000}$

Bir Çokluğun Yüzdesini ve Yüzdesi Verilen Çokluğu Bulma (Sayfa 156)

1. 84 **2.** 24 **3.** 300

4. 900 **5.** 750; 0,75

6. 18,5 km **7.** 90 **8.** 63

9. 9,2 **10.** 42, 92

Bir Çokluğu Diğer Bir Çokluğun Yüzdesi Olarak Hesaplama (Sayfa 158)

1. %25 **2.** %500 **3.** %75
4. %150 **5.** %40 **6.** %106
7. %25

Bir Çokluğu Belli Bir Yüzde ile Arttırma veya Azaltma (Sayfa 161)

1. 192 **2.** 294
3. **a.** 138 **b.** 138 **c.** 102
ç. 102 **d.** Değerler eşit
e. Değerler eşit
4. 780 **5.** 24
6. **a.** %3 **b.** %39 **c.** 1,24
ç. 0,83

7.

Ürün adı	İndirimli satış fiyatı (TL)
Buzdolabı	₺ 960
Çamaşır makinesi	₺ 663
Ayakkabı	₺ 108
Takım elbise	₺ 120
Bilgisayar	₺ 780

8. 48 000 TL

Yüzde ile İlgili Problemler (Sayfa 167)

1. 26 TL **2.** 490
3. 1600 TL **4.** 231 TL
5. 255 TL **6.** %50
7. **a.** 112 gram **b.** 400 gram
8. **a.** %60 **b.** %40
9. **a.** %25 **b.** %75
10. %15 **11.** %15
12. 3045 TL **13.** 4650 TL
14. 20 000 TL

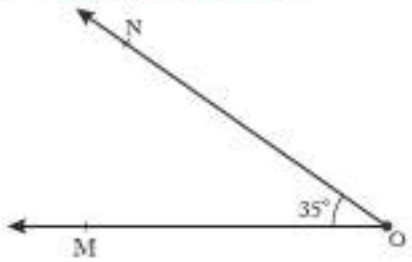
4. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARININ CEVAP ANAHTARI							
1. B	**2.** D	**3.** C	**4. a.** III, **b.** IV, **c.** I, **ç.** II	**5.** B	**6.** A	**7.** C	**8.** 21 sa.
9. A	**10.** C	**11.** C	**12.** B	**13.** A	**14.** D	**15. a.** D, **b.** Y, **c.** D, **ç.** D, **d.** Y	
16. a. 9, **b.** 14, **c.** 50, **ç.** 1,22		**17.** C	**18.** A	**19.** B	**20.** C	**21.** D	**22.** A

5. ÜNİTE

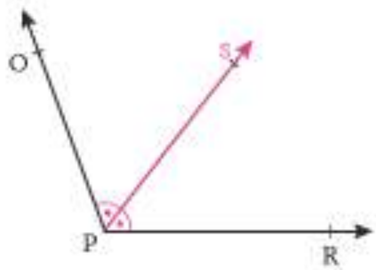
ALIŞTIRMALARIN CEVAP ANAHTARI

Bir Açının Açıortayı (Sayfa 178)

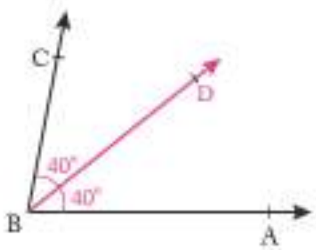
1.



2.

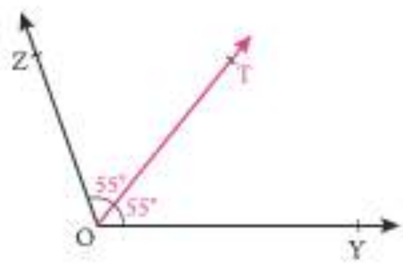


3.



4. $m(\widehat{AOD}) = 130°$

5.



$m(\widehat{YOT}) = m(\widehat{TOZ}) \Rightarrow \widehat{YOT} \cong \widehat{TOZ}$ olur.

6. 90°

İki Paralel Doğruyla Bir Kesenin Oluşturduğu Açılar (Sayfa 186-187)

1. –	**2.** 70	
3. 68°	**4.** 105°	
5. a = 68°	b = 112°	c = 68°
d = 112°	e = 68°	d = 112°
g = 68°		
6. 25°	**7.** 50°	**8.** 35°
9. D		

Çokgenlerin Köşegenleri, İç ve Dış Açıları (Sayfa 193)

1. a. 8	**b.** 9	**c.** 1620°
ç. 360°		
2. 20	**3.** 16	**4.** A
5. x = y = 90°	**6.** C	

Düzgün Çokgenler (Sayfa 197)

1. iç açı 144°, dış açı 36°

2. 12	**3.** 20°	**4.** 24°
5. 165°	**6.** 3	**7.** 20°
8. 8	**9.** 10	**10.** 162°

Dörtgenler (Sayfa 210-212)

1. B	**2.** 135°	**3.** 26°
4. D	**5.** C	**6.** A
7. 30°	**8.** D	**9.** 140°
10. C		

Eşkenar Dörtgenin ve Yamuğun Alanı (Sayfa 217-219)

1. 3	**2.** 15	**3.** 180
4. 64	**5.** D	**6.** A
7. C	**8.** B	**9.** C
10. A		

Sıra Sizde (Sayfa 221)

15

Alan ile İlgili Problemler (Sayfa 226-228)

1. B **2.** 60 cm^2

3. 3300 m^2

4. 16 650 m^2 **5.** 100 cm^2

6. Çevre (FFGH) > Çevre (ABCD)

7. D **8.** B **9.** 225 cm^2

10. A(EFGH) < A(ABCD)

Çemberde Merkez Açı (Sayfa 233-234)

1. a. 72° **b.** 110° **c.** 90°

ç. 115°

2. a. $m(\widehat{ACB}) = 120°$, $m(\widehat{ADB}) = 240°$

b. $m(\widehat{KML}) = 50°$, $m(\widehat{LNK}) = 310°$

c. $m(\widehat{MRN}) = 10°$, $m(\widehat{MPR}) = 350°$

ç. $m(\widehat{VXY}) = 180°$, $m(\widehat{YZV}) = 180°$

3. 30°

4. $m(\widehat{COB}) = 30°$, $m(\widehat{COA}) = 150°$

Çemberin ve Çember Parçasının Uzunluğu (Sayfa 239-241)

1. 72 cm **2.** 24 cm **3.** 13 cm

4. 18 cm **5.** 192 cm **6.** 52 cm

7. D **8.** B **9.** C

10. a. 48 cm **b.** 36 cm **c.** 36 cm

ç. 36 cm

11. A

Dairenin ve Daire Diliminin Alanı (Sayfa 247)

1. 48 cm^2 **2.** 5 cm **3.** D

4. 16 cm^2 **5.** 150°

5. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARININ CEVAP ANAHTARI								
1. a. IV, **b.** V, **c.** I, **ç.** II			**2. a.** Y, **b.** D, **c.** D, **ç.** Y			**3.** B	**4.** D	**5.** D
6. C	**7.** D	**8.** A	**9.** C	**10.** D	**11.** B	**12.** A	**13.** C	**14.** B
15. A	**16.** C	**17.** A	**18.** D	**19.** D	**20.** B	**21.** C	**22.** C	

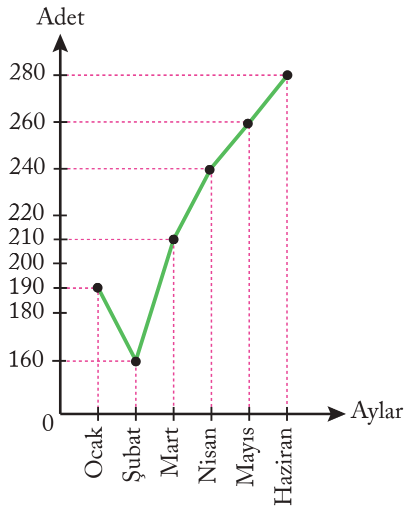
6. ÜNİTE

ALIŞTIRMALARIN CEVAP ANAHTARI

Bir Veri Grubuna Ait Çizgi Grafiği (Sayfa 257-258)

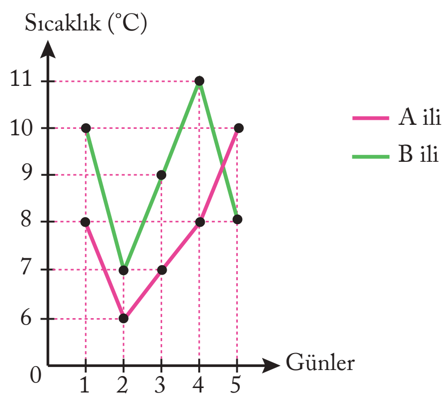
1. En az ağustos ayı, en çok nisan ayı

2. **Grafik:** Bir ayakkabı imalathanesinin üretim miktarı



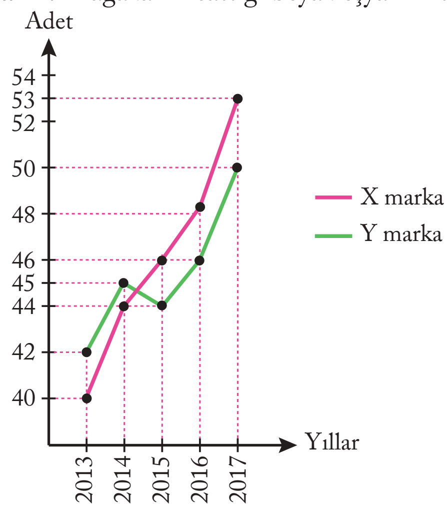
Ayakkabı üretiminin en az olduğu ay şubat, en fazla olduğu ay haziran ayıdır.

3. **Grafik:** A ve B illerine ait sıcaklık değişimi

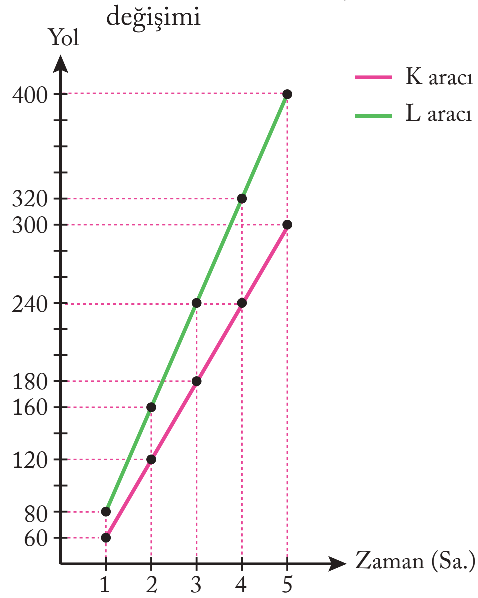


A ili için en yüksek ve en düşük sıcaklık farkı: 10 – 6 = 4 °C, B ili için en yüksek ve en düşük sıcaklık farkı 11 – 7 = 4 °C olur.

4. **Grafik:** Mağazanın sattığı beyaz eşya miktarı



5. **Grafik:** K ve L araçlarına ait yol - zaman değişimi



Bir Veri Grubuna Ait Ortalama, Ortanca ve Tepe Değer (Sayfa 266-267)

1. **a.** 15 **b.** 13 **c.** 15,5
2. **a.** 5 **b.** 1 ve 5 **c.** 5
   ç. Bu değerlerin %50'sinden azı ortalamanın altındadır.
3. 84 **4.** Emine **5.** 63,5

6.

	Ortalama	Tepe değer	Ortanca
X	≈ 4,14	4	4
Y	≈ 6,86	8	7
Z	5	4	5
T	≈ 7,71	10	8
V	6	6 ve 5	6

7. **a.** ortanca **b.** ortalama
c. tepe değer

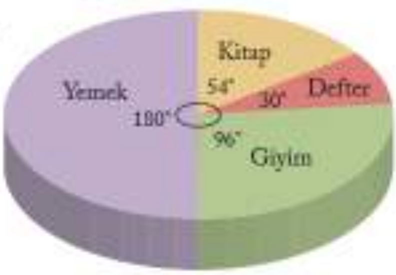
8. **a.** 65,6 **b.** 85 **c.** 70

Bir Veri Grubuna Ait Daire Grafiği (Sayfa 273-274)

1. 500 TL 2. 288°

3.

4. **a.**



b. % 15

5. **a.** 40 **b.** 10

6. **a.** 108 **b.** Kız öğrenci %75
Erkek öğrenci % 25

7.

Tablo: Sporcu kafilesindeki sporcuların branşlara göre dağılımı

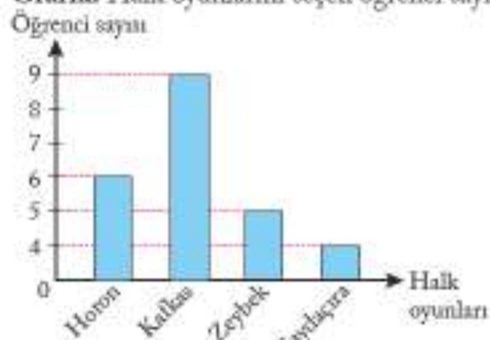
Spor branşları	Sporcu sayısı	Merkez açı
Futbol	360	180°
Basketbol	180	90°
Voleybol	90	45°
Yüzme	60	30°
Tenis	30	15°
Toplam	720	360°

8. 24 9. 216°

10. Hindi: 12, Kaz: 12, Tavşan: 18
Tavuk: 15, Diğer: 6

Sıra Sizde (Sayfa 278)

Grafik: Halk oyunlarını seçen öğrenci sayısı

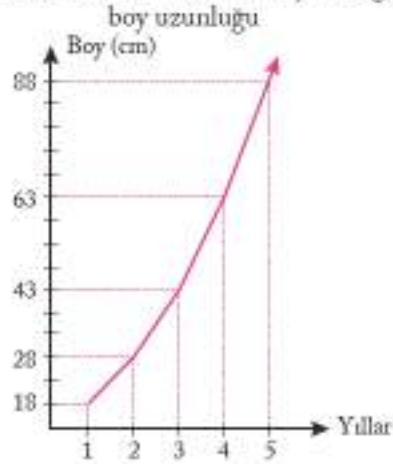


Verilerin Uygunluğuna Göre Grafik Çeşitleri (Sayfa 278-279)

1. **a.** sütun **b.** daire **c.** çizgi
ç. daire ve sütun **d.** çizgi **e.** çizgi

2. **a.** C **b.** C ve D **c.** A ve E

3. **a.** **Grafik:** Ladin fidanının yıllara göre boy uzunluğu

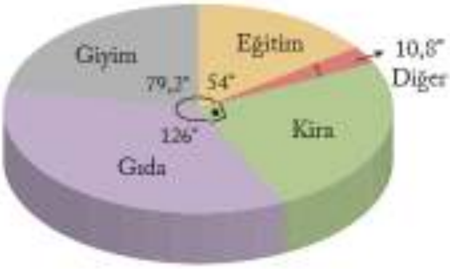


b. Daire grafiği uygun olmadığından çizilemez.

c. –

4. a. Kira : %25, Gıda : %35, Giyim : %22
Eğitim : %15, Diğer : %3

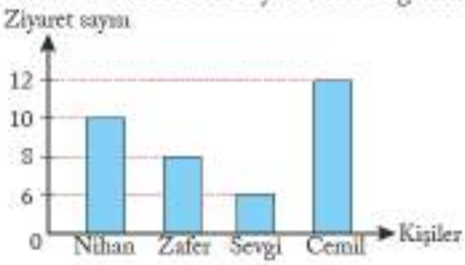
b. Grafik: Kredi kartı aralık ayı harcamaları



c. Sütun grafiği ile gösterilmesi uygundur.

5. Bu verilere ait uygun grafik türleri sütun ve daire grafikleridir.

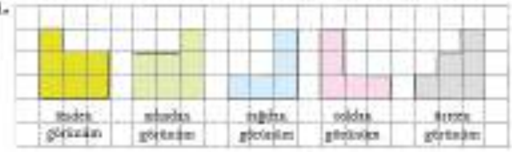
Grafik: Huzur evini ziyaret eden öğrenci sayısı



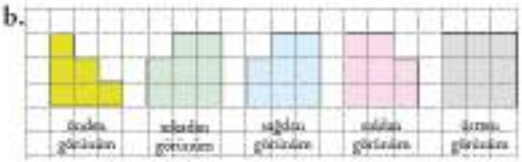
Grafik: Huzur evini ziyaret eden öğrenci sayısı

Üç Boyutlu Cisimlerin Farklı Yönlerden İki Boyutlu Görünümleri (Sayfa 283-285)

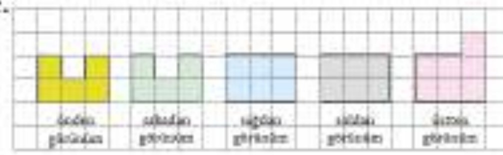
1. a.



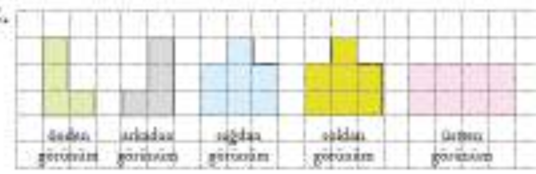
b.



c.



2.

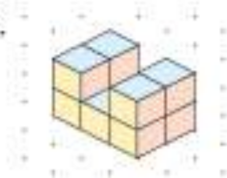


3. A **4.** C **5.** A
6. D **7.** B

Farklı Yönlerden Görünümleri Verilen Yapıyı Oluşturma (Sayfa 287)

1.

2.



3.

4. C

6. ÜNİTE DEĞERLENDİRME SORULARININ CEVAP ANAHTARI								
1. a. D, **b.** Y, **c.** D, **ç.** Y			**2.** A	**3.** C	**4.** D	**5.** A	**6.** B	**7.** D
8. D	**9.** C	**10.** C	**11.** B	**12.** A	**13.** B			

SEMBOL VE KISALTMALAR

°C	Derece selsiyus	sa.	Saat
$<$	Küçüktür	dk.	Dakika
$\leq$	Küçük veya eşittir	sn.	Saniye
$>$	Büyüktür	AB	A ve B noktalarından geçen doğru
$\geq$	Büyük veya eşittir	[AB	AB ışını
$=$	Eşittir	[AB]	AB doğru parçası
$\neq$	Eşit değildir	AB	AB doğrusu
$\approx$	Yaklaşık	$\|AB\|$	AB doğru parçasının uzunluğu
$\cong$	Eştir	$\widehat{ABC}$	ABC açısı
₺	Türk lirası sembolü	$m(\widehat{ABC})$	ABC açısının ölçüsü
TL	Türk lirası	A(ABCD)	ABCD dörtgeninin alanı
kr.	Kuruş	$(\overset{\frown}{AB})$	AB yayı
L	Litre	$m(\overset{\frown}{AB})$	AB yayının ölçüsü
kg	Kilogram	$\|\overset{\frown}{AB}\|$	AB yayının uzunluğu
g	Gram	$\overset{\triangle}{ABC}$	ABC üçgeni
cm	Santimetre	$A(\overset{\triangle}{ABC})$	ABC üçgeninin alanı
mm	Milimetre	r	Yarıçap
m	Metre	h	Yükseklik
km	Kilometre	π	Pi sayısı
br	Birim	%	Yüzde
cm^2	Santimetrekare	(x, y)	x,y sıralı ikilisi
mm^2	Milimetrekare	$\perp$	Diktir
br^2	Birimkare	//	Paraleldir

SÖZLÜK

A

açı : Başlangıç noktaları aynı olan iki ışının birleşimi.
açıortay : Bir açıyı, ölçüleri birbirine eşit iki eş açıya ayıran ışın.
alan : Bir yüzeyin üzerinde bulunduğu düzlemde kapladığı yer.
ardışık sayılar : Bir, iki, üç gibi birbiri ardınca gelen sayılar.

B

bilinmeyen : Cebirsel ifadelerde sayıları temsil eden harfler.
birim : Bir niceliği ölçmek için kendi cinsinden örnek seçilen değişmez en küçük parça.
birimkare : Eni boyu 1 birim olan kare.
bütünler açılar : Ölçülerinin toplamı 180° olan açılar.

C

cebirsel ifade : En az bir değişken ve işlem içeren ifadeler.

Ç

çap : Çemberin merkezinden geçen (çembere ait en uzun) kiriş.
çember : Düzlemde bir noktaya eşit uzaklıkta bulunan noktalar kümesi.
çember parçası : Çemberin iki noktası arasında kalan parçası, çember yayı.
çokgen : Düzlemde birbirinden farklı ve herhangi üç'ü doğrusal olmayan üç veya daha fazla ardışık noktanın ikişer ikişer birleştirilmesi ile oluşan kapalı şekil.

D

daire : Çember ile iç bölgenin birleşimidir.
daire dilimi : Bir dairede merkez açının iç bölgesiyle gördüğü yay arasında kalan kısmı, sektör.
daire grafiği : Bir bütünün parçaları hakkında bilgi sunmada kullanılan daire şeklindeki grafik türü.
değişken : Cebirsel ifadelerde sayıları temsil eden harfler.
denklem : İçinde en az bir bilinmeyen bulunan ve bilinmeyenin aldığı özel değerler için doğruluğu sağlanan eşitlikler.
devirli ondalık gösterim : Bir rasyonel sayının, payını paydasına bölerek yapılan ondalık açılımda, belli bir basamaktan sonra belli rakamlar grubuna devretmesi.
dış açı : Bir çokgende herhangi bir iç açının bütünleyeni.
dış ters açılar : Herhangi iki doğruyu üçüncü bir kesen doğrunun oluşturduğu açılardan, iki doğrunun dışında kalan ve bu doğruları kesen doğrunun ters yönlerinde bulunan açılar.
doğru orantı : İki çokluktan biri artarken (veya azalırken) diğerinde aynı oranda arttığı (veya azaldığı) orantı.
düzgün çokgen : Kenar uzunlukları ve açıları eş olan çokgen.

E

eş : Birbirinin aynı olan.

etkisiz eleman : Bir işlemde etkisi olmayan eleman.

G

genel ağ : Bilgisayar ağlarının birbirine bağlanması sonucu ortaya çıkan, herhangi bir sınırlaması ve yöneticisi olmayan uluslararası bilgi iletişim ağı, İnternet.

grafik : Bir olayın, niceliğin çeşitli durumlarını göstermeye veya birkaç şey arasında karşılaştırma yapmaya yarayan çizgilerden oluşmuş şekil, çizge.

H

homojen : Benzer özelliklere ya da yapıya sahip olan.

K

köşegen : Bir çokgende ardışık olmayan iki köşeyi birleştiren doğru parçası.

kroki : Bir konu veya nesnenin başlıca özelliklerini yansıtacak biçimde hazırlanmış taslak.

M

merkez açı : Köşesi çemberin merkezinde olan açı.

metre : Uzunluk ölçüsü birimi.

N

noktadaş : İki ve ikiden fazla doğrunun bir noktada kesişmesi.

Ö

ölçek : Bir harita veya planda görülen uzunluklarla bunların gösterdiği gerçek uzunluklar arasındaki oran.

R

rasyonel sayı : a bir tam sayı, b sıfırdan farklı bir tam sayı olmak üzere $\frac{a}{b}$ biçimindeki sayılar.

T

terim : Bir cebirsel ifadede işlemler arasında bulunan ifadelerden her biri.

ters açılar : Köşeleri aynı, kenarları doğrudaş fakat ters yönlü açılar.

ters eleman : Bir işlemde, işlem sonuçları etkisiz elemanı veren sayılar, o işleme göre birbirinin tersidir.

Ü

üs (kuvvet) : Tabanın üzerine yazılan ve tabandan kaç tane olduğunu gösteren sayı.

V

veri : Bir araştırmanın dayandığı temel eleman, bilgi.

Y

yarıçap : Çemberin merkezi ile çember üzerindeki herhangi bir noktayı birleştiren doğru parçası.

yay : Çemberde farklı iki nokta arasındaki çember parçası.

yöndeş açılar : İki paralel doğrunun bir kesenle kesişmesinden oluşan ve biri içte, biri dışta olarak kesenin aynı tarafında kalan açılar.

KAYNAKÇA

Kaiser, Bruno. *Keşifler ve İcatlar Ansiklopedisi (*Çev.: Şükran Var). İstanbul: Doğan Kardeş Yayınları, 1966.

Sertöz, Sinan. *Matematiğin Aydınlık Dünyası*. Ankara: Tübitak Yayınları, 2013.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. *Öğrenci Merkezli Eğitim Uygulama Modeli*. Ankara: EARGED, 2003.

T.C. Millî Eğitim Bakanlığı. *Matematik Dersi Programı* (İlkokul ve Ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar). Ankara, 2018.

Türk Dil Kurumu Yazım Kılavuzu. Ankara: Türk Dil Kurumu Yayınları, 2012.

Kaynakça atıf sistemi, Chicago yazım kuralları ve kaynak gösterme biçimine göre düzenlenmiştir.

GENEL AĞ KAYNAKÇASI

Sayfa 12 : https://www.mgm.gov.tr, 16.02.2018.

Sayfa 173 : http://www.atam.gov.tr/dergi/sayi-63/ataturkun-hazirladigi-geometri-terimleri-kitabi, 16.10.2018.

GÖRSEL KAYNAKÇA

1. ÜNİTE

Kapak: : http://slideplayer.biz.tr/slide/3147529/11/images/25/Somut+Random+%C3%96%C4%9Frenme+Stiline+Sahip+Bireylerin+%C3%96zellikleri:.jpg, 30.10.2018.

: https://urcomped.com/Content/images/calc.jpg, 30.10.2018.

: https://st3.depositphotos.com/1269954/16246/v/450/depositphotos_162467536-stock-illustration-cartoon-image-of-math.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 12 : http://serinletici.com/2016/07/25/bogazici-koprusunun-yeni-adi-15-temmuz-sehitler-koprusu/, 30.10.2018.

Sayfa 13 : http://www.izmirkulturturizm.gov.tr/EN-110164/konak.html, 30.10.2018.

Sayfa 16 : https://image.shutterstock.com/image-photo/female-scuba-diver-260nw-46926292.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 19 : https://baskentgazete.com.tr/genel/segmenlerden-ankara-kalesine-kortej-yuruyusu/haber-15612, 22.04.2019.

Sayfa 33 : Yayınevine aittir.

Sayfa 34 : https://www.aa.com.tr/tr/turkiye/lise-yerlestirmelerine-yeni-sistem-geliyor/77922, 17.06.2019.

Sayfa 37 : https://www.trthaber.com/resimler/570000/571786.jpg, 15.10.2018.

Sayfa 38 : Yayınevine aittir.

: https://www.erzurum.bel.tr/img/CK/images/3(210).JPG, 30.10.2018.

2. ÜNİTE

Kapak : https://img-teknosa.mncdn.com/TeknosaImg/productImages/568x434/125050149-1-casio-ms-10vc-gn-masaustu-hesap-makinesi.jpg, 30.10.2018.

: Yayınevine aittir.

Sayfa 45 : https://bimeks.akamaized.net/img/urun/p_155526_01_04_wml.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 57 : https://assets.entrepreneur.com/content/3x2/1300/20150716164608-woman-reading-newspaper-article-press.jpeg, 30.10.2018.

: http://tigheshilloc2013.edublogs.org/files/2014/03/IMG_1578-18wwav6.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 81 : https://icdn2.digitaltrends.com/image/z-wave-mountain-climber-1480x987.jpg?ver=1, 30.10.2018.

Sayfa 82 : http://www.gl2design.com/wp-content/uploads/2017/11/sticky-tiles-for-kitchen-floor-inspirational-home-depot-peel-and-stick-tile-flooring-of-sticky-tiles-for-kitchen-floor-500x500.jpg, 30.10.2018.

: https://www.pexels.com/photo/grape-harvest-vineyard-vineyard-in-italy-vineyard-in-the-sun-1425414/, 22.04.2019.

Sayfa 83 : https://cdn.yemek.com/mncrop/300/200/uploads/2014/06/karpuz-dilimi-sulu-tatli.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 84 : https://dogumgunumesajlarim.files.wordpress.com/2014/03/dogum-gunu-mesajlari.jpg?w=640, 30.10.2018.

: http://mansetgazetesi.net/resimler/2015-7/6/1611517393246.jpg, 30.10.2018.

: http://blog.mercedes-benz.com.tr/wp-content/uploads/2011/12/11C373_05.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 88 : https://www.123rf.com/photo_53332065_teenage-boy-walking-away-from-the-camera-down-a-rural-road-lined-with-trees-on-a-misty-cold-day.html, 30.10.2018.

: https://images.wallpaperscraft.com/image/train_structure_dark_blue_fields_trees_from_above_city_suburb_distance_summer_railway_62716_1920x1080.jpg, 30.10.2018.

3. ÜNİTE

Kapak: : http://jamtforaldraskap.nu/wp-content/uploads/2013/05/V%C3%A5g-300x225.jpg, 30.10.2018.

: https://ozdecolakoglu.files.wordpress.com/2017/04/balance.jpg, 30.10.2018.

: https://img-s2.onedio.com/id-54b78d97c7fe2c157e623213/rev-0/raw/s-2e2b530c8e64c238623ad9ca-22b21043032ae261.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 94 : Yayınevine aittir.

Sayfa 95 : http://www.big-animals.com/wp-content/uploads/2011/04/Frog.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 110 : http://kitapdunyask.hol.es/wp-content/uploads/2015/01/images-41.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 117 : Yayınevine aittir.

Sayfa 120 : http://www.atalaycitbursa.com/uploads/urunler/180125134353_duzlemseljiletlitel1.jpg, 30.10.2018.

: Yayınevine aittir.

4. ÜNİTE

Kapak: : Yayınevine aittir.

: http://www.sigortamedya.com.tr/wp-content/uploads/2016/05/yuzde-e1464686687797.jpg, 30.10.2018.

: Yayınevine aittir.

Sayfa 122 : http://www.ocakmedya.com/wp-content/uploads/2016/12/16017775.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 123 : http://dthumb.phinf.naver.net/?src=%22http%3A%2F%2Fblogthumb2.naver.net%2F20110928_191%2Fnsm2010_1317199326713Upyf6_JPEG%2F1.jpg%3Ftype%3Dw2%22&type=f560_336, 30.10.2018.

: http://lilimadeleine.com/wp-content/uploads/2013/03/universitc3a0-panettieri.jpg, 30.10.2018.

: Yayınevine aittir.

Sayfa 124 : http://eskur.weebly.com/uploads/2/1/4/6/21461512/8778129_orig.jpg, 30.10.2018.

: https://www.yenikoyluhosmerimci.com.tr/wp-content/uploads/2017/03/dogallik.png, 30.10.2018.

Sayfa 125 : https://www.wikihow.com/images/thumb/d/d9/Make-Ayran-%28Turkish-Yogurt-Drink%29-Step-1.jpg/aid397213-v4-728px-Make-Ayran-%28Turkish-Yogurt-Drink%29-Step-1.jpg, 30.10.2018.

: http://img.over-blog-kiwi.com/1/57/64/09/20150528/ob_9295b6_11.jpg, 30.10.2018.

: http://aplushavuztasarim.com/pages/ornek_resim_68870.jpg?w=540&h=300, 30.10.2018.

Sayfa 126 : http://ozsaunlumamuller.com/wp-content/uploads/2017/03/banner1.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 127 : http://www.haberplatosu.com/images/haberler/islam-karma-egitimi-kabul-etmez.jpg, 30.10.2018.
: https://www.velegozh-park.ru/images/art/Apple_orchard/apple-orchard_2.jpg, 30.10.2018.
: http://aydintejarat.com/PersianVersion/Images/Product/2/Walnut%20(1).jpg, 30.10.2018.

Sayfa 128 : https://i.ytimg.com/vi/iQe6DyasNMs/maxresdefault.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 129 : Yayınevine aittir.
: https://userscontent2.emaze.com/images/a456dfc0-d8b8-4a86-821e-cb411dce469b/f1f30c06f8f0dfc95f-8ce509619c5b64.png, 30.10.2018.

Sayfa 132 : https://images.freeimages.com/images/small-previews/5f9/eggs-1-1323530.jpg, 30.10.2018.
: http://www.bandit.com.tr/images/bandit-doviz-burolarinda.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 133 : https://assets3.thrillist.com/v1/image/2356130/size/sk-2017_04_article_main_mobile;jpeg_quality=20.jpg, 30.10.2018.
: Yayınevine aittir.

Sayfa 134 : https://www.saglikfit.com/wp-content/uploads/2017/01/balin-faydalari-nelerdir.jpg, 30.10.2018.
: http://i.internethaber.com/files/2016/3/27/1578803/1578803_2_1458999403Kqzpp.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 135 : http://oyoykitchen.com/wp-content/uploads/2017/09/bologna1.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 138 : http://www.zeytinagacidergisi.com/Images/Makale/2017/AGUSTOS/d.JPG, 30.10.2018.

Sayfa 141 : https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQXn45IuoFkVGIqkVA5-8wRsShwZA-8VaJf4VdbWYuK2bUgwUT3p, 30.10.2018.
: https://i.pinimg.com/originals/1a/78/7d/1a787d20d541ed6f600531ab9f3e0906.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 142 : https://www.pexels.com/photo/black-vehicle-on-road-near-green-leaf-plants-1128527/, 22.04.2019.
: http://682350.static.karar.com/img/682x350/15-07/30/tarla-ciftci-akp.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 145 : http://enkobi.net/guven-hafriyat-yalova-4217, 30.10.2018.

Sayfa 146 : https://jennisandwarmann.eu/wp-content/uploads/2015/01/tweed-suit-shop-1024x604.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 147 : https://emlakkulisi.com/resim/orjinal/NDQ0Njg1Nz-antalyali-insaat-iscilerine-belge.jpg, 30.10.2018.
: http://1.bp.blogspot.com/-fqybiPaUfN8/Vjmgln04GQI/AAAAAAAAAA0/kmKNBb1nkVs/s1600/diferencia.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 150 : http://bpic.588ku.com/element_origin_min_pic/16/08/31/1457c67b79ce40e.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 159 : Yayınevine aittir.

Sayfa 162 : https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcQY9lMOFDqDD3SGtc0BG_X_Rm9UOA-dpSSjOe0U8YyKH9x7du6pw, 30.10.2018.

Sayfa 163 : https://www.hatayvatan.com/wp-content/uploads/Homend-Antakya-Ted-ankara-koleji-mac%C4%B1-2.jpg, 30.10.2018.
: http://www.ted.org.tr/TR/Genel/rg.ashx?DIL=1&BELGEANAH=5125&RESIMISIM=4.JPG, 30.10.2018.

Sayfa 164 : http://www.tr3d.com/up/galeri/n96/_proje.jpg, 30.10.2018.
: Yayınevine aittir.

Sayfa 165 : http://www.mynet.com/sgk/wp-content/uploads/2016/08/sgk-i%C5%9Fyeri-bildirgesi.bmp, 30.10.2018.
: Yayınevine aittir.
: https://www.naukrinama.com/stressbuster/wp-content/uploads/2017/04/salt-water-1.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 166 : Yayınevine aittir.
: https://listelist.com/wp-content/uploads/2015/04/531.jpg, 29.04.2019.

Sayfa 168 : Yayınevine aittir.

Sayfa 169 : https://cevreduzenlemeankara.com/wp-content/uploads/2016/12/10-1024x576.jpg, 29.04.2019.

Sayfa 170 : Yayınevine aittir.

5. ÜNİTE

Kapak : Yayınevine aittir.

: Yayınevine aittir.

: http://ccwscience.weebly.com/uploads/3/0/5/6/30566275/5755164_orig.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 173 : http://www.matematiksel.org/wp-content/uploads/2017/03/Atat%C3%BCrk%C3%BCn-Geometri-Kitabi.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 188 : https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn:ANd9GcSradQpBvsdUeo4sO2Q-sxeFjQcTVjSHc09L-CIOy01EapN2O65MWQ, 30.10.2018.

Sayfa 194 : http://i.milliyet.com.tr/YeniAnaResim/2015/09/29/fft99_mf6109755.Jpeg, 30.10.2018.

: http://moziru.com/images/hosue-clipart-rumah-20.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 229 : https://www.1milyarbilgi.com/uploads/data/News/570/tekerlek-kimler-tarafindan-ne-zaman-icat-edil-di-1459109791-11337548508.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 235 : Yayınevine aittir.

: Yayınevine aittir.

: http://www.gruphediye.com/Images/products/BasketPotasI_1-500x500.jpg, 30.10.2018.

: https://static3.ciadopedal.com.br/13669-thickbox_default/roda-20-nylon-com-eixo-wester.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 236 : Yayınevine aittir.

Sayfa 242 : https://i.pinimg.com/originals/d8/5f/c7/d85fc7308a7926856231973f0f3e77f8.jpg, 30.10.2018.

: http://www.tokatozelidaresi.gov.tr/spor-kulubu-gures/, 22.04.2019.

6. ÜNİTE

Kapak : http://desuelo.com/images/banner3_.jpg,11.01.2018.

: Yayınevine aittir.

: https://userscontent2.emaze.com/images/f71b61b6-3650-45a6-93cc-eba4bb5fed30/0fbe5b3291ec3e17a6b636f5471a0ae2.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 259 : https://3.bp.blogspot.com/-b3vxkhgHGwI/WCoBZ1nFKFI/AAAAAAAAEos/vNyTMhn1z8kPsunJku-CfK4GYdsTvShIACLcB/s1600/TEOG%2B2017.jpg, 13.10.2018.

Sayfa 264 : https://www.foodelphi.com/wp-content/uploads/2015/04/foodelphi-konserve.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 268 : http://yetistir.net/wp-content/uploads/2018/06/cay.jpg, 13.10.2018.

Sayfa 269 : https://i.pinimg.com/736x/97/33/7e/97337e22f42c23b92b1b639e5277594d--arizona-kids-the-newspaper.jpg, 30.10.2018.

Sayfa 276 : Yayınevine aittir.

Sayfa 278 : http://www.emineornek.com/galeri/haber/2017_04_22_11_39_36/6364477276.JPG, 13.10.2018.

Sayfa 280 : https://www.hispanatolia.com/upload/filemanager/image/ESPANOL/internacional/2017/espacio-tierra-turquia-orientemedio.jpg, 17.06.2019.

Sayfa 280 : https://www.adiyamanpark.com/magazalar?type=plan, 22.04.2019.